

Научная статья  
Статья в открытом доступе  
УДК 621.891  
doi: 10.30987/2782-5957-2022-01-02-20-28

## ТРЕНИЕ ФРАКТАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Михаил Александрович Измеров<sup>1✉</sup>, Виктор Петрович Тихомиров<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> Брянский государственный технический университет, г. Брянск, Россия.

<sup>1</sup> m.izmerov@yandex.ru, 0000-0003-4170-6184

<sup>2</sup> dm-bgtu@yandex.ru.

### Аннотация

Цель исследования: разработка методики определения коэффициента трения фрактальных поверхностей.

Задача, решению которой посвящена статья: оценка коэффициента трения.

Методы исследования: моделирование контактного взаимодействия, аналитические расчёты.

Новизна работы: проведена оценка коэффициента трения фрактальных поверхностей на основе оценки силового взаимодействия микровыступов.

Результаты исследования: представлена процедура определения составляющих коэффициента трения, зависящих от параметров фрактальной шероховатости; получены количественные результаты коэффициента трения фрактальных поверхностей.

Выводы: фрактальная модель контакта реализуется при малом контактном давлении, а с ростом фрактальной размерности коэффициент трения уменьшается.

**Ключевые слова:** фрактал, фрактальные поверхности, внешнее трение, модели контактного взаимодействия, коэффициент трения.

Original article  
Open Access Article

## FRICITION OF FRACTAL SURFACES

Mikhail Aleksandrovich Izmerov<sup>1✉</sup>, Viktor Petrovich Tikhomirov<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> Bryansk State Technical University, Bryansk, Russia.

<sup>1</sup> m.izmerov@yandex.ru, 0000-0003-4170-6184

<sup>2</sup> dm-bgtu@yandex.ru.

### Abstract

The work objective is to develop methods for defining the friction coefficient of fractal surfaces.

The problem to which the paper is devoted: estimation of the friction coefficient.

Research methods: modelling of contact interaction, analytical calculations.

The novelty of the work: the friction coefficient of fractal surfaces is estimated based on the estimation of the force interaction of microirregularities.

Results of the study: the procedure for defining the components of the friction coefficient depending on

the parameters of fractal roughness is presented; quantitative results of the friction coefficient of fractal surfaces are obtained.

Conclusions: the fractal contact model is implemented at low contact pressure, and with the growth of the fractal dimension, the friction coefficient decreases.

**Keywords:** fractal, fractal surfaces, external friction, models of contact interaction, friction coefficient.

### Введение

В более ранних работах по данной тематике исследователи полагали, что статическое трение возникает за счет

механических взаимодействий шероховатых поверхностей на уровне микромасштаба [1]. Линейная зависимость

силы трения от нормальной нагрузки в теории Кулона-Амонтона определялась наклоном неровностей. При этом коэффициент статического трения оказывался пропорциональным тангенсу угла наклона  $f_s = \tan \theta$  [2]. Линейное соотношение между фактической площадью контакта и нормальной силой, наблюдаемое часто в экспериментальных исследованиях, используется для оценки адекватности предлагаемой модели механики контакта. Боуден и Тейбор [3] отмечали влияние на сопротивление относительному сдвигу твердых тел молекулярного взаимодействия на физическом контакте твердых тел.

В настоящее время полагают, что трение и сопутствующие процессы, определяющие поведение пары трения, зависят не столько от свойств элементов пары, сколько от структуры всей трибологической системы, включающей промежуточную и окружающую среду, а

