

Научная статья
Статья в открытом доступе
УДК 620.178
doi: 10.30987/2782-5957-2022-9-30-40

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ СВОБОДНОМУ КАЧЕНИЮ КОЛЕСА С ДЕФОРМИРУЕМЫМ ОБОДОМ

Дмитрий Анатольевич Черноус^{1,2✉}, Елена Викторовна Коднянко³

¹ Белорусский государственный университет транспорта, Гомель, Республика Беларусь

² Институт механики металлополимерных систем им. В.А. Белого НАН Беларуси, Гомель, Республика Беларусь

³ Солигорский Институт проблем ресурсосбережения с Опытным производством, Солигорск, Республика Беларусь

^{1,2} tm@bsut.by, shilko_mpri@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0003-4064-0283>

³ onti@sipr.by

Аннотация

Разработана новая методика расчетного определения момента сопротивления качению. В рамках методики использована упрощенная структурная модель колеса в виде жесткого цилиндра с тонким вязкоупругим ободом. Рассматривается режим нагружения колеса при отсутствии сдвиговой (горизонтальной) силы. Во всей области контакта предполагается наличие сцепления колеса с недеформируемой опорной поверхностью. Анализ деформирования вязкоупругого слоя осуществляется на основе гипотезы Винклера основания. В отличие от ранее известных, предложенная методика подразумевает описание нарушения симметрии в распределении контактного давления при приложении к колесу малого крутящего момента, не превышающего момента сопротивления качению в покое.

Получены эпюры контактного давления при различных значениях приложенного к колесу момента. Показано, что при увеличении момента возрастает максимальное значение контактного давления, а положение этого максимума смещается в направлении возможного качения. Из условия

нарушения размеров области контакта при начале качения выведено аналитическое выражение для момента сопротивления качению в покое. Расчетная зависимость этого момента от осадки колеса сопоставлена с известными экспериментальными данными. При описании стационарного свободного качения учитывалась асимметрия контактного давления, соответствующая началу качения, и потери энергии при деформировании вязкоупругого материала обода колеса.

Получены зависимости коэффициента сопротивления качению и осадки колеса от скорости движения центра масс колеса при фиксированном значении вертикальной нагрузки. Показано, что учет начальной асимметрии контактного давления ведет к более интенсивному росту расчетных оценок коэффициента сопротивления и менее выраженному уменьшению осадки с увеличением скорости качения.

Ключевые слова: контактное давление, момент сопротивления качению, основание Винклера, ядро релаксации.

Финансирование: Работа выполнена при поддержке Белорусского фонда фундаментальных исследований (проект T21ЭТ-016).

Ссылка для цитирования:

Черноус Д.А. Расчет коэффициента сопротивления свободному качению колеса с деформируемым ободом / Д.А. Черноус, Е.В. Коднянко // Транспортное машиностроение. – 2022. – № 9. – С. 30 – 40. doi: 10.30987/2782-5957-2022-9-30-40.

Original article
Open Access Article

CALCULATION OF THE COEFFICIENT OF FREE ROLLING RESISTANCE FOR THE WHEEL WITH DEFORMABLE RIM

Dmitry Anatolyevich Chernous^{1,2✉}, Elena Viktorovna Codnyanko³

¹ Belarusian State University of Transport, Gomel, Republic of Belarus

² Metal–Polymer Research Institute of National Academy of Sciences of Belarus, Gomel, Republic of Belarus

³ Soligorsk Institute of Resources Saving Problems with Pilot Production, Soligorsk, Republic of Belarus

^{1,2} tm@bsut.by, shilko_mpri@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0003-4064-0283>

³ onti@sipr.by

Abstract

A new method for calculating rolling resistance is developed. This method includes a simplified structural model of a wheel in the form of a rigid cylinder with a thin viscoelastic rim. The wheel loading mode is considered in the absence of shearing (horizontal) force. In the entire contact area, it is assumed that the wheel is gripped with a non-deformable support surface. Deformation of the viscoelastic layer is analyzed on the basis of the Winkle model. In contrast to the previously known ones, the proposed method implies a description of the symmetry breaking in the distribution of contact pressure when a small torque is applied to the wheel, not exceeding the rolling resistance at rest.

Contact pressure diagrams are obtained at different values of the torque applied to the wheel. It is shown that as the torque increases, the maximum value of the contact pressure increases, and the position of this maximum shifts in the direction of possible rolling. From the condition of violating the contact area dimen-

sions at the beginning of rolling, an analytical expression is derived for the moment of rolling resistance at rest. The calculated dependence of this moment on the wheel draft is compared with known experimental data. When describing stationary free rolling, the asymmetry of the contact pressure corresponding to the beginning of rolling and the loss of energy during deformation of the viscoelastic material of the wheel rim are taken into account.

