

## Машиностроение Mechanical engineering

Научная статья  
Статья в открытом доступе  
УДК: 681.5.015  
doi: 10.30987/2782-5957-2022-7-9-18

### ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ЗОНОЙ НЕЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ УПРУГОГО ЭЛЕМЕНТА И СУХИМ ТРЕНИЕМ ПО ГОДОГРАФАМ

Вячеслав Михайлович Недашковский<sup>1</sup>, Сергей Александрович Сакулин<sup>2✉</sup>,  
Елизавета Алексеевна Тихомирова<sup>3</sup>, Ирина Геннадьевна Боровик<sup>4</sup>

<sup>1, 2, 3, 4</sup> Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Россия, г. Москва

<sup>1</sup> vmniu3@bmstu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8282-8199>

<sup>2</sup> sakulin@bmstu.ru, <https://orcid.org/0000-0001-9218-9725>

<sup>3</sup> elizarti@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-5176-3559>

<sup>4</sup> big@bmstu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-6961-6212>

**Аннотация.** Цель исследования заключается в повышении эффективности идентификации параметров динамических систем, имеющих в своем составе упругий элемент с зоной нечувствительности и сухим трением по экспериментальным данным. Задача, решению которой посвящена статья, состоит в разработке алгоритма идентификации, позволяющего определить параметры частотной передаточной функции нелинейной динамической системы по всем экспериментально полученным точкам частотного годографа системы. Методы исследования базируются на теории динамических систем, в частности на гармонической линеаризации. Новизна работы состоит в применении в качестве меры близости для годографов системы и модели суммы квадратов модулей модификации отклонений точек годографа модели системы от соответствующих экспериментально полученных точек годографа системы. Результатом исследова-

ния является алгоритм идентификации нелинейной системы, который сводится к решению системы уравнений, линейной относительно неизвестных параметров передаточной функции модели системы. Вычислительный эксперимент показал, что ошибки определения значений параметров системы с зоной нечувствительности упругого элемента и нелинейностью типа «сухое трение» приближенно равны ошибкам измерений экспериментальных отсчетов годографа этой системы. Основным выводом по исследованию состоит в том, что разработанный алгоритм целесообразно применять для решения практических задач идентификации нелинейных систем, в состав которых входят упругий элемент с зоной нечувствительности и сухим трением.

**Ключевые слова:** Динамическая система, зона нечувствительности упругого элемента, сухое трение, идентификация, частотный годограф.

**Финансирование:** Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ №19-29-06090 и РНФ № 22-21-00711.

Ссылка для цитирования:

Недашковский В.М. Идентификация динамической системы с зоной нечувствительности упругого элемента и сухим трением по годографам / В.М. Недашковский, С.А. Сакулин, Е.А. Тихомирова, И.Г. Боровик // Транспортное машиностроение. – 2022. - № 7. – С. 9 – 18. doi: 10.30987/2782-5957-2022-7-9-18.

## IDENTIFICATION OF DYNAMIC SYSTEM WITH DEAD ZONE OF THE ELASTIC ELEMENT AND DRY FRICTION ALONG CURVES

Vyacheslav Mikhailovich Nedashkovsky<sup>1</sup>, Sergey Aleksandrovich Sakulin<sup>2✉</sup>, Elizaveta Alekseevna Tikhomirova<sup>3</sup>, Irina Gennadievna Borovik<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

<sup>1</sup> vmniu3@bmstu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8282-8199>

<sup>2</sup> sakulin@bmstu.ru, <https://orcid.org/0000-0001-9218-9725>

<sup>3</sup> elizarti@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-5176-3559>

<sup>4</sup> big@bmstu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-6961-6212>

**Abstract.** The study objective is to increase the efficiency of identifying parameters of dynamic systems that have an elastic element with a dead zone and dry friction in their composition according to experimental data. The problem to which the paper is devoted is to develop an identification algorithm that allows defining the parameters of the frequency response function of a nonlinear dynamic system for all experimentally obtained points of the system frequency curve. The research methods are based on the theory of dynamical systems, in particular on harmonic linearization. The novelty of the work is in applying modules of modifying deviations of the curve points of the system model from the corresponding experimentally obtained system curve points as a measure of proximity for the system curves and the model of the sum of squares.

The study result is an algorithm for identifying a nonlinear system, which is reduced to solving a system of equations linear to unknown parameters of the transfer function of the system model. Computing experiment showed that the errors in defining the values of the system parameters with a dead zone of an elastic element and a non-linearity of dry friction type are approximately equal to the measurement errors of the experimental readings of this system curve. The main conclusion of the study is that the developed algorithm should be used to solve practical problems of identifying nonlinear systems, which include an elastic element with a dead zone and dry friction.