#### Модель контактного взаимодействия

На рис. 1. приведены поверхности, имеющие разную структуру при одной и

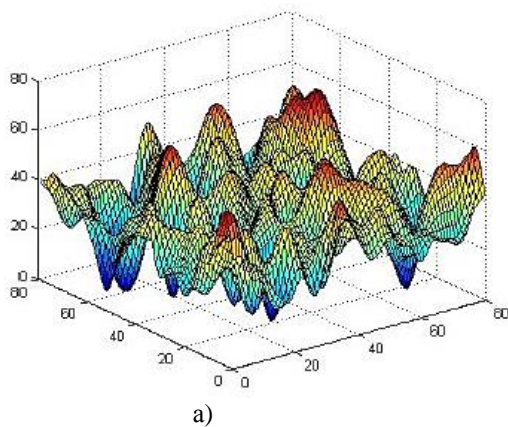


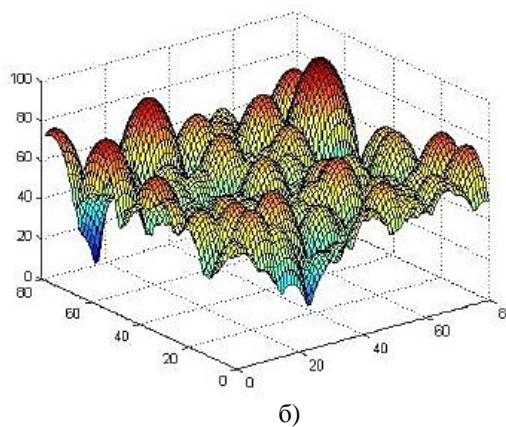
Рис. 1. Поверхности: а – фрактальная; б – модель Гринвуда-Вильямсона  
 Fig. 1. Surfaces: a - fractal; b – Greenwood-Williamson model

Инженерные поверхности имеют многоуровневые отклонения от правильной формы, присущие фрактальным объектам и характеризуются статистическим самоподобием [7], и таким образом, в последние годы фрактальная природа привлекает все большее внимание исследователей в области анализа инженерных поверхностей и задач, связанных с контактной механикой [8, 9].

также разного рода воздействия на систему. Это имеет особое значение в трибосистемах в условиях низкой нагрузки, где сопротивление относительному сдвигу элементов пары трения может не показать линейную зависимость от нормальных сил [4].

Следует отметить исследования по изучению зависимости фрикционных явлений от параметров шероховатости таких, как, например, арифметическое среднее отклонение ординат неровностей  $R_a$  и др. [5]. Кроме того, для оценки статического трения используют свойства материала, соотношение твердости элементов пары, распределение высот шероховатой поверхности и форму неровностей [6]. Эти исследования обычно строились на основе определённого распределения высот шероховатости с принятыми неровностями в виде сферических сегментов.

той же амплитудной характеристике – среднеквадратичного отклонения высот.



В работе [10] представлена структура и взаимодействие фрактальных поверхностей. На рис. 2а – показана модель элементарного взаимодействия неровностей фрактальных шероховатых поверхностей и на рис. 2б – их силовые взаимоотношения. Здесь  $a_i$  – площадь пятна, которая предполагается равноценной с ее проекцией ввиду малого угла наклона неровностей  $\theta$ .

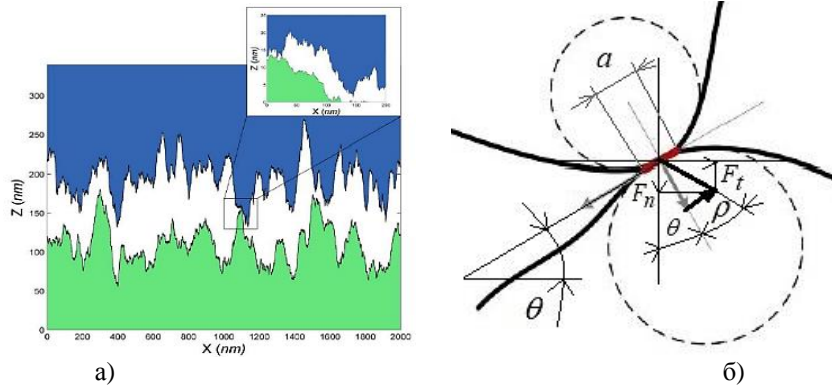


Рис. 2. Фрактальные поверхности: *a* – схема контакта, *б* – их силовые взаимодействия  
 Fig. 2. Fractal surfaces: *a* – contact diagram, *b* – their force interactions

В соответствии с рис. 2 запишем

$$\frac{F_t}{F_n} = f = \frac{tg\theta + tgp}{1 - tg\theta \cdot tgp}$$

где  $\theta$  – угол наклона неровностей;  $\rho$  – угол трения (имеется виду молекулярная составляющая трения). Учитывая зависимость угла наклона от фрактальной размерности, перепишем выражение для коэффициента трения

$$f_i = \frac{tg \left[ \pi G^{D-1} a_i^{(1-D)/2} \right] + f_a}{1 - tg \left[ \pi G^{D-1} a_i^{(1-D)/2} \right] f_a}$$

При  $f_a = 0,1$ ,  $G = 10^{-4}$  мкм;  $a = 50$  мкм<sup>2</sup> соответственно зависимость угла наклона неровности от фрактальной размерности и зависимость коэффициента трения от фрактальной размерности представлена на рис. 3.

