

Научная статья

Статья в открытом доступе

УДК 629.4

doi: 10.30987/2782-5957-2022-01-02-89-95

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГАСИТЕЛЯ КОЛЕБАНИЙ ВАГОНА НА ОСНОВЕ ВЯЗКОГО ТРЕНИЯ

Дмитрий Геннадьевич Евсеев<sup>1</sup>, Юрий Николаевич Сарычев<sup>2</sup>, Сергей Валерьевич Беспалько<sup>3✉</sup>

<sup>1, 2, 3</sup> Российский университет транспорта РУТ (МИИТ), Москва, Россия

<sup>1</sup> evseevdg@gmail.com; ORCID 0000-0001-8610-0624

<sup>3</sup> besp-alco@yandex.ru ; ORCID 0000-0002-6027-6039

### Аннотация

Цель исследования состоит в создании математической модели силовой характеристики гасителей колебаний на основе вязкого трения, в том числе, эластомерных. Для этого в работе решены следующие задачи: проанализированы существующие подходы к математическому моделированию гидравлических гасителей колебаний, предложена математическая модель на основе уравнений гидравлики (формула Вейсбаха), произведена проверка разработанной математической модели и сравнение результатов с результатами, полученными на основе существующего подхода.

Методы исследования: уравнение течения жидкости через отверстия с гидравлическим сопротивлением; принцип Даламбера для составления уравнения колебаний вагона; метод Эйлера для численного интегрирования дифференциального

уравнения.

Новизна работы состоит в том, что предложена математическая модель силовой характеристики гасителей колебаний с вязким трением, основанные на квадратичной зависимости реакции от скорости деформации.

Результаты состоят в исследовании колебаний вагона на основе традиционного и предложенного подходов. Предложенные математические модели могут быть использованы для разработки гасителей колебаний с улучшенными характеристиками при проектировании пассажирских вагонов.

**Ключевые слова:** гаситель колебаний, пассажирский вагон, ходовые части, вязкое трение, гидравлическое сопротивление, математическая модель, эластомерный гаситель колебаний.

Original article

Open Access Article

## MATHEMATICAL MODEL OF THE CAR SHOCK ABSORBER BASED ON VISCOUS FRICTION

Dmitriy Gennadyevich Evseev<sup>1</sup>, Yuriy Nikolaevich Sarychev<sup>2</sup>, Sergey Velryevich Bepalko<sup>3✉</sup>

<sup>1, 2, 3</sup> Russian University of Transport (MIIT), Moscow, Russia

<sup>1</sup> evseevdg@gmail.com; ORCID 0000-0001-8610-0624

<sup>3</sup> besp-alco@yandex.ru ; ORCID 0000-0002-6027-6039

### Abstract

The work objective is to develop a mathematical model of the force characteristics of shock absorbers based on viscous friction, including elastomeric ones. For this purpose, the following tasks are solved in the work: the existing approaches to the mathematical modelling of hydraulic shock absorbers are analysed, a mathematical model based on hydraulic equations (the Darcy–Weisbach equation) is proposed, the developed

mathematical model is verified and the results are compared with the results obtained based on the existing approach.

Research methods: the equation of fluid flow through holes with hydraulic friction; D'Alembert's principle for composing the equation of car swaying motions; the Euler method for numerical integration of the differential equation.

The novelty of the work consists in the fact that a mathematical model of the power characteristics of shock absorbers with viscous friction is proposed, based on the quadratic dependence of the reaction on the deformation rate.

The results are the study of car swaying motions based on the traditional and proposed approaches. The

## Введение

Рассматривается силовая характеристика гасителей колебаний пассажирских вагонов с целью разработки адекватной математической модели.

В настоящее время гидравлические гасители колебаний на основе вязкого трения получили повсеместное распространение. Особенности сил вязкого трения позволяют осуществлять гашение колебаний наиболее эффективным путем. Принципиальное отличие сил вязкого трения от сухого состоит в прямой зависимости силы трения от скорости. Применение подобных гасителей колебаний на пассажирских вагонах обеспечивает высокие динамические качества тележек. Вместе с тем, важная задача связана с дальнейшим повышением

## Материалы, модели и методы

В литературе известны многочисленные описания математической модели гидравлических гасителей, например [1-5]. Математическая модель силовой характеристики приводится и в нормативной документации, например [6-7].