**Keywords:** Dynamic system, dead zone of elastic element, dry friction, identification, frequency hodograph.

**Funding:** The study was carried out with the financial support of RFBR No. 19-29-06090 and RSF No. 22-21-00711.

*Reference for citing:*

Nedashkovsky VM, Sakulin SA, Tikhomirova EA, Borovik IG. Identification of dynamic system with dead zone of the elastic element and dry friction along curves. *Transport Engineering*. 2022; 7: 9 – 18. doi: 10.30987/2782-5957-2022-7-9-18.

### Введение

Первичная разработка, модификация и прототипирование различных динамических устройств связаны с необходимостью проведения большого количества экспериментов. В ходе этих экспериментов характеристики устройств могут быть получены посредством изучения отклика на заранее заданные тестовые воздействия, применяемые к устройствам. Устройства, обладающие рядом заранее известных характеристик, объединяются в соответствующий класс. В настоящей работе рассматривается задача идентификации динамической системы, которой соответствует класс устройств, имеющих в своем составе упру-

гие элементы с зоной нечувствительности и с сухим трением.

Актуальность работы обусловлена необходимостью проведения экспериментальных исследований на этапе разработки, прототипирования и внедрения в производство различных устройств в машиностроении и на транспорте. В настоящее время в этих отраслях в нашей стране возрастает активность коллективов разработчиков во взаимодействии с производителями различного оборудования. Кроме того, в ряде случаев требуется доработка уже эксплуатирующегося оборудования. В частности, в хлопкопрядении к устрой-

ствам рассматриваемого класса относятся следящие приводы, которые управляют линейной плотностью выпускаемого полуфабриката (чесальной ленты) [1]. От стабильности линейной плотности продукта, получаемого с чесальных, ленточных и ровничных машин, во многом зависит качество пряжи и, как следствие, качество выпускаемых тканей. Регуляторы линейной плотности на каждом из участков технологического процесса управляют соответствующими вытяжными устройствами. От скорости рабочих органов вытяжного устройства непосредственно зависит линейная плотность получаемого полуфабриката. В состав следящего привода входят упругий элемент с зоной нечувствительности и сухим трением. В производстве проката качество продукции во многом зависит от стабильности ее геометрических размеров. Оборудование прокатных станов содержит приводы клетей, в состав которых также входят устройства рассматриваемого класса [2].

Предполагается, что с реального устройства, описываемого нелинейным дифференциальным уравнением второго

порядка, путем подачи гармонического сигнала получены амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики. Решив соответствующие уравнения, можно построить динамическую модель того или иного устройства, которая необходима для его дальнейшего совершенствования. Для решения уравнений необходимо путем обработки экспериментальных данных определить все их коэффициенты. Кроме того, ввиду наличия случайных воздействий в виде помех на реальных производствах, необходимо оценить величину возможных ошибок, обусловленных этими помехами. Такую оценку можно получить на основе статистического моделирования. При синусоидальном входном воздействии на динамическую систему в ней возникнут незатухающие колебания с амплитудой и частотой, которые можно зафиксировать в ходе эксперимента. На основе этих данных возможно применить для идентификации метод гармонической линеаризации. Установившиеся в системе незатухающие колебания будут описываться следующим уравнением:

$$a_2 \ddot{x}(t) + g \operatorname{sign} \dot{x}(t) + F(x(t)) = q \sin \omega t \quad (1)$$

В этом уравнении  $F(x(t))$  – зависимость силы, действующей на пружину от координаты  $x(t)$ . Эта зависимость содер-

жит зону нечувствительности и приведена на рис 1.

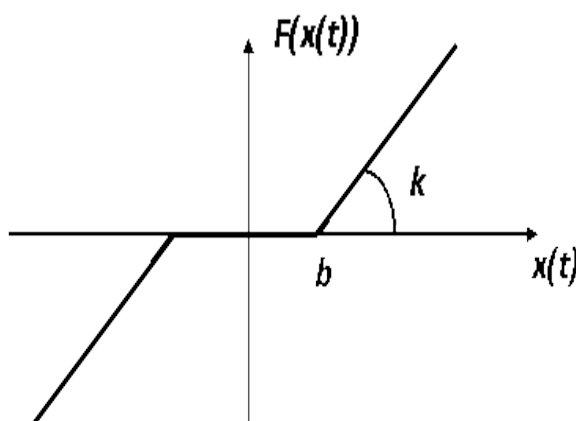


Рис. 1. Зависимость силы, действующей на пружину от координаты  $x(t)$   
*Fig. 1. The dependence of the force acting on the spring on the  $x(t)$  coordinate*

На рис. 1:  $k$  – коэффициент жесткости пружины,  $b$  – параметр, определяющий ширину зоны нечувствительности. Зави-

симость силы трения от координаты  $\dot{x}(t)$ , определяющая сухое трение, приведена на рис. 2.