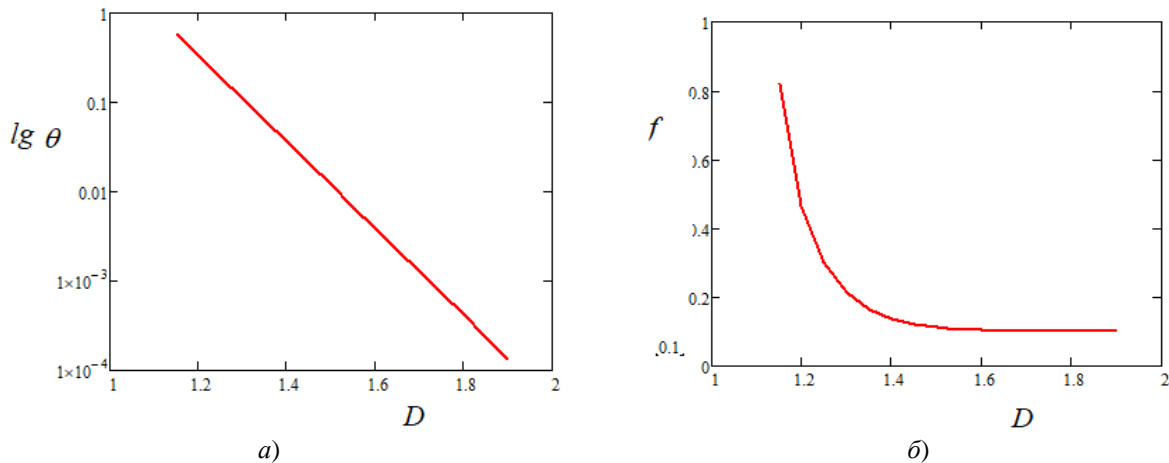


Рис. 3. Зависимости: *a* – угла наклона неровности, *б* – коэффициента трения от фрактальной размерности

Fig. 3. Dependences: *a* – the angle of inclination of the irregularity, *b* – the coefficient of friction on the fractal dimension

Таким образом, рост фрактальной размерности приводит к снижению коэффициента трения. Причем резкое снижение коэффициента трения наблюдается для поверхностей с фрактальной размерностью до  $D = 1,4$ .

В первом приближении молекулярную составляющую коэффициента трения можно принять в качестве константы и определить для пластического контакта как

$$f_a = tgp = \frac{\tau}{H}$$

Здесь  $\tau$  – удельное сопротивление срезу молекулярных связей между взаимодействующими поверхностями.

В расчетах приближенно можно принять  $\tau = H/10 \dots H/8$  [11]. Тогда  $tgp = 0,1$ . Рассматривая отдельный контакт неровностей, запишем коэффициент трения в виде

$$f_i = \frac{\sum_{i=1}^n F_{ni} \frac{tg \theta_i + tg \rho}{1 - tg \theta_i \cdot tg \rho}}{\sum_{i=1}^n F_{ni}} = \frac{tg \theta_i + tg \rho}{1 - tg \theta_i \cdot tg \rho}.$$

Таким образом, коэффициент трения зависит от наклона неровностей и молекулярной составляющей коэффициента тре-

ния, а также от размера площади пятна контакта.

### Строение фрактальной поверхности

Представим в упрощенном виде структуру поверхностного слоя при наличии первичной поверхности, характеризующейся фрактальными свойствами (рис. 4).