Общепринятый подход предполагает линейную зависимость реакции гасителя от скорости деформации, например: «Сила сопротивления гидравлических гасителей колебаний пропорциональна скорости перемещения поршня» [5].

$$R = \beta v, \quad (1)$$

где  $R$  – сила сопротивления (далее – реакция);  $v$  – скорость перемещения поршня (скорость деформации гасителя);  $\beta$  – параметр сопротивления (коэффициент сопротивления, коэффициент вязкого трения).

В настоящем исследовании предлагается подойти к моделированию силовой характеристики на основе уравнений гидравлики.

Как известно, сила трения в гидравлическом гасителе колебаний обусловлена перетеканием жидкости через отверстия,

proposed mathematical models can be used to develop shock absorbers with improved characteristics when designing passenger cars.

**Keywords:** shock absorber, passenger car, bogies, viscous friction, hydraulic friction, mathematical model, elastomeric shock absorber.

эффективности гасителей, что возможно на основе экспериментальных и теоретических исследований.

Кроме рационального выбора параметров гидравлических гасителей, необходимо отметить появление принципиально нового подхода, который нашел применение в современных поглощающих аппаратах автосцепки. Это подход связан с применением эластомера в качестве рабочего тела аппарата.

Настоящее исследование направлено на создание математической модели силовой характеристики гасителей колебаний на основе вязкого трения, в том числе, эластомерных.

что сопровождается гидравлическим сопротивлением (падением напора). В соответствии с формулой Вейсбаха [8-11], потеря напора при движении жидкости через местное сопротивление пропорциональна квадрату средней скорости движение жидкости:

$$h_M = \xi \frac{v^2}{2g}, \quad (2)$$

где  $h_M$  – потеря напора;  $\xi$  – коэффициент местного сопротивления (безразмерный), который зависит от формы препятствия на пути потока жидкости.

Для конструкции гидравлического гасителя колебаний потеря напора представляет собой разность давлений жидкости до и после препятствия (поршня). А разность давлений, в свою очередь, пропорциональна внешней силе, действующей на гаситель. Таким образом, предлагается математическая модель гидравлического гасителя колебаний (далее – «квадратичная модель») в следующем виде:

$$R = \beta v^2 \text{sign } v, \quad (3)$$

где  $\text{sign}$  – функция знака.

Следует отметить, что данная математическая модель также упоминается в литературе, например, в работах [1, 3-5], однако она не нашла широкого применения, хотя и имеет более адекватный физический смысл, так как основана на уравнениях гидравлики, описывающих движение жидкости в аппарате. Причину этого можно увидеть в том, что квадратичная зависимость реакции от скорости деформации значительно затрудняет интегрирование дифференциальных уравнений движения элементов вагона, а также анализ системы уравнений, так как решение обычно не удаётся получить явном виде.

Предложенная математическая модель (3) может быть также распространена и на эластомерные гасители колебаний, если дополнительно учесть особенности работы эластомера. В эластомерных гасителях эластомер, во-первых, создает силы вязкого трения при протекании его через отверстия между камерами прибора. Во-вторых, эластомер обладает объёмной упругостью, то есть дополнительно к силе вязкого трения развивает упругую силу. Наконец, в-третьих, в эластомерных демпферах присутствует и сила сухого трения, обычно постоянная по модулю. Исходя из

сказанного, в случае эластомерного гасителя колебаний можно использовать следующую формулу [12]:

$$R = c(\Delta z + z_{нз}) + (\beta v^2 + F_{тр}) \text{sign } v, \quad (4)$$

где  $\Delta z$  – деформация рессорного подвешивания;  $z_{нз}$  – начальная затяжка в гасителе;  $c$  – суммарная жесткость рессорного подвешивания с гасителем колебаний;  $F_{тр}$  – сила сухого трения.

С применением предложенной математической модели (3) гидравлического гасителя колебаний моделировались колебания подпрыгивания пассажирского вагона. Упрощенная расчетная схема части вагона, приходящейся на один гаситель колебаний, приведена на рис. 1.

На рисунке, помимо ранее определенных величин, обозначено перемещение  $z$ , которое выступает в качестве неизвестной переменной в дифференциальном уравнении колебаний.