The dependences of the coefficient of rolling resistance and wheel draft on the speed of the wheel center of mass at a fixed value of the vertical load are obtained. It is shown that taking into account the initial asymmetry of the contact pressure leads to a more intensive increase in the calculated estimates of the resistance coefficient and a less marked decrease in the wheel draft with an increase in rolling speed.

Keywords: contact pressure, rolling resistance moment, Winkle model, relaxation kernel.

Funding: The work is supported by Belarusian Foundation for Basic Research (project T21ЭТ-016).

Reference for citing:

Chernous DA, Kodnyanko EV. Calculation of the coefficient of free rolling resistance for the wheel with deformable rim. *Transport Engineering*. 2022; 9:30 – 40. doi: 10.30987/2782-5957-2022-9-30-40.

Введение

Одной из теоретических основ тяговых расчетов транспортных средств является решение контактной задачи о взаимодействии катящегося колеса с опорной поверхностью. Решению данной задачи посвящено множество теоретических и экспериментальных научных работ. Однако до настоящего времени недостаточно подробно исследовано изменение распределения контактного давления при приложении к покоящемуся колесу малого крутящего момента, не превышающего момента сопротивления качению в покое M_{c0} . Кроме того, отсутствует математически строгая, достаточно универсальная и общепризнанная методика расчета самого момента M_{c0} .

В работах [1, 2] в качестве условия начала качения колеса принято смещение нормальной реакции со стороны опорной поверхности до границы области контакта. При этом используется аналогия между задачами о качении и о опрокидывании. Однако данные задачи не идентичны, а получаемые в указанных работах расчетные оценки коэффициента сопротивления ка-

чению оказываются существенно завышенными. Так, в работе [3] показано, что при начале качения автомобильных колес смещение нормальной реакции может составлять 5 – 10 % от общей ширины области контакта. С другой стороны, в работах [4, 5] утверждается, что деформационная компонента момента сопротивления качению определяется только потерями энергии при взаимном циклическом нагружении контактирующих тел в процессе качения. Данные потери обусловлены неидеальной упругостью, в частности вязкостью, материалов колеса и опорной поверхности. Однако сопоставить указанные потери с моментом сопротивления качению в покое не представляется возможным.

В связи с вышесказанным, целью настоящего исследования является описание нарушения симметрии в распределении контактного давления перед началом качения колеса и анализ влияния данной асимметрии на момент сопротивления качению.

Сопротивление качению в покое

В качестве упрощенной модели колеса рассмотрим жесткий цилиндр с образующей длины b , радиусом R и деформируемым ободом толщиной h ($h \ll R$). Модель

представлена на рис. 1. Подобная модель используется при анализе качения автомобильного колеса [6] и роликов с антифрикционным полимерным покрытием [7].

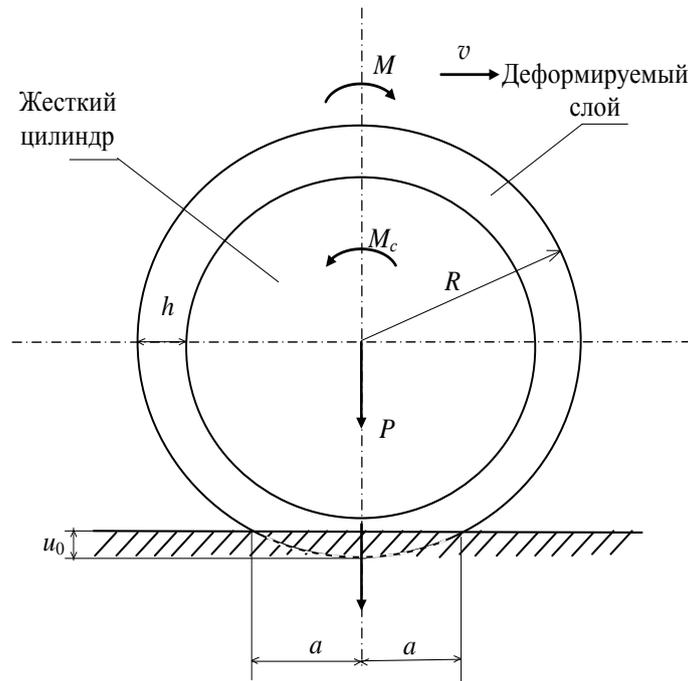


Рис. 1. Упрощенная структурная модель колеса
Fig. 1 Simplified structural model of the wheel

Толщина деформируемого слоя достаточно мала, чтобы при решении контактной задачи можно было использовать модель основания Винклера [8]. В соответствии с данной моделью давление p в окрестности некоторой точки поверхности деформируемого слоя прямо пропорционально вертикальному смещению u данной точки.

$$p = \frac{k_n}{h} u. \quad (1)$$

Здесь k_n – коэффициент жесткости, определяющийся упругими характеристиками материала деформируемого слоя.