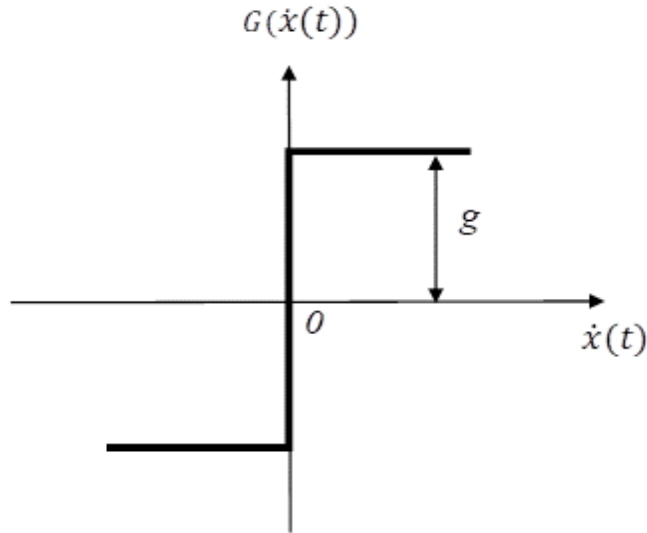


Рис. 2. Зависимость силы трения от координаты  $\dot{x}(t)$ , определяющая сухое трение  
 Fig. 2. The dependence of the friction force on the coordinate  $\dot{x}(t)$ , determining dry friction

На рис. 2:  $g$  – сила сухого трения.

#### Материалы, модели, эксперименты и методы.

Исходными данными для нахождения значений параметров  $k, b, a_2, g$  уравнения (1) служат экспериментально полученные амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики системы, представленные в виде годографа. Зависимости силы, действующей на пружину с зоной нечувствительности от координаты  $x(t)$  и

зависимость силы трения  $g$  от координаты  $\dot{x}(t)$ , определяющая сухое трение, можно заменить на зависимости, определяемые коэффициентами гармонической линеаризации [3, 4]. При такой замене вынужденные колебания системы будут определяться уравнением

$$a_2 \ddot{x}(t) + a_1(\omega) \dot{x}(t) + a_0(\omega) x(t) = q \sin \omega t, \quad (2)$$

где, в соответствии с [2]

$$a_0(\omega) = k - \frac{2k}{\pi} \left( \arcsin \frac{b}{A(\omega)} + \frac{b}{A(\omega)} \sqrt{1 - \frac{b^2}{A(\omega)^2}} \right), \quad (3)$$

$$a_1(\omega) = 4g / (\pi A(\omega) \omega). \quad (4)$$

Здесь  $A(\omega)$  – амплитуда синусоидальной составляющей колебаний системы на частоте  $\omega$ . Рассмотрим колебания си-

стемы, которые удовлетворяют условию  $0 < \frac{b}{A(\omega)} < 0.5$ . С учетом допущения, что

$$\arcsin \frac{b}{A(\omega)} \approx \frac{b}{A(\omega)}, \quad \frac{b}{A(\omega)} \sqrt{1 - \frac{b^2}{A(\omega)^2}} \approx \frac{b}{A(\omega)},$$

коэффициент гармонической линеаризации  $e_0(\omega)$  для таких колебаний можно вместо (3) описать упрощенным выражением:

$$a_0(\omega) = k - 4kb / (\pi A(\omega)) \quad (5)$$

с учетом обозначения

$$s = 4kb / \pi \quad (6)$$

вместо (5) можем записать

$$a_0(\omega) = k - s / A(\omega). \quad (7)$$

С учетом обозначения  
 $v = 4g / \pi$  (8)  
 вместо (4) можем записать  
 $a_1(\omega) = 4v / (A(\omega)\omega)$ . (9)

Подставляя в (2) коэффициенты гармонической линеаризации (7) и (9), получим частотную передаточную функцию вида:

$$W(j\omega) = \frac{1}{k - \frac{s}{A(\omega)} - a_2\omega^2 + \frac{v}{A(\omega)}j}. \quad (10)$$

Параметры  $k, s, a_2, v$  частотной передаточной функции (10), можно получить, решив соответствующую задачу идентификации [5-8].