Обозначена также неровность пути, которая задает внешнее периодическое воздействие по формуле:

$$\eta = \eta_0 \sin \omega t, \quad (5)$$

где  $\eta_0$  – амплитуда неровности;  $\omega$  – круговая частота неровности.

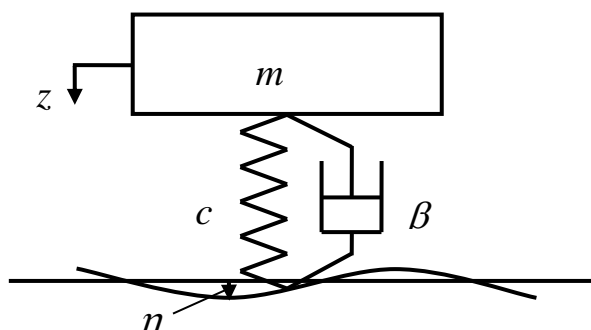


Рис. 1. Расчетная схема для моделирования колебаний подпрыгивания пассажирского вагона  
 Fig. 1. Calculation scheme for modeling the bouncing vibrations of a passenger car

Дифференциальное уравнение колебаний составим в виде основного уравнения динамики:

$$m\ddot{z} = -R = -c(z - \eta) - \beta(\dot{z} - \dot{\eta})^2. \quad (6)$$

Преобразуем формулу (6) с учетом (5):

$$\ddot{z} = -\frac{c}{m}(z - \eta_0 \sin \omega t) - \frac{\beta}{m}(\dot{z} - \eta_0 \omega \cos \omega t)^2. \quad (7)$$

Начальные условия можно принять следующими:

$$t = 0; z = 0; \dot{z} = \eta_0 \omega \quad (8)$$

Интегрирование дифференциального уравнения (7) с начальными условиями (8) производилось методом Эйлера, который в данном случае обеспечил достаточно хо-

рошую сходимость (при шаге интегрирования 0,001 с).

Дифференциальное уравнение, составленное на основе «традиционной» математической модели (3) (далее – «линейная модель»), имеет вид:

$$\ddot{z} = -\frac{c}{m}(z - \eta_0 \sin \omega t) - \frac{\beta}{m}(\dot{z} - \eta_0 \omega \cos \omega t) \quad (9)$$

## Результаты

С целью проверки предложенной математической модели был выполнен расчет тестового варианта работы гидравлического гасителя, для которого в литературе имелись экспериментальные данные по силовой характеристике [5].

Расчет выполняется при следующих исходных данных:

- жесткость одного рессорного комплекта (центральная ступень)  $c = 3,3$  кН/м;
- колеблющаяся масса  $m = 12200$  кг;
- $\beta = 1,6 \cdot 10^6$  кг/м;
- амплитуда неровности  $\eta_0 = 0,07$  м;

– круговая частота неровности  $\omega = 3,37$  рад/с.

Принятые исходные данные позволили получить результаты, соответствующие экспериментальным данным, приведенным в работе [5], а именно: полный ход поршня гасителя – 0,05 м; амплитуда скорости деформации – 0,075 м/с; максимальное значение реакции порядка 9 кН.

Результаты расчета приведены на рис. 2 красной линией. Черной линией показаны экспериментальные данные.

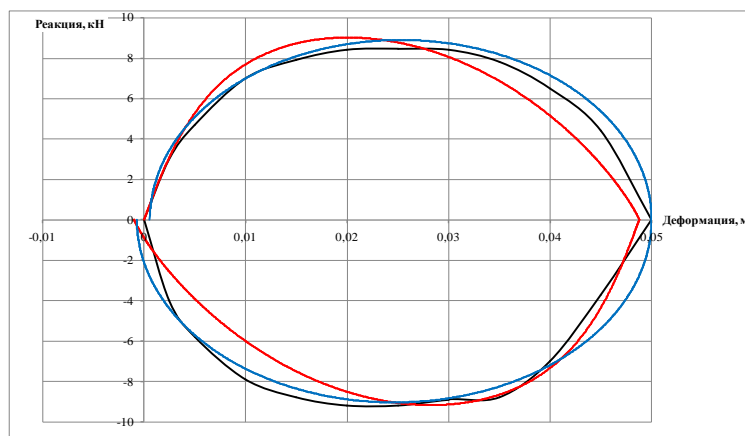


Рис. 2. Силовые характеристики гидравлического гасителя колебаний по данным эксперимента и расчетов