В работе [9] было показано, что для тонкого упругого изотропного слоя, адгезионно связанного с недеформируемым

основанием, коэффициент k_n задается соотношением

$$k_n = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}. \quad (2)$$

Здесь E , ν – модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала слоя соответственно.

При приложении к колесу вертикальной нагрузки P центр масс колеса сместится по вертикали на некоторое расстояние u_0 . При этом область контакта будет иметь форму полосы шириной $2a$ и длиной b . Расчет значений u_0 и a при заданном значении P приведен, в частности, в работе [10]. Вертикальные смещения точек поверхности деформируемого слоя будут зависеть от координаты x , отсчитываемой от центра области контакта

$$u = u_0 - R + \sqrt{R^2 - x^2} \approx u_0 - \frac{x^2}{2R} = \frac{a^2}{2R} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right). \quad (3)$$

Полуширина области контакта a связана со смещением u_0

$$a = \sqrt{2Ru_0}. \quad (4)$$

В соответствии с моделью основания Винклера, для контактного давления получим

$$p = \frac{k_n}{h} u = \frac{k_n}{h} \frac{a^2}{2R} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) = p_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right).$$

Значение полуширины a при заданной силе P определяется из условия равновесия колеса

$$P = b \int_{-a}^a p dx \quad (5)$$

После выполнения математических преобразований получим

$$P = bp_0 \frac{4}{3} a. \quad (6)$$

Следовательно

$$a = \left(\frac{3PRh}{2k_n b} \right)^{1/3}. \quad (7)$$

Приложим к колесу малый крутящий момент M . Если этот момент не превышает момента сопротивления качению в покое M_{c0} , то колесо будет поворачиваться вокруг центра. При этом к симметричной функции распределения смещений (3) следует добавить заранее неизвестную несимметричную функцию. Разложим эту функцию в ряд по малому параметру x/R и оставим только два слагаемых

$$u = \frac{a^2}{2R} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) + C_1 \frac{x}{R} + C_2 \frac{x^3}{R^3}. \quad (8)$$

На константы C_1 и C_2 накладываются условия неизменности области контакта

$$p(-a) = p(a) = 0. \quad (9)$$

После математических преобразований распределение контактного давления

при наличии малого (меньше M_{c0}) крутящего момента можно задать функцией

$$p = p_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \left(1 + \gamma \frac{x}{a}\right). \quad (10)$$

Здесь γ – безразмерный коэффициент, определяемый приложенным моментом. Для нахождения γ используем условие равновесия колеса в моментах

$$M = b \int_{-a}^a p x dx. \quad (11)$$

После выполнения математических преобразований получим

$$M = \gamma b p_0 \frac{4}{15} a^2 = \gamma P \frac{a}{5}. \quad (12)$$

При выводе соотношения (13) использовано равенство (7). В соответствии с функцией (11) значение коэффициента γ ограничено $\gamma_{\max} = 1$, при котором нарушается условие (10) неизменности области контакта и начинается качение. Следовательно, для момента сопротивления качению в покое можно получить

$$M_{c0} = \gamma_{\max} P \frac{a}{5} = P \frac{a}{5}. \quad (13)$$

Тогда для безразмерного коэффициента трения качения, равного отношению момента сопротивления к произведению вертикальной нагрузки на расстояние от центра масс колеса до опорной поверхности, получим

$$f_{k0} = \frac{M_{c0}}{P(R - u_0)} = 0,2 \frac{a}{R(1 - u_0/R)} = 0,283 \frac{\sqrt{z}}{1 - z}, \quad z = \frac{u_0}{R}. \quad (14)$$

Данное соотношение соответствует результатам работы [6]. Кроме того, установленная зависимость коэффициента трения качения от параметра z с приемлемой точностью описывает экспериментальные данные, приведенные в работе [11] (рис. 2). Экспериментальные данные представлены кружками с доверительными интервалами.

Коэффициент γ равен отношению приложенного момента M к моменту M_{c0} и изменяется от 0 до 1. На рис. 3 представлены распределения контактного давления при различных значениях γ . Можно отметить, что увеличение приложенного момента приводит к увеличению максимального значения давления и смещению положения данного максимума в направле-

нии возможного качения. Координата δ , соответствующая максимуму функции (10), определяется соотношением

$$\delta = \frac{a}{3\gamma}(\sqrt{3\gamma^2 + 1} - 1). \quad (15)$$

При отсутствии крутящего момента ($M = 0, \gamma = 0$) $\delta = 0$, а в момент начала качения ($M = M_{c0}, \gamma = 1$) $\delta = a/3$.