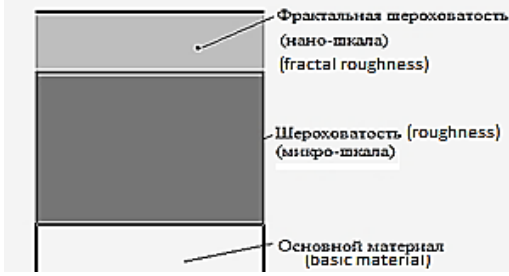


Рис. 4. Структура сечения поверхностного слоя

Fig. 4. Structure of the cross section of the surface layer

Для получения количественной зависимости коэффициента трения от нагрузки примем следующие допущения: для всех структурных составляющих модуль упругости один и тот же; при оценке фактической площади не учитывается площадь пластически деформируемых пятен.

Описание поверхности с помощью фрактальных представлений в большей степени отражает первичную поверхность, не искаженную запись с помощью ошупывания за счет конечного размера радиуса иглы щупа. В работе [12] приведена зависимость ординат поверхности относительно срединной плоскости в виде

$$z(x, y) = L \left( \frac{G}{L} \right)^{D_S - 2} \left( \frac{\ln \gamma}{M} \right)^{1/2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=n_1}^{n_{max}} \gamma^{(D_S - 3)n} \left[ \cos \phi_{1n} - \cos \left[ \frac{2\pi \gamma^n (x^2 + y^2)^{1/2}}{L} \cos \left[ \arctg \left( \frac{y}{x} \right) - \frac{\pi m}{M} \right] \right] + \phi_{1n} \right].$$

Здесь  $z(x, y)$  – ординаты поверхности;  $D_S$  – фрактальная размерность поверхности ( $2 < D_S < 3$ ,  $D_S = D + 1$ );  $\gamma$  – параметр масштаба, определяющий спектральную плотность и самоаффинность ( $\gamma > 1$ );  $L$  – длина, характеризующая наличие фрактальности;  $\phi_{1n}$  – случайная фаза равномерно распределена на отрезке  $[0, 2\pi]$ ;  $M$  – количество вершин выступов на рассматриваемом участке поверхности;  $n_{max} = \text{int}[\lg(L/L_S)/\lg \gamma]$  – целое число верхнего предела суммы;  $L_S$  – длина,

соответствующая размеру щупа;  $\gamma^{n_1} = \frac{1}{L}$ .

Случайная фаза используется для того, чтобы исключить совпадения частот в каждой точке профиля. Фрактальный параметр  $G$  является высотным масштабным показателем, не зависящим от частоты.

Профиль как фрактальная кривая описывается уравнением  $z(x, y) = 0$ . Для отдельно взятого пика ( $M = 1$ ), приняв  $\phi_{1n} = 0$ , запишем

$$z(x) = G^{D-1} (\ln \gamma)^{1/2} l^{2-D} \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi x}{l} \right) \right].$$

Высота выступа (пика) равна

$$\delta = z(x = l/2) = 2G^{D-1} (\ln \gamma)^{1/2} l^{2-D}.$$

Найдем радиус верхней части пика по формуле:

$$r = \frac{l^2}{8\delta}.$$

Подставив выражение для высоты выступа в уравнение радиуса, получим:

$$r = \frac{l^2}{8 \cdot 2G^{D-1} (\ln \gamma)^{1/2} l^{2-D}} = \frac{l^D}{16G^{D-1} (\ln \gamma)^{1/2}}.$$

Учитывая, что  $\gamma=1,5$  и  $l \propto a$ , где  $a$  – площадь среза выступа, найдем

$$r = \frac{a^{D/2}}{10,188G^{D-1}}.$$

### Множественный контакт

Для оценки параметров контактного взаимодействия необходимо знать распределение площадей пятен контакта, сумма которых равна фактической площади. В работе А. Маджумдара [13] используется размерное распределение площадок контакта, которое получено на основе фундаментального закона Корчака, устанавливающего связь количества фрактальных объ-

$$n(a') = \frac{dN(A > a)}{da} = \frac{D}{2} a_L^{D/2} (a')^{-(2+D)/2}; \quad 0 < a' \leq a_L; \quad 1 < D < 2.$$

Здесь  $a'$  – площадь среза неровности.