Fig. 2. Power characteristics of hydraulic vibration dampener according to experimental data and calculations

Был также рассчитан аналогичный вариант с применением линейной модели. Начальные условия имели тот же вид (8), а исходные данные были подобраны для получения соответствия результатов

экспериментальным данным:  $\beta = 1,2 \cdot 10^5$  кг/с;  $\eta_0 = 0,086$  м;  $\omega = 3$  Рад/с. Результаты расчета по линейной модели приведены на рис. 2 синим цветом.

## Обсуждение результатов

Следует отметить, что анализируемый вариант имеет слишком узкий диапазон деформаций (от 0 до 0,05 м), это объ-

ясняется наличием в литературных источниках экспериментальных данных именно по этому варианту. Моделирование режи-

мов, приближенных к эксплуатационным, требует дальнейших исследований.

Из приведенных графиков видно, что как линейная, так и квадратичная модели в целом удовлетворительно описывают процесс силовую характеристику гасителя колебаний. Расхождения с экспериментом расчетных данных, полученных по обеим моделям, можно объяснить следующим:

- погрешностями самого эксперимента, в частности, наличием дополнительных искривлений на кривые отдачи (нижняя ветвь, черный цвет);

- недостаточно точным подбором параметров расчетной схемы при расчетах;

- погрешностями результата при применении метода Эйлера;

- неучетом особенностей работы испытательной установки.

Из графиков также можно заключить, что применение традиционной методики с линейной зависимостью силы вносит определенное искажение в характер изменения реакции, которое особенно заметно

в граничных положениях поршня. Как следствие, авторы часто предлагают использовать переменный коэффициент вязкого трения, то есть зависимость самого коэффициента трения от скорости, что позволяет получать более адекватные результаты на основе традиционного подхода.

Предлагаемая же в настоящей работе математическая модель с квадратичной зависимостью от скорости обеспечивает получение адекватных результатов с постоянным коэффициентом вязкого трения.

Наиболее обобщенный показатель работы гидравлического гасителя, характеризующий его эффективность, - это величина поглощаемой энергии (работы сил вязкого трения). На силовой характеристике ее можно определить, как площадь фигуры под кривыми сжатия и отдачи. В таблице приведены результаты сравнения значений поглощаемой энергии, полученных по расчетным и экспериментальным данным.

Таблица

Сравнение значений поглощаемой энергии Э, кДж по расчетным и экспериментальным данным

Фаза работы	Эксперимент	Квадратичная модель (3)		Линейная модель (1)	
	Э, кДж	Э, кДж	Расхождение, %	Э, кДж	Расхождение, %
Сжатие	0,317	0,314	0,8	0,345	8,9
Отдача	0,346	0,327	5,6	0,360	4,0
Всего	0,663	0,641	3,3	0,705	6,4

Приведенные результаты показывают, что квадратичная модель имеет меньшее расхождение (почти в два раза) с экспериментом. Это можно объяснить более точным

соответствием характеру изменения реакции в граничных точках. Линейная же модель дает несколько завышенные значения энергии, что видно из графика на рис. 2.

## Заключение

1. Предложены математические модели силовой характеристики гасителей колебаний на основе сил вязкого трения. Модели основаны на квадратичной зависимости реакции от скорости деформации, что вытекает из уравнений гидравлики.

2. Достоверность предложенной математической модели для гидравлического гасителя колебаний подтверждена путем сравнения результатов с эксперименталь-

ными данными из литературных источников. Выявлено удовлетворительное соответствие результатов. Относительное расхождение по величине поглощаемой энергии составило 3,3 %, по максимальному значению реакции – 6,6 %.

3. Традиционная, «линейная» модель гидравлического гасителя вносит искажения в характер силовой характеристики, особенно выраженные в граничных точ-

ках. Это заставляет расчетчиков при применении «линейной» модели вводить переменный коэффициент вязкого трения.

4. Предложена математическая модель работы гасителя колебаний на основе эластомера, который предлагается внед-

рить в конструкцию ходовых частей пассажирских вагонов.