Функцию (10) можно переписать в альтернативном виде:

$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$ ,  
 где  $P(\omega)$  и  $jQ(\omega)$  - вещественная и мнимая части частотной передаточной функции соответственно, определяемые следующими выражениями:

$$P(j\omega) = \frac{k - \frac{s}{A(\omega)} - a_2\omega^2}{(k - \frac{s}{A(\omega)} - a_2\omega^2)^2 + (\frac{v}{A(\omega)})^2},$$

$$Q(j\omega) = -\frac{\frac{v}{A(\omega)}}{(k - \frac{s}{A(\omega)} - a_2\omega^2)^2 + (\frac{v}{A(\omega)})^2}. \quad (11)$$

Амплитуду вынужденных колебаний динамической системы для частоты  $\omega$  можно получить из соотношения  $A^2(\omega) = P^2(\omega) + Q^2(\omega)$  или с учетом (11)

$$A(\omega) = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - 4TU}}{2S}.$$

Здесь  $R = (k - a_2 \omega^2)^2$ ,  $T = -2(k - a_2 \omega^2)s$ ,  
 $U = s^2 + v^2 - 1$ .

Частотную передаточную функцию  $W(j\omega)$  можно представить в виде соответствующего

годографа на комплексной плоскости.

При экспериментальном оценивании частотных характеристик реальных устройств, особенно в реальных производственных условиях необходимо учитывать возможные случайные воздействия (помехи). Эти воздействия приводят к тому, что точки годографа смещаются случайным образом. Обозначим вещественные и мнимые значения отсчетов экспериментально полученного годографа  $W_s(j\omega)$  устройства для  $n$  значений частот  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{nexp}$

$$P_1 = P(\omega_1), \dots, P_{nexp} = P(\omega_{nexp}), \quad Q_1 = Q(\omega_1), \dots, Q_{nexp} = Q(\omega_{nexp}). \quad (12)$$

С учетом того, что вид передаточной функции известен заранее, соответствующий годограф будет принадлежать классу годографов, задаваемых моделью  $W_m(j\omega)$  с учетом (10)

$$W_m(j\omega) = \frac{1}{k_m - \frac{s_m}{A(\omega)} - e_2\omega^2 + \frac{v_m}{A(\omega)}j}.$$

или в виде

$$W_m(j\omega) = \alpha / (\gamma + j\delta),$$

где

$$\alpha = 1, \quad \gamma = k_m - s_m/A(\omega) - e_2\omega^2, \quad \delta = v_m/A(\omega).$$

Идентификацию рассматриваемой системы можно свести к решению системы линейных уравнений относительно неизвестных параметров  $k_m, s_m, e_2, v_m$  [9]

$$\Phi \bar{e} = \bar{u}, \quad (13)$$

$$v_m nexp = -\sum_{i=1}^{nexp} \frac{Q_i}{\sqrt{P_i^2 + Q_i^2}}.$$

где

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{00} & \Phi_{01} & \Phi_{02} \\ \Phi_{10} & \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{20} & \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix}, \quad \bar{e} = \begin{bmatrix} k_m \\ s_m \\ e_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{u} = \begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}.$$

Здесь элементы матрицы  $\Phi$  и элементы вектора  $\bar{u}$  имеют значения

$$\begin{aligned} \Phi_{00} &= \sum_{i=1}^{rexp} (P_i^2 + Q_i^2), & \Phi_{01} &= -\sum_{i=1}^{rexp} \sqrt{P_i^2 + Q_i^2}, & \Phi_{02} &= -\sum_{i=1}^{rexp} (P_i^2 + Q_i^2) \omega_i^2, \\ \Phi_{10} &= \sum_{i=1}^{rexp} \sqrt{P_i^2 + Q_i^2}, & \Phi_{11} &= -rexp, & \Phi_{12} &= -\sum_{i=1}^{rexp} \sqrt{P_i^2 + Q_i^2} \omega_i^2, \\ \Phi_{20} &= \sum_{i=1}^{rexp} (P_i^2 + Q_i^2) \omega_i^2, & \Phi_{21} &= -\sum_{i=1}^{rexp} \sqrt{P_i^2 + Q_i^2} \omega_i^2, & \Phi_{22} &= -\sum_{i=1}^{rexp} (P_i^2 + Q_i^2) \omega_i^4, \\ u_0 &= \sum_{i=1}^{rexp} P_i, & u_1 &= \sum_{i=1}^{rexp} \frac{P_i}{\sqrt{P_i^2 + Q_i^2}}, & u_2 &= \sum_{i=1}^{rexp} P_i \omega_i^2. \end{aligned}$$