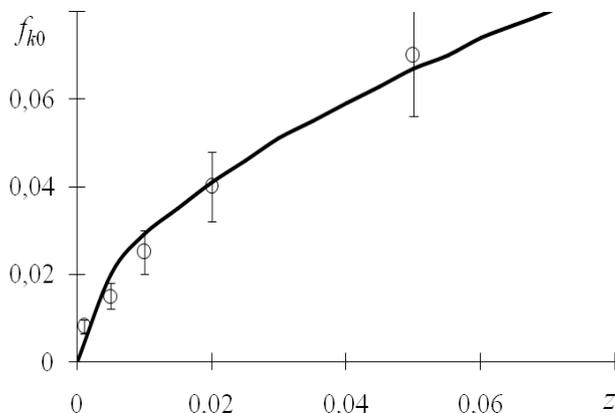


Рис. 2. Сопоставление результатов использования уравнения (14) с экспериментальными данными работы [11]

Fig. 2. Comparison of the results of using equation (14) with the experimental data of [11]

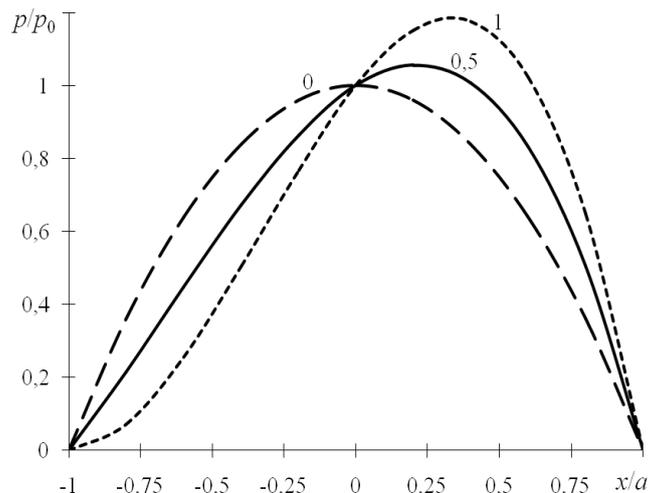


Рис. 3. Распределение контактного давления.

Числа у кривых соответствуют значению коэффициента γ

Fig. 3. Contact pressure distribution. The numbers of the curves correspond to the value of the coefficient γ

Само максимальное значение контактного давления вычисляется по формуле

$$p_m = \frac{2p_0}{27\gamma^2}(\sqrt{3\gamma^2 + 1} - 1 + 3\gamma^2)(\sqrt{3\gamma^2 + 1} + 2). \quad (16)$$

Величина p_m изменяется от p_0 при $M = 0$ до $p_{m\max} = 1,185p_0$ при $M = M_{c0}$. На рис. 4 представлены расчетные зависимости относительного значения максимального контактного давления и относитель-

ного значения смещения δ от коэффициента γ . Зависимости величин δ и p_m от крутящего момента в диапазоне от 0 до M_{c0} не линейны и имеют различный характер. При малых значениях крутящего момента

скорость возрастания смещения δ с увеличением M выше соответствующей скорости для максимального давления. При

больших значениях момента максимальное давление возрастает быстрее, чем смещение δ .

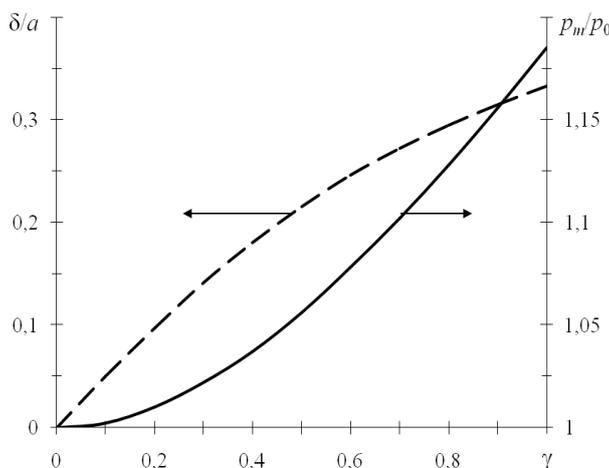


Рис. 4. Зависимость максимального контактного давления (сплошная кривая) и смещения δ (пунктирная) от γ
 Fig. 4. The dependence of the maximum contact pressure (solid curve) and the displacement δ (dotted) on the γ

Распределение вертикальных смещений точек деформируемого слоя при $M = M_{c0}$ определяется соотношением

$$u = \frac{a^2}{2R} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) \left(1 + \frac{x}{a} \right). \quad (17)$$

Свободное качение колеса

Если приложенный момент M превышает момент M_{c0} , то реализуется качение колеса. В процессе качения момент сопротивления выше M_{c0} и возрастает с увеличением скорости движения центра масс колеса. Компонента момента сопротивления, возрастающая со скоростью v , обусловлена потерями энергии при циклическом нагружении. В дальнейшем будем рассматривать только потери, связанные с вязкостью материала деформируемого обода. При одноосном напряженном состоянии вязкоупругого изотропного материала связь осевого напряжения σ с про-

дольной деформацией ε описывается уравнением [12]

$$\sigma(t) = E \left(\varepsilon(t) - \int_0^t K(t-\tau) \varepsilon(\tau) d\tau \right). \quad (18)$$

Здесь t – время; функция $K(t)$ – ядро релаксации.