5. Предложенные математические модели могут быть использованы для разработки гасителей колебаний с улучшенными характеристиками при проектировании пассажирских вагонов.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Вершинский С.А., Данилов В.Н., Хусидов В.Д. Динамика вагонов. М.: Транспорт, 1991. 360 с.
2. Челноков И.И. Гидравлические гасители колебаний пассажирских вагонов. М.: Транспорт, 1975. 73с.
3. Блохин Е.П., Манашкин Л.А. Динамика поезда (нестационарные продольные колебания). М.: Транспорт, 1982. 222 с.
4. Козлов М.В. Оценка основных динамических характеристик вагона при возможных отказах гасителей раздельного гашения колебаний: специальность 05.22.07 «Подвижной состав железных дорог, тяга поездов и электрификация»: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук / Козлов Максим Владимирович; «Московский государственный университет путей сообщения» (МИИТ). М., 2006. 23 с.: ил. Библиогр.: с. 22. Место защиты: «Московский государственный университет путей сообщения» (МИИТ). Текст: непосредственный.
5. Боряк К.Ф., Манзарук М.А. Оценка работы испытательного стенда игк-90.1 и анализ результатов испытаний гидравлических гасителей колебаний / Техническая диагностика и неразрушающий контроль, №2. Одесса, 2013. С. 23-28.
6. Руководство по техническому обслуживанию и ремонту гидравлических и фрикционных гасителей колебаний пассажирских вагонов. Утв. Советом по железнодорожному транспорту гос-

- ударств – участников Содружества. Протокол от «21-22» октября 2014 г. № 61. 179 с.
7. Нормы для расчета и проектирования вагонов железных дорог МПС колеи 1520 мм (несамоходных). - М.: ГосНИИВ-ВНИИЖТ, 1996 г., 317с.
8. Чугаев Р.Р. Гидравлика (Техническая механика жидкости). Л.: Энергоиздат. Ленинградское отделение, 1982. 672 с.
9. Справочник по гидравлическим расчетам / Под ред. Киселева П.Г. М.: Энергия, 1972. 312 с.
10. Башта Т.М. Машиностроительная гидравлика. М.: Машиностроение, 1971. 672 с.
11. Вильнер Я.М., Ковалев Я.Т., Некрасов Б.Б. Справочное пособие по гидравлике, гидромеханике и гидроприводам. Под ред. Б.Б. Некрасова. Минск: "Вышешшая школа", 1976. 416 с.
12. Андриянов С.С. Нагруженность элементов специализированных вагонов, оборудованных амортизаторами повышенной энергоемкости: специальность 05.22.07 «Подвижной состав железных дорог, тяга поездов и электрификация»: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук / Андриянов Сергей Сергеевич; «Московский государственный университет путей сообщения» (МИИТ). М., 2006. 24 с.: ил. Библиогр.: с. 23-24. Место защиты: «Московский государственный университет путей сообщения» (МИИТ). Текст: непосредственный.

## REFERENCES

1. Vershinsky S.A., Danilov V.N., Khusidov V.D. Car dynamics. M.: Transport, 1991. 360 p.
2. Chelnokov I.I. Hydraulic shock absorbers of passenger cars. M.: Transport, 1975. 73p.
3. Blokhin E.P., Manashkin L.A. Train dynamics (unsteady longitudinal sway motions). Moscow: Transport, 1982. 222 p.
4. Kozlov M.V. Assessment of the main dynamic characteristics of the car in case of possible failures of separate shock absorbers: specialty 05.22.07 "Railway rolling stock, traction and electrification": Extended abstract of D.Ph.thesis / Kozlov Maxim Vladimirovich; Moscow State Transport University (MIIT). Moscow, 2006. 23 p.: ill. Bibliogr.: p. 22. Place of defending: Moscow State Transport University (MIIT).
5. Boryak K.F., Manzaruk M.A. Evaluation of the work of IGK-90.1 test bench and analysis of the

- test results of hydraulic shock absorbers / Technical diagnostics and non-destructive testing, no. 2. Odessa, 2013. pp. 23-28.
6. Manual for maintenance and repair of hydraulic and friction shock absorbers of passenger cars. Approved by The Council for Railway Transport of the Commonwealth Member States. Protocol of October 21-22, 2014 No. 61. 179 p.
7. Regulations for the calculation and design of railcars of MPS gauge of 1520 mm (non-self-propelled). - M.: GosNIIV-VNIIZhT, 1996, 317p.
8. Chugaev R.R. Hydraulics (Technical fluid mechanics). L.: Energoizdat. Leningrad Branch, 1982. 672 p.
9. Handbook of hydraulic calculations / Edited by Kiseleva P.G. M.: Energiya, 1972. 312 p.
10. Bashta T.M. Machine-building hydraulics. M.: Mashinostroenie, 1971. 672 p.