Решая систему уравнений (13), получим выражения для параметров  $k_m, s_m, e_2$  в виде формул Крамера

$$k_m = H_0 / H, \quad s_m = H_1 / H, \quad e_2 = H_2 / H,$$

где

$$\begin{aligned} H &= \begin{vmatrix} \Phi_{00} & \Phi_{01} & \Phi_{02} \\ \Phi_{10} & \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{20} & \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{vmatrix}, & H_0 &= \begin{vmatrix} u_0 & \Phi_{01} & \Phi_{02} \\ u_1 & \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ u_2 & \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{vmatrix}, \\ H_1 &= \begin{vmatrix} \Phi_{00} & u_0 & \Phi_{02} \\ \Phi_{10} & u_1 & \Phi_{12} \\ \Phi_{20} & u_2 & \Phi_{22} \end{vmatrix}, & H_2 &= \begin{vmatrix} \Phi_{00} & \Phi_{01} & u_0 \\ \Phi_{10} & \Phi_{11} & u_1 \\ \Phi_{20} & \Phi_{21} & u_2 \end{vmatrix}, \end{aligned}$$

а для параметра  $v_m$

$$v_m = -\frac{1}{rexp} \sum_{i=1}^{rexp} \frac{Q_i}{\sqrt{P_i^2 + Q_i^2}}$$

С учетом обозначений (6) и (8) получим

$$b_m = \pi s_m / (4k_m), \quad g_m = \pi v_m / 4.$$

Вычислительный эксперимент по оценке ошибок в значениях параметров частотной передаточной функции системы, полученных с применением разработанного алгоритма, проведен для значений  $k = 1,0; b = 0,1; e_2 = 1,0; g = 0,5$ . Ошибки измерения отсчетов  $P_i, Q_i$  (12) экспериментально полученного годографа были выбраны случайно в соответствии с равномерным законом плотности распределения вероятностей в интервале  $[-0,1; 0,1]$ . Число вычислительных экспериментов  $rexp = 20$ . Проводилось  $rser = 200$  серий таких экспе-

риментов в частотном диапазоне от 0.2 до 2.0 Гц. В сериях экспериментов вычислялись шибки  $errk = k - k_m, errb = b - b_m, erra_2 = a_2 - e_2, errg = g - g_m$ , определения параметров  $k, b, a_2, g$  и среднеквадратические отклонения  $sko$  для случайных величин  $errk, errb, erra_2, errg$ :  $sko\_errk = 0,0279; sko\_errb = 0,0234; sko\_errg = 0,0150$ .

Также построены гистограммы для этих величин. На рис. 3-5, приведены примеры гистограмм для случайных величин  $errk, errb, errg$ .

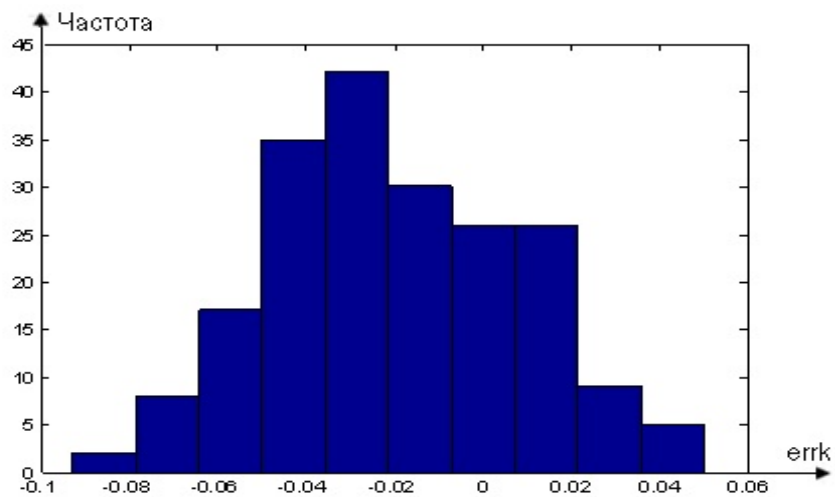


Рис. 3. Гистограмма ошибки  $err_k$  определения параметра  $k$   
 Fig. 3. Histogram of the error  $err_k$  for determining the parameter  $k$