Используя допущение о неизменности коэффициента Пуассона в процессах релаксации и ползучести [13], соотношение (1) с учетом (2) в случае вязкоупругого материала деформируемого обода можно переписать в виде

$$p = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)h} \left(u(t) - \int_0^t K(t-\tau) u(\tau) d\tau \right). \quad (19)$$

В рамках настоящей работы будем рассматривать только процесс стационарного качения, при котором центр масс колеса движется с постоянной скоростью v . В этом случае для точки обода колеса, которая в начальный момент времени ($t = 0$)

входит в область контакта, можно составить равенство

$$x = a_v - vt. \quad (20)$$

Здесь x – координата данной точки обода колеса в подвижной системе, связанной с центром колеса; a_v – полуширина

области «внедрения», которая удовлетворяет условию

$$u(-a_v) = u(a_v) = 0.$$

Как будет показано ниже, при ненулевой скорости v величина a_v будет отли-

чаться от полуширины, вычисляемой по формуле (8).

Учитывая (20) в уравнении (19) можно перейти от интегрирования по времени к интегрированию по координате

$$p(a_v, x) = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)h} \left(u(a_v, x) - \int_x^{a_v} K\left(\frac{\zeta-x}{v}\right) \frac{u(a_v, \zeta)}{v} d\zeta \right). \quad (21)$$

Здесь функция $u(a_v, x)$ полуширины a_v и координаты x определяется соотношением (18)

$$u(a_v, x) = \frac{a_v^2}{2R} \left(1 - \frac{x^2}{a_v^2} \right) \left(1 + \frac{x}{a_v} \right). \quad (22)$$

В работе [6] было высказано предположение о том, что при стационарном качении асимметрия распределения контактного давления, обусловившая момент сопротивления качению в покое, «исчезает». Согласно данной гипотезе

$$u(a_v, x) = \frac{a_v^2}{2R} \left(1 - \frac{x^2}{a_v^2} \right). \quad (23)$$

Вследствие потерь механической энергии при циклическом деформировании вязкоупругого материала в процессе качения нарушается симметрия области контакта. Размер данной области для положительных значений координаты x будем обозначать c , а для отрицательных значений координаты $-d$. Значения c и d определяются как решения двух нелинейных уравнений

$$p(a_v, -d) = 0, \quad p(a_v, c) = 0. \quad (24)$$

Здесь функция $p(a_v, x)$ задается равенством (21) с учетом (22) (или (23)). Решив уравнения (24), установим зависимости расстояний c и d от a_v . Затем полуширина a_v при заданной вертикальной силе P и скорости движения v определяется из условия равновесия

$$P = b \int_{-d(a_v)}^{c(a_v)} p(a_v, x) dx. \quad (25)$$

Затем определим момент сопротивления качению из условия равновесия в моментах

$$M_c = b \int_{-d(a_v)}^{c(a_v)} p(a_v, x) x dx. \quad (26)$$

В качестве примера использования описанной расчетной методики рассмотрим упрощенную структурную модель колеса в виде цилиндра радиуса $R = 0,1$ м шириной $b = 0,1$ м. Деформируемый обод толщиной $h = 5$ мм образована эластичным полиуретаном. Значения механических характеристик данного материала заимствованы из работы [13]. Мгновенный модуль Юнга $E = 5$ МПа; коэффициент Пуассона $\nu = 0,45$. Ядро релаксации может быть выбрано в виде одной экспоненциальной функции $K(t) = \frac{\lambda}{\tau} e^{-t/\tau}$. Здесь τ – время релаксации ($\tau = 0,2$ мс); δ – безразмерный параметр ядра релаксации ($\lambda = 0,347$). Размеры тела качения и материал покрытия соответствуют ролику скипа, находящегося в контакте с проводниками вертикального ствола шахты.

На рис. 5 представлены расчетные зависимости коэффициента сопротивления качению от скорости движения центра колеса при вертикальной нагрузке $P = 1$ кН. Использование соотношения (23) для смещения точек поверхности вязкоупругого слоя приводит к тому, что при $v \rightarrow 0$ коэффициент сопротивления качению равен нулю.