В случае упругого контакта нагрузка, воспринимаемая всеми пятнами, определяется соотношением

$$F_e = \int_{a_c}^{a_L} \frac{4}{3} E' \frac{a'^{3/2}}{\pi^{3/2} r} n(a') da'.$$

Приняв  $a_c = 0$  и подставив в него выражение для радиуса, получим

$$F_e = 2E' \psi^{1/4} (\ln \gamma)^{1/2} G^{1/2} a_L^{3/4} \ln \frac{a_L}{a_c}, \quad D = 1,5.$$

Критическая площадь пятна, характеризующая переход от пластического состояния к упругому, определяется так

$$a_c = \left( 2,44G^{D-1} \frac{E'}{H} \right)^{2/(D-1)}.$$

### Оценка коэффициента трения

Молекулярную составляющую коэффициента найдем с помощью выражения

$$f_a = \frac{A_r \tau_0}{F_e} + \beta.$$

Здесь  $\tau_0$  – удельное сопротивление срезу фрикционных связей при нулевом контактом давлении (в расчетах принято зна-

$$F_e = \frac{2,44E'DG^{D-1}}{(3-2D)} \left( \frac{2-D}{D} \right)^{\frac{3-D}{2}} A_r^{\frac{3-D}{2}}.$$

Заметим, что при  $D \rightarrow 1$  имеем

$$F_f = \alpha A_r.$$

Пусть рассматриваемая номинальная

$$\frac{F_e}{E'L^2} = \frac{2,44DG^{D-1}}{(3-2D)L^2} \left( \frac{2-D}{D} \right)^{\frac{3-D}{2}} A_r^{\frac{3-D}{2}}.$$

Запишем связь между относительной площадью контакта и безразмерной силой в виде следующего соотношения

ектов с фрактальной размерностью и площадью объекта, имеющего максимальную площадь  $a_L$ :

$$N(A > a) = \left( \frac{a_L}{a} \right)^{D/2}.$$

Размерное распределение площадок множественного контакта выражается зависимостью

$$F_e = \frac{2,44E'DG^{D-1}}{(3-2D)} a_L^{(3-D)/2}, \quad D < 1,5.$$

При фрактальной размерности  $D = 1,5$  зависимость нагрузки от факторов фрактальной поверхности представлена в [13]. В частности, в работе [14] приведена следующая зависимость

Фактическая площадь контакта будет равна

$$A_r = \int_0^{a_L} a' n(a') da' = \frac{D}{2-D} a_L.$$

чение  $\tau_0 = H/8$ );  $\beta$  – коэффициент, учитывающий упрочнение адгезионных связей в результате приложения контактной нагрузки ( $\beta = 0,05$  [11]).

Запишем нормальную нагрузку, подставив значение  $a_L = f(A_r)$ , в виде

площадь равна  $L^2$ . Выразим параметры контактного взаимодействия в виде безразмерных величин. Тогда

$$\frac{A_r}{L^2} = \left[ \frac{2,44DG^{D-1}}{(3-2D)L^2} \left( \frac{2-D}{D} \right)^{\frac{3-D}{2}} \right]^{\frac{-2}{3-D}} \left( \frac{F_e}{E'L^2} \right)^{\frac{2}{3-D}}$$

Примем  $L = 1$ . В качестве иллюстрации приведем на рис. 5 зависимость площади контакта от нагрузки в относительных величинах при значениях  $R_a$  3,2 мкм;  $D = 1,462$  и  $H = 2000$  МПа.

Используя приведенные ранее соотношения, найдем молекулярную составляющую коэффициента трения для фрактальных поверхностей в зависимости от безразмерной нагрузки (рис. 6).