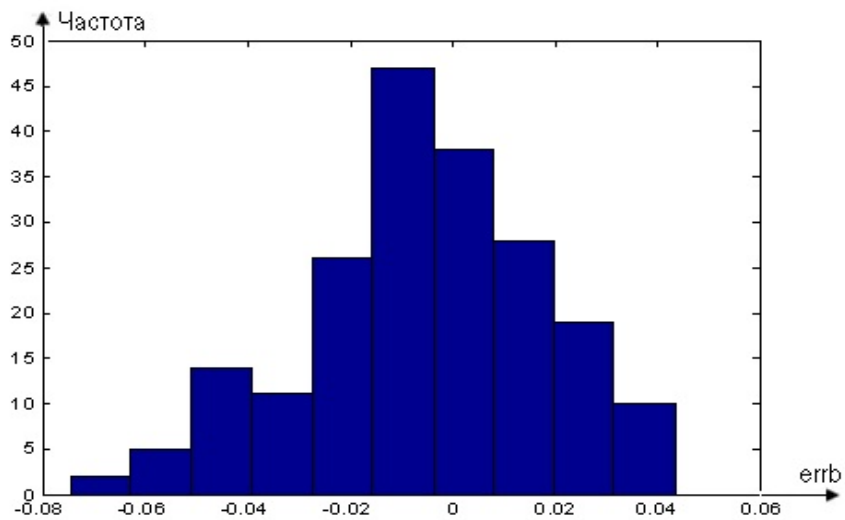


Рис. 4. Гистограмма ошибки  $err_b$  определения параметра  $b$   
 Fig. 4. Histogram of the error  $err_b$  of determining the parameter  $b$

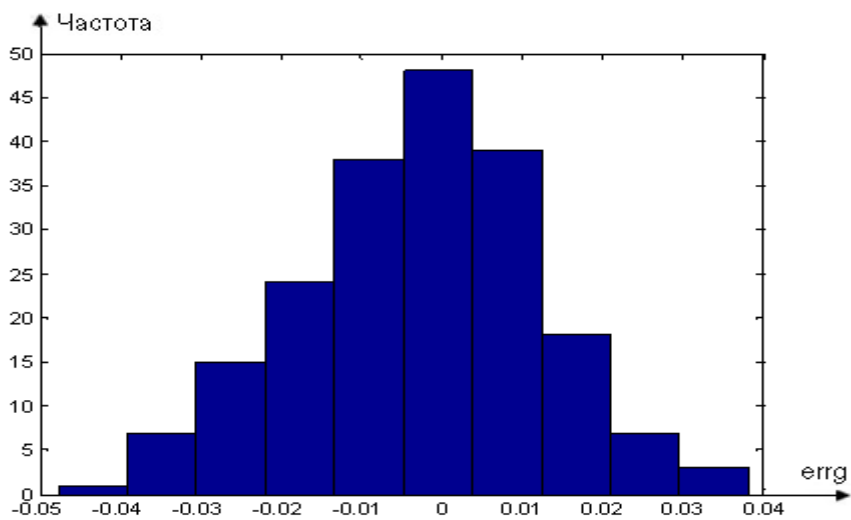


Рис. 5. Гистограмма ошибки  $err_g$  определения параметра  $g$   
 Fig. 5. Histogram of the error  $err_g$  for determining the parameter  $g$

## Результаты

Проведенный вычислительный эксперимент показал, что ошибки определения значения параметров  $k, b, g$  имеют близкий к нормальному закону распределения. На рис. 3-5 приведены соответствующие этим параметрам гистограммы ошибок. Для нормального закона распределения примерно 95% результатов опре-

деления значения параметра находится в доверительном интервале  $\pm 2sko$  и примерно 99% результатов находится в доверительном интервале  $\pm 3sko$  [10]. Оценки погрешностей определения значений параметров  $k, b, g$  в вычислительном эксперименте в виде доверительных интервалов приведены в таблице.

Доверительные интервалы результатов определения значений параметров

Таблица

Table

*Confidence intervals of the results of determining the values of parameters*

	<i>par=k</i>	<i>par=b</i>	<i>par=g</i>
<i>sko_errpar (par=k,b,g)</i>	0.0279	0.0234	0.0150
$\pm 2sko\_errpar (par=k,b,g)$	$\pm 0.0558$	$\pm 0.0468$	$\pm 0.0300$
$\pm 3sko\_errpar (par=k,b,g)$	$\pm 0.0737$	$\pm 0.0702$	$\pm 0.0450$

Таким образом показано, что ошибки определения значения параметров  $k = 1,0$ ;  $b = 0,1$ ;  $g = 0,5$  в вычислительном экспе-

рименте приближенно соответствуют интервалу ошибки измерений отсчетов годографа  $[-0,1; 0,1]$ .