Данный вывод противоречит экспериментальным данным [11, 14]. Поэтому для сопоставления результатов использо-

вания соотношений (22) и (23) к последним добавляется коэффициент сопротивления качению в покое, вычисляемый по формуле (15). В рассматриваемом примере $f_{k0} = 0,017$.

При этом в диапазоне малых скоростей (для рассматриваемого примера $v < 3$ м/с) расчетная зависимость $f_k(v)$ близка к линейной, а оценки, полученные на основе двух сопоставляемых методик, практически совпадают.

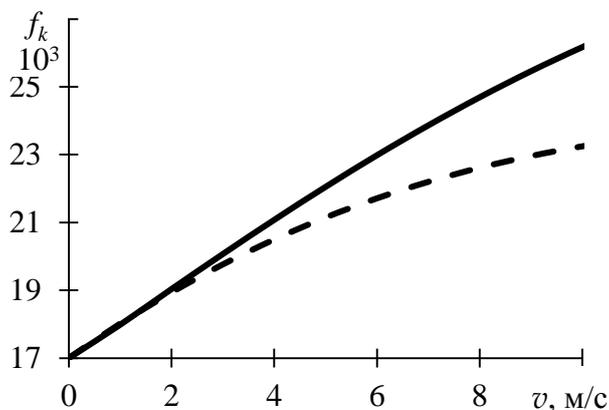


Рис. 5. Зависимость коэффициента сопротивления качению от скорости движения центра колеса.

Сплошная кривая – использование соотношения (22) для смещений;

пунктирная – соотношения (23) с добавлением f_{k0}

Fig. 5. The dependence of the rolling resistance coefficient on the speed of the wheel cent.

The solid curve is the use of the ratio (22) for offsets; the dotted curve is the ratio (23) with the addition of f_{k0}

При дальнейшем увеличении скорости учет «начальной» асимметрии распределения внедрений (соотношение (22)) приводит к большим расчетным значениям коэффициента сопротивления качению, чем при использовании соотношения (23). Экспериментальные данные о скоростной зависимости коэффициента f_k [14] свидетельствуют о том, что показатель степени скорости в эмпирических зависимостях составляет от 1 до 2. Для расчетной зави-

симости, построенной на основе соотношения (23), этот показатель меньше 1. Следовательно, расчетные оценки, полученные на основе соотношения (22), могут быть признаны более достоверными не только при $v \rightarrow 0$, но и в широком диапазоне значений скоростей.

На рис. 6 приведены зависимости осадки центра колеса от скорости движения этой точки.

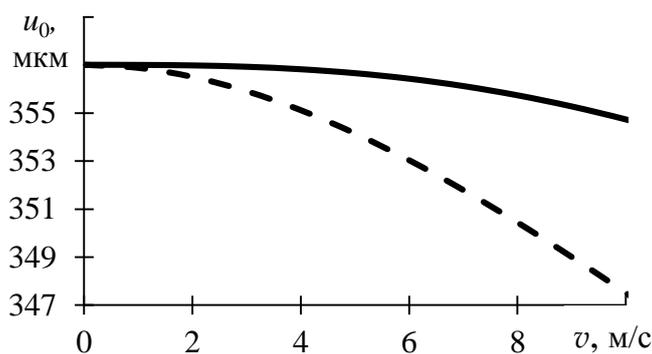


Рис. 6. Зависимость осадки центра колеса от скорости. Сплошная кривая – использование соотношения (22) для смещений; пунктирная – соотношения (23)

Fig. 6. Dependence of the wheel center draft on the speed. Solid curve - use of relation (22) for displacements; dashed - relations (23)

Осадка определялась согласно формуле (4) с учетом влияния скорости

$$u_0 = \frac{a_v^2}{2R}. \quad (27)$$

Как и следовало ожидать, с увеличением скорости осадка центра колеса при фиксированной вертикальной нагрузке снижается. При использовании традиционной методики (соотношение

(23)) данное снижение расчетных значений u_0 проявляется более существенно, чем при учете начальной асимметрии внедрений (соотношение (22)).