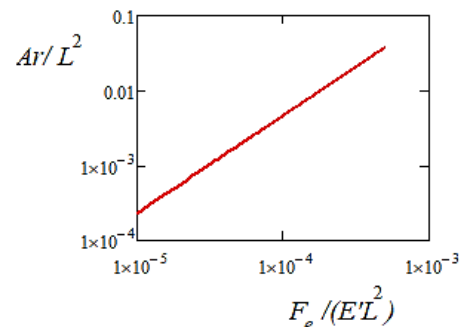


Рис. 5. Зависимость площади контакта от нагрузки в относительных величинах  
Fig. 5. The dependence of the contact area on the load in relative terms

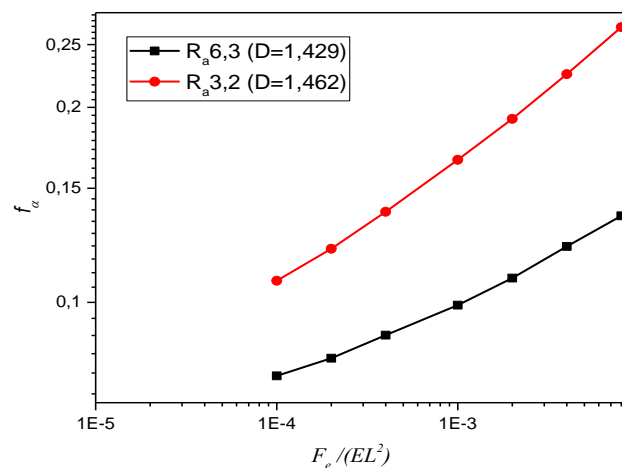


Рис. 6. Зависимость молекулярной составляющей от безразмерной нагрузки  
Fig. 6. Dependence of the molecular component on the dimensionless load

Для фрактальной размерности  $D > 1,5$  молекулярная составляющая коэффициен-

та трения с ростом фрактальной размерности падает (табл. 1).

Таблица 1

Коэффициент трения между фрактальными поверхностями

Арифметическое среднее отклонение ординат профиля $R_a$ , мкм	Фрактальная размерность $D$	Молекулярная составляющая коэффициента трения $f_a$
0,30	1,611	0,330
0,63	1,563	0,407
1,25	1,520	0,551

### Переход от фрактальной модели к модели Герца

Под моделью Герца понимаем те модели, в которых параметры шероховатой поверхности определяются с помощью

статистического описания поверхности как случайного поля. Такой подход применен, например, в работах [15, 16, 17].

В качестве критерия, оценивающего условия перехода, рассмотрим соотношение между такими безразмерными параметрами, как

$$\frac{A_r}{L^2} \text{ vs } \frac{F_e}{E'L^2}$$

Приведем эти соотношения для моделей:

$$\left(\frac{A_r}{L^2}\right)_{fr} = \frac{D}{(2-D)L^2} \left[ \frac{2,44DG^{D-1}}{3-2D} \right]^{\frac{2}{3-D}} \left(\frac{F_e}{E'L^2}\right)^{\frac{2}{3-D}};$$

• модель Герца

$$\left(\frac{A_r}{L^2}\right)_{hz} = erf\left(\frac{F_e}{E'L^2\sqrt{m_2}}\right).$$

Здесь  $m_2$  – второй спектральный момент ( $\sqrt{m_2}$  – наклон неровности).

Приняв  $L = 1$ ;  $\sqrt{m_2} = 0,07$ , получим в

• фрактальная модель

двойных логарифмических координатах соответствующие зависимости (рис. 7). В качестве примера для получения искомых зависимостей, используем фрактальные параметры  $D = 1,462$ ;  $G = 0,015$  мкм.

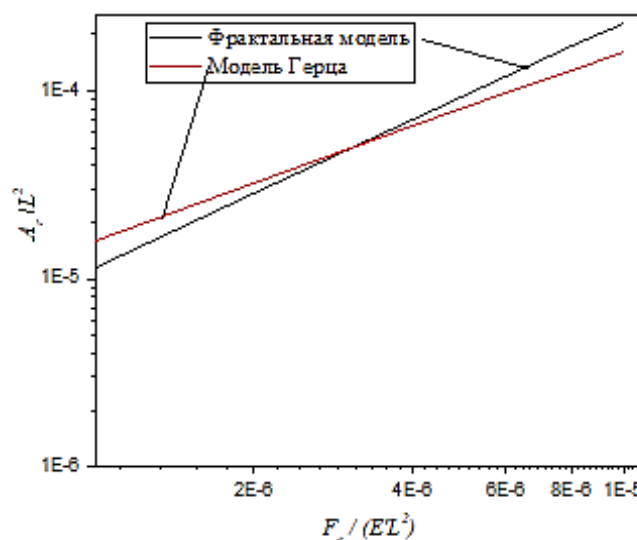


Рис. 7. Переход от фрактальной модели к модели Герца  
Fig. 7. Transition from the fractal model to the Hertz model