## Обсуждение/Заключение

Предложен алгоритм идентификации параметров нелинейной динамической системы с зоной нечувствительности упругого элемента и нелинейностью типа «сухое трение» по экспериментально полученным отсчетам частотного годографа системы.

Вычислительный эксперимент показал, что ошибки определения значений параметров системы сравнимы с интервалом ошибки измерений экспериментальных отсчетов годографа этой системы. Поэтому алгоритм пригоден для исследования реальных устройств, в состав которых входят рассмотренные нелинейности.

Несмотря на все более широкое внедрение в практику методов искусственного интеллекта, классические методы и алгоритмы анализа динамических систем остаются актуальными и развиваются, многие специалисты продолжают работы в этом направлении [11-13]. Наиболее перспективным по мнению авторов подходом при этом является гибридизация, которая с одной стороны предусматривает использование современных вычислительных возможностей по обработке «больших» экс-

периментальных данных с помощью нейросетевых [11,12], нечётких [13] и других моделей, а с другой предусматривает основу в виде классических методов и алгоритмов анализа таких систем [14]. Кроме того, существуют гибридные модели на основе теории игр, рассматривающие поведение агентов как динамическую систему в контексте решения социальных дилемм [15]. Предложенный в настоящей статье алгоритм является развитием классических методов анализа динамических систем и может применяться для идентификации реальных устройств в процессе их разработки, модификации и прототипирования, а также в качестве компонента той или иной гибридной модели, предназначенной, например, для решения социальных дилемм со множеством агентов. Предварительная идентификация параметров системы позволит сформировать обособленные критерии исключения из массива накапливаемых данных заведомо ложных элементов, обусловленных различными сбоями и помехами при их измерении и записи.



## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Севостьянов П.А. и др. Компьютерная модель изменения характеристик волокнистого материала в технологическом процессе. Известия Вузов. Технология текстильной промышленности. 2016. № 1. С. 361.
2. Мещеряков В.Н., Толчеев В.М. Математическая модель электромеханической системы электропривода прокатной клети стана холодной прокатки. Электротехника: сетевой электронный научный журнал. 2015. Т. 2. № 2. С. 12-21.
3. Кулябов Д.С., Королькова А.В., Велиева Т.Р. Применение метода гармонической линеаризации к исследованию автоколебательного режима систем с управлением. *Discrete and Continuous Models and Applied Computational Science*. 2017. Т. 25. № 3.
4. Попов Е.П., Пальтов И.П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. М.: ГИФМЛ, 1960. 790 с.
5. Леонов Г.А. О методе гармонической линеаризации. Автоматика и телемеханика. 2009. № 5. С. 65-75.
6. Спиридонов Е.Г., Лещенко М.Н. Разработка алгоритмов оценки параметров динамических систем объектов транспортной инфраструктуры. Транспорт: наука, образование, производство (TRANSPORT-2021). 2021. С. 211-214.
7. Павлов Ю.Н., Недашковский В.М., Тихомирова Е.А., Шавырин И.Б. Метод гармонической линеаризации в задаче идентификации нелинейных динамических систем. Наука и образование: электронное научно-техническое издание. 2014. № 4. С. 382-394. doi: 10.7463/0414.0704613.
8. Шапкарин А.В., Просандеев А.В., Кулло И.Г. Анализ нелинейных систем автоматического управления методом гармонического баланса в среде MATLAB. Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. 2013. № 1. С. 077-085.
9. Бойков И.В., Кривулин Н.П. Методы идентификации динамических систем. Программные системы: теория и приложения. 2014. Т. 5. № 5 (23). С. 79-96.
10. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. 6-е изд. стер. М.: Высш. шк., 1999. 576 с.
11. Tiumentsev Y., Egorchev M. Neural network modeling and identification of dynamical systems. Academic Press, 2019.
12. Quaranta G., Lacarbonara W., Masri S. F. A review on computational intelligence for identification of nonlinear dynamical systems. *Nonlinear Dynamics*. 2020. Т. 99. № 2. С. 1709-1761.
13. Škrjanc I., Blažič S., Agamennoni O. Identification of dynamical systems with a robust interval fuzzy model. *Automatica*. 2005. Т. 41. № 2. С. 327-332.
14. Семенов А.Д. и др. Комбинированная нейросетевая система регулирования линейной плотности ленты. Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. 2021. № 2. С. 109-112.
15. Akiyama E., Kaneko K. Dynamical systems game theory II: A new approach to the problem of the social dilemma. *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2002. Т. 167. № 1-2. С. 36-71.