Заключение

Показано, что предложенная расчетная методика позволяет получить приемлемые расчетные оценки коэффициента сопротивления качению в покое. Установлено, что для рассматриваемой модели колеса смещение нормальное реакции поверхности при начале качения составляет 10 % от исходной длины области контакта. Также отмечено, что вследствие асимметрии контактного дав-

ления при приложении к колесу крутящего момента максимальное давление при начале качения на 18,5 % превышает соответствующую величину до приложения момента. Допущение о сохранении асимметрии распределения внедрений в процессе стационарного качения позволяет получить уточненную скоростную зависимость коэффициента сопротивления качению.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Cherepanov G.P. The Contact Problem of the Mathematical Theory of Elasticity with Stick and Slip Areas. *The Theory of Rolling and Tribology. J. Appl. Math. Mech.* 2015. Vol. 79, no 1. Pp. 81-101. <https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2015.04.021>.
2. Юрдин А.А., Антонов Ю.А. Теоретическая оценка влияния деформации тела на силу трения качения. *Вестник Кузбасского государственного технического университета «Теоретическая механика»*. 2009. Т.25. С. 36-38. ISSN 1999-4125.
3. Рыков С.П. Экспериментальные исследования поглощающей и сглаживающей способности пневматических шин: Испытательный комплекс, методики проведения экспериментов и обработки результатов : монография. Братск: БрГТУ, 2004. 322 с. ISBN 5816601180.
4. Johnson K.L. *Contact mechanics*. Cambridge : Cambridge University Press, 1985. 510 p. ISBN 5-03-000994-9.
5. Иванов А.П. О трении качения. *Доклады академии наук*. 2019. Т. 485, № 3. С. 295-299. <https://doi.org/10.31857/S0869-56524853295-299>.
6. Довгяло В.А., Бочкарев Д.И., Черноус Д.А. и др. Взаимодействие в системе «пневматическое колесо-рельс» транспортного средства на комбинированном ходу. *Трение и износ*. 2008. Т.29, № 6. С. 604-612. ISSN 0202-4077.
7. Беспорточный А. И. Асимптотические режимы гидродинамического контакта жестких цилиндров, покрытых тонкими упругими слоями. *Труды Московского физико-технического института*. 2011. Т. 3. №. 1. С. 28-34. URL: https://mipt.ru/upload/779/Pages_from_28-34-arphcx11tgs.pdf.
8. Черноус Д.А., Коднянко Е.В. Оценка применимости модели Винклера основания для анизотропного покрытия. *Механика. Исследования и инновации*: сб. науч. тр. Белорусский государственный университет транспорта; ред. А.О. Шимановский. Гомель, 2020. Выпуск 13. С. 166-182. ISSN 2519-8742.
9. Кравчук А.С., Кравчук А.И. Прикладные контактные задачи для обобщенной стержневой модели покрытия : монография. СПб: Наукоемкие технологии, 2019. 221 с. URL: https://publishing.intelgr.com/archive/core_mode1.pdf. ISBN 978-5-66042710-0-1.
10. Шилько С.В., Черноус Д.А., Бухаров С.Н. и др. Метод расчета коэффициента сопротивления качению автомобильных шин на основе моделирования термовязкоупругого деформирования шинных резин. *Актуальные вопросы машиноведения*: сб. науч. тр. ОИМ НАН Беларуси. Минск, 2021. Вып. 10. С. 124–128. ISSN 2306-3084.
11. Смирнов Г.А. Теория движения колёсных машин. Москва : Машиностроение. 1990. 352 с. ISBN 5-217-01093-2.
12. Christensen R.M. *Theory of Viscoelasticity*, 2nd ed. New York : Academic Press, 1982. 378 p. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-174252-2.X5001-7>. ISBN 978-0-12-174252-2.
13. Ferry J.D. *Viscoelastic properties of polymers*, 3rd ed. New York-London : Wiley, 1980. 672 p. ISBN: 978-0-471-04894-7.
14. Можаровский В.В., Хотько А.В., Анфиногенов С.Б. и др. Определение сопротивления качению автомобильных шин в зависимости от условий эксплуатации. Ч. 1 Методика многофакторного эксперимента. *Трение и износ*. 2007. Т.28, № 3. С. 151-157. ISSN 0202-4077.