До  $\frac{F_e}{E'L^2} \sim 3 \cdot 10^{-6}$  адекватной для данного примера является фрактальная модель, а при значениях, больших чем  $3 \cdot 10^{-6}$ , точнее отражает процессы контактного взаимо-

действия модель Герца. Условие перехода можно сформулировать в терминах давления: номинальное давление перехода в данном случае составляет  $\sim 6$  МПа.

### Заключение

При оценке коэффициента трения фрактальных поверхностей при малых нагрузках учитывались молекулярная составляющая и наклон неровностей. Представлена процедура определения состав-

ляющих коэффициента трения, зависящих, в свою очередь, от параметров фрактальной шероховатости. Получены количественные результаты коэффициента трения фрактальных поверхностей.

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. O'Connor J., Johnson K. The role of surface asperities in transmitting tangential forces between metals. *Wear*. 1963; 6:118-39.
2. Müser M.H., Wenning L., Robbins M.O. Simple microscopic theory of Amonton's laws for static friction // *Phys rev lett*. 2001; 86:1295. DOI: 10.1103/PhysRevLett.86.1295.
3. Bowden F., Tabor D. The area of contact between stationary and between moving surfaces *Proceedings of the royal society of London series A - Mathematical and physical sciences*. 1939:391-413.
4. Adams G.G., Müftü S., Azhar N.M. A scale-



- dependent model for multi-asperity contact and friction *Journal of tribology*. 2003;125:700-8.
5. Menezes P.L., Kailas S.V. Effect of surface roughness parameters and surface texture on friction and transfer layer formation in tin–steel tribo-system *J. mater process technol.* 2008;208:372-82.
  6. Greenwood J., Williamson J. Contact of nominally flat surfaces *Proceedings of the royal society of London series A - Mathematical and physical sciences*. 1966;295:300-19.
  7. Go J.Y., Pyun S.I. Fractal approach to rough surfaces and interfaces in electrochemistry *Modern aspects of electrochemistry*. Springer, 2006. P. 167-229.
  8. Yan W., Komvopoulos K. Contact analysis of elastic-plastic fractal surfaces *Journal of applied physics*. 1998; 84(7):3617.
  9. Kuo X., Yuan Y., Jianjiang C. The effects of size distribution functions on contact between fractal rough surfaces *AIP Advances* 8. 2018;075317:1-14.
  10. Hanaor D.A., Gan Y., Einav I. Static friction at fractal interfaces *Tribology International*. 2016; 93:229-238.
  11. Михин Н.М. Внешнее трение твердых тел. М.: Наука, 1977. 221 с.

## REFERENCES

1. O'Connor J., Johnson K. The role of surface asperities in transmitting tangential forces between metals. *Wear*. 1963; 6:118-39.
2. Müser M.H., Wenning L., Robbins M.O. Simple microscopic theory of Amonton's laws for static friction // *Phys rev lett*. 2001; 86:1295. DOI: 10.1103/PhysRevLett.86.1295.
3. Bowden F., Tabor D. The area of contact between stationary and between moving surfaces *Proceedings of the royal society of London series A - Mathematical and physical sciences*. 1939:391-413.
4. Adams G.G., Müftü S., Azhar N.M. A scale-dependent model for multi-asperity contact and friction *Journal of tribology*. 2003;125:700-8.
5. Menezes P.L., Kailas S.V. Effect of surface roughness parameters and surface texture on friction and transfer layer formation in tin–steel tribo-system *J. mater process technol.* 2008;208:372-82.
6. Greenwood J., Williamson J. Contact of nominally flat surfaces *Proceedings of the royal society of London series A - Mathematical and physical sciences*. 1966;295:300-19.
7. Go J.Y., Pyun S.I. Fractal approach to rough surfaces and interfaces in electrochemistry *Modern aspects of electrochemistry*. Springer, 2006. P. 167-229.
8. Yan W., Komvopoulos K. Contact analysis of elastic-plastic fractal surfaces *Journal of applied physics*. 1998; 84(7):3617.
9. Kuo X., Yuan Y., Jianjiang C. The effects of size