## REFERENCE

1. Sevostyanov PA. A computer model of changes in the characteristics of a fibrous material in the production process. *Textile Industry Technology. Proceedings of Higher Educational Institutions*. 2016;1:361.
2. Meshcheryakov VN, Tolcheev VM. Mathematical model of the electromechanical system of the electric drive of the cold rolling mill. *Electrotehnika*. 2015; 2(2):12-21.
3. Kulyabov DS, Korolkova AV, Veliyeva TR. Application of the harmonic linearization method to the study of the self-oscillatory mode of systems with control. *Discrete and Continuous Models and Applied Computational Science*. 2017;25(3).
4. Popov EP, Paltov IP. Approximate methods for the study of nonlinear automatic systems. Moscow: GIFML; 1960.
5. Leonov GA. On the method of harmonic linearization. *Automation and Remote Control*. 2009;5:65-75.
6. Spiridonov EG, Leshchenko MN. Development of algorithms for estimating parameters of dynamic systems of transport infrastructure facilities. *Transport: Science, Education, Production (TRANSPORT-2021)*. Proceedings of the International Scientific and Practical Conference; Rostov n/A: 2021. p. 211-214.
7. Pavlov YuN, Nedashkovsky VM, Tikhomirova EA, Shavyrin IB. Method of harmonic linearization in the problem of identifying nonlinear dynamic systems. *Science and Education*. 2014;4: 382-394. doi: 10.7463/0414.0704613.
8. Shapkarin AV, Prosandeev AV, Kullo IG. Analysis of nonlinear automatic control systems by harmonic balance method in MATLAB. *Caspian Journal: Management and High Technologies*. 2013;1:077-085.
9. Boikov IV, Krivulin NP. Methods of identifying dynamic systems. *Software systems: theory and applications*. 2014;5 (23):79-96.
10. Wentzel ES. Probability theory: textbook for universities. 6th ed. Moscow: Vissaya Shkola; 1999.
11. Tiumentsev Y, Egorchev M. Neural network modeling and identification of dynamical systems. Academic Press; 2019.
12. Quaranta G, Lacarbonara W, Masri SF. A review on computational intelligence for identification of

- nonlinear dynamical systems. *Nonlinear Dynamics*. 2020;99(2):1709-1761.
13. Škrjanc I, Blažič S, Agamennoni O. Identification of dynamic systems with a robust interval fuzzy model. *Automatica*. 2005;41(2):327-332.
14. Semenov AD. A combined neural network system for regulating the linear density of the tape. *Textile*

- Industry Technology. Proceedings of Higher Educational Institutions*. 2021;2:109-112.
15. Akiyama E, Kaneko K. Dynamical systems game theory II: A new approach to the problem of the social dilemma. *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2002;167(1-2):36-71.

#### **Информация об авторах:**

**Недашковский Вячеслав Михайлович** - кандидат технических наук, доцент, тел. +7-499-2636286.  
**Сакулин Сергей Александрович** - кандидат технических наук, доцент, тел. +7-499-2636286.

**Тихомирова Елизавета Алексеевна** - доцент, тел. +7-499-2636286.  
**Боровик Ирина Геннадьевна** – PhD, ст. преподаватель, тел. +7-499-2636286.

#### **Information about the authors:**

**Nedashkovsky Vyacheslav Mikhailovich**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, phone: +7-499-2636286.  
**Sakulin Sergey Aleksandrovich**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, phone: +7-499-2636286.

**Tikhomirova Elizaveta Alekseevna**, Associate Professor, phone: +7-499-2636286.  
**Borovik Irina Gennadievna**, PhD, Senior Lecturer, phone: +7-499-2636286.

**Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.**  
**Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article.**

**Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.**  
**The authors declare no conflicts of interests.**

**Статья опубликована в режиме Open Access.**  
**Article published in Open Access mode.**

**Статья поступила в редакцию 11.03.2022; одобрена после рецензирования 30.03.2022; принята к публикации 23.05.2022. Рецензент – Албагачиев А.Ю., доктор технических наук, зав. отделом Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, член редколлегии журнала «Транспортное машиностроение».**

**The article was submitted to the editorial office on 11.03.2022; approved after review on 30.03.2022; accepted for publication on 23.05.2022. The reviewer is Albagachiev A.Yu., Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences, member of the Editorial Board of the journal *Transport Engineering*.**