11. Vilner Ya.M., Kovalev Ya.T., Nekrasov B.B. Reference manual on hydraulics, hydromechanics and hydraulic drives. Edited by B.B. Nekrasov. Minsk: Vyssheshshaya Shkola, 1976. 416 p.
12. Andriyanov S.S. Loading of elements of specialized cars equipped with shock absorbers of increased energy capacity: specialty 05.22.07

"Railway rolling stock, traction and electrification": Extended abstract of D.Ph.thesis / Andriyanov Sergey Sergeevich; "Moscow State Transport University (MIIТ). М., 2006. 24 p.: ill. Bibliogr.: pp. 23-24. Place of defending: Moscow State Transport University (MIIТ).

Ссылка для цитирования:

Евсеев, Д.Г. Математическая модель гасителя колебаний вагона на основе вязкого трения / Д.Г.Евсеев, Ю.Н. Сарычев, С.В. Беспалько // *Транспортное машиностроение*. – 2022. - № 1-2. – С. 89 - 96. doi: 10.30987/2782-5957-2022-01-02-89-95.

### Информация об авторах:

**Евсеев Дмитрий Геннадьевич**, доктор технических наук, президент ИТТСУ РУТ (МИИТ), профессор кафедры «Технология транспортного машиностроения и ремонта подвижного состава», тел. 8-499-978-71-52, Председатель Диссертационного совета Д 218.005.01, ORCID 0000-0001-8610-0624, РИНЦ SPIN-код 42831776, Author-ID-РИНЦ 497915.

**Сарычев Юрий Николаевич**, аспирант кафедры «Технология транспортного машиностроения и ремонта подвижного состава», тел. 8-499-978-71-52.

**Беспалько Сергей Валерьевич**, доктор технических наук, профессор кафедры «Вагоны и вагонное хозяйство», тел. 8-495-684-22-32, член Диссертационного совета Д 218.005.01, ORCID 0000-0002-6027-6039, РИНЦ SPIN-код 25201669, Author-ID-РИНЦ 274453.

**Evsseev Dmitriy Gennadyevich**, Doctor of Technical Sciences, President of Institute of Transport Technology and Control Systems, Professor of the Department of Technology of Transport Engineering and Rolling Stock Repair, phone: 8-499-978-71-52, Chairman of the Dissertation Council D 218.005.01, ORCID 0000-0001-8610-0624, RSCI PIN code 42831776, Author-ID-RSCI 497915.

Engineering and Rolling Stock Repair, phone: 8-499-978-71-52.

**Bespalko Sergey Valryevich**, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Cars and Car Facilities, phone: 8-495-684-22-32, Member of the Dissertation Council D 218.005.01, ORCID 0000-0002-6027-6039, RSCI PIN code 25201669, Author-ID-RSCI 274453.

**Sarychev Yuriy Nikolaevich**, Postgraduate Student of the Department of Technology of Transport

**Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.**  
**Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article.**

**Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.**  
**The authors declare no conflicts of interests.**

Статья поступила в редакцию 10.12.2021; одобрена после рецензирования 22.12.2021; принята к публикации 15.01.2022. Рецензент – Волохов Г.М. доктор технических наук, заведующий отделением динамики и прочности подвижного состава и инфраструктуры Акционерного общества «Научно-исследовательский и конструкторско-технологический институт подвижного состава, член редсовета журнала «Транспортное машиностроение».

The article was submitted to the editorial office on 10.12.2021; approved after review on 22.12.2021; accepted for publication on 15.01.2022. The reviewer is Volokhov G.M. Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of Dynamics and Strength of Rolling Stock and Infrastructure of the Joint-Stock Company *Scientific Research and Design-Technological Institute of Rolling Stock*, member of the Editorial Board of the journal *Transport Engineering*.