REFERENCES

1. Cherepanov GP. The Contact Problem of the Mathematical Theory of Elasticity with Stick and Slip Areas [Internet]. The Theory of Rolling and Tribology. J. Appl. Math. Mech. 2015;79(1):81-101. Available from: <https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2015.04.021>.
2. Yuridin AA, Antonov YuA. Theoretical assessment of the effect of body deformation on the rolling friction force. Bulletin of the Kuzbass State Technical University "Theoretical Mechanics". 2009;25:36-38.
3. Rykov SP. Experimental studies of the absorbing and smoothing ability of pneumatic tires: test complex, methods of conducting experiments and processing results: monograph. Bratsk: BrSTU; 2004.
4. Johnson KL. Contact mechanics. Cambridge: Cambridge University Press; 1985.
5. Ivanov AP. On rolling friction [Internet]. Reports of the Academy of Sciences. 2019;485(3):295-299. Available from: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524853295-299>.
6. Dovgalyo VA, Bochkarev DI, Chernous DA. Interaction in pneumatic wheel-rail system of a vehicle on a combined course. Friction and Wear. 2008;29(6):604-612.
7. Besportochny AI. Asymptotic modes of hydrodynamic contact of rigid cylinders covered with thin elastic layers [Internet]. Proceedings of the Moscow Institute of Physics and Technology. 2011;3(1):28-34. Available from: https://mipt.ru/upload/779/Pages_from_28-34-arphcx11tgs.pdf
8. Chernous DA, Kodnyanko EV. Assessment of the applicability of Winkle model for anisotropic coating. Mechanics. Research and Innovation: Collection of scientific papers. Gomel: Belarusian State University of Transport. 2020;13:166-182.
9. Kravchuk AS, Kravchuk AI. Applied contact problems for a generalized core coating model: monograph [Internet]. St. Petersburg: Naukopemkie Tekhnologii; 2019. Available from: https://publishing.intelgr.com/archive/core_model.pdf. ISBN 978-5-66042710-0-1.
10. Shilko SV, Chernous DA, Bukharov SN. Method for calculating the rolling resistance coefficient of automobile tires based on modeling of thermoviscoelastic deformation of tire rubbers. Topical issues of machine science: collection of scientific papers of the National Academy of Sciences of Belarus. Minsk. 2021;10:124-128.
11. Smirnov GA. Theory of motion of wheeled vehicles. Moscow: Mashinostroenie; 1990.
12. Christensen RM. Theory of Viscoelasticity. 2nd ed [Internet]. New York: Academic Press; 1982. Available from: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-174252-2.X5001-7>. ISBN 978-0-12-174252-2.
13. Ferry JD. Viscoelastic properties of polymers. 3rd ed. New York-London: Wiley; 1980.
14. Mozharovsky VV, Khotko AV, Anfinogenov SB. Finding the rolling resistance of automobile tires depending on operating conditions: method of multifactorial experiment. Friction and Wear. 2007;28(3):151-157.

Информация об авторах:

Черноус Дмитрий Анатольевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Техническая физика и теоретическая механика» учреждения образования «Белорусский государственный университет транспорта», 246653, ул. Кирова 34, г. Гомель, Республика Беларусь, тел. 8 (0232) 95-29-51, E-mail: tm@bsut.by; ведущий научный сотрудник лаборатории 2.1 «Механика композитов и биополимеров» Государственного научного учреждения «Институт механики металлополимерных систем им. В.А. Белого» НАН Беларуси, 246050, ул.

Chernous Dmitry Anatolyevich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Technical Physics and Theoretical Mechanics at Belarusian State University of Transport; 34, Kirova Street, Gomel, 246653, Republic of Belarus; phone: 8 (0232) 95-29-51, E-mail: tm@bsut.by; Leading researcher of the laboratory 2.1 “Mechanics of Composites and Biopolymers” at Metal-Polymer Research Institute of National Academy of Sciences of Belarus; 32-a, Kirova Street, Gomel, Republic of Bela-

Кирова, 32-а, г. Гомель, Республика Беларусь, тел. 8 (0232) 34-06-31, E-mail: shilko_mpri@mail.ru.

Коднянко Елена Викторовна – инженер по научно-технической информации отдела «Научно-технической информации» ЗАО «Солигорский Институт проблем ресурсосбережения с Опытным производством», 223710, ул. Козлова 69, г. Солигорск, Республика Беларусь, тел. 8 (0174) 33-01-07, E-mail: onti@sipr.by; аспирант учреждения образования «Белорусский государственный университет транспорта».

rus; phone: 8 (0232) 34-06-31, E-mail: shilko_mpri@mail.ru.

Codnyanko Elena Viktorovna, Engineer of the Department of Scientific and Technical Information at Soligorsk Institute of Resources Saving Problems with Pilot Production; 69, Kozlova Street, Soligorsk, 223710, Republic of Belarus; phone: 8 (0174) 33-01-07, E-mail: onti@sipr.by; Postgraduate student of Belarusian State University of Transport.

**Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.
Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article.**

**Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.
The authors declare no conflicts of interests.**

**Статья опубликована в режиме Open Access.
Article published in Open Access mode.**

Статья поступила в редакцию 14.04.2022; одобрена после рецензирования 11.05.2022; принята к публикации 25.08.2022. Рецензент – Волохов Г.М., доктор технических наук, заведующий отделением динамики и прочности подвижного состава и инфраструктуры Акционерного общества «Научно-исследовательский и конструкторско-технологический институт подвижного состава, член редколлегии журнала «Транспортное машиностроение».

The article was submitted to the editorial office on 14.04.2022; approved after review on 11.05.2022; accepted for publication on 25.08.2022. The reviewer is Volokhov G.M., Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of Dynamics and Strength of Rolling Stock and Infrastructure of the Joint Stock Company "Research, Design and Technological Institute of Rolling Stock, member of the Editorial Board of the journal *Transport Engineering*.