12. Yaii W. Contact analysis of elastic-plastic fractal surfaces *Journal of applied physics*. 1998;84(7):3617.
13. Маджумдар А., Бхушан Б. Фрактальная модель упругопластического контактирования шероховатых поверхностей // Современное машиностроение. Сер. Б. 1991. №6. С. 11-23.
14. Zhao Y., Yang Ch., Cai L., Shi W., Hong Y. Stiffness and damping model of bolted joints with uneven surface contact pressure distribution *Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering*. 2016;11(62):556-677.
15. Whitehouse D.J., Archard J.F. The Properties of random surfaces of significance in their contact *Proceedings of the royal society of London A*. 1970;316:97-121.
16. Jackson R.L., Streator J.L. A multiscale model for contact between rough surfaces. *Wear*. 2006;261(1112):1337-1347.
17. Jackson R.L., Green I. A statistical model of elastoplastic asperity contact between rough surfaces *Tribology international*. 2006;9(39):906-914.

- distribution functions on contact between fractal rough surfaces *AIP Advances* 8. 2018;075317:1-14.
10. Hanaor D.A., Gan Y., Einav I. Static friction at fractal interfaces *Tribology International*. 2016; 93:229-238.
11. Михин Н.М. Внешнее трение твердых тел. М.: Наука, 1977. 221 с.
12. Yaii W. Contact analysis of elastic-plastic fractal surfaces *Journal of applied physics*. 1998;84(7):3617.
13. Majumdar A., Bkhushan B. Fractal model of elastic-plastic contacting of rough surfaces // *Sovremennoye Mashinostroenie [Modern Mechanical Engineering]*. Ser. B. 1991. то. 6. pp. 11-23.
14. Zhao Y., Yang Ch., Cai L., Shi W., Hong Y. Stiffness and damping model of bolted joints with uneven surface contact pressure distribution *Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering*. 2016;11(62):556-677.
15. Whitehouse D.J., Archard J.F. The Properties of random surfaces of significance in their contact *Proceedings of the royal society of London A*. 1970;316:97-121.
16. Jackson R.L., Streator J.L. A multiscale model for contact between rough surfaces. *Wear*. 2006;261(1112):1337-1347.
17. Jackson R.L., Green I. A statistical model of elastoplastic asperity contact between rough surfaces *Tribology international*. 2006;9(39):906-914.

Ссылка для цитирования:

Измеров, М.А. Трение фрактальных поверхностей / М.А. Измеров, В.П. Тихомиров // Транспортное машиностроение. – 2022. - № 1-2. – С. 20 – 28. doi: 10.30987/2782-5957-2022-01-02-20-28.



## **Информация об авторах:**

**Измеров Михаил Александрович**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Трубопроводные транспортные системы» Брянского государственного технического университета, тел.: 8-952-960-17-19.

**Izmerov Mikhail Aleksandrovich**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Pipeline transport systems at Bryansk State Technical University, phone: 8-952-960-17-19.

**Тихомиров Виктор Петрович**, доктор технических наук, профессор кафедры «Трубопроводные транспортные системы» Брянского государственного технического университета, тел.: 8(4832) 41-98-90.

**Tikhomirov Viktor Petrovich**, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Pipeline transport systems at Bryansk State Technical University, phone: 8(4832) 41-98-90.

**Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.**  
**Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article.**

**Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.**  
**The authors declare no conflicts of interests.**

Статья поступила в редакцию 22.09.2021; одобрена после рецензирования 22.11.2021; принята к публикации 15.01.2022. Рецензент – Алгабачиев А.Ю., доктор технических наук, профессор, заведующий отделом Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, член редсовета журнала «Транспортное машиностроение».

The article was submitted to the editorial office on 22.09.2021; approved after review on 22.11.2021; accepted for publication on 15.01.2022. The reviewer is A.Y. Algaba-chiev, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences, member of the Editorial Board of the journal *Transport Engineering*.