

УДК 517.93

DOI: 10.30987/conferencearticle\_61c997ef87b033.35809465

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ОСЦИЛЛЯТОРЫ В ДИСКРЕТНОМ ВРЕМЕНИ: АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

**Валерий Васильевич Зайцев**, профессор, zaitsev@samsu.ru

**Альван Хусамулдин Касим**, студент, comphysics@samsu.ru

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва (Самарский университет), Россия, Самара

*Аннотация.* Предложен физически обоснованный метод синтеза нелинейных колебательных систем, осциллирующих в дискретном времени (ДВ). Синтезированные динамические системы находят применение в качестве нелинейных дискретных (цифровых) фильтров и базовых моделей элементов радиосистем.

*Ключевые слова:* колебания, нелинейность, дискретное время, автоколебания, динамический хаос.

### NON-LINEAR OSCILLATORS IN DISCRETE TIME: ANALYSIS AND SYNTHESIS OF DYNAMIC SYSTEMS

Valery V. Zaitsev, professor, zaitsev@samsu.ru

Alalvan Husamuldin Kasim, student, comphysics@samsu.ru

Samara University, Russia, Samara

*Abstract.* A physically justified method of synthesis of nonlinear oscillating systems oscillating in discrete time (DT) is proposed. Synthesized dynamic systems are used as nonlinear discrete (digital) filters and basic models of radio system elements.

*Keywords:* oscillations, nonlinearity, discrete time, self-oscillations, dynamic chaos.

В качестве аналогового прототипа семейства ДВ-осцилляторов выбрана динамическая система с уравнением движения

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \mu \omega_0^2 F_R(x) + \frac{\omega_0}{Q} (p F_A(x) - 1) \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 \xi(t), \quad (1)$$

где  $\omega_0$  и  $Q$  – собственная частота и добротность осциллятора с тождественно равными нулю активной  $F_A(x)$  и реактивной  $F_R(x)$  нелинейностями,  $\mu$  и  $p$  – параметры нелинейностей,  $\xi(t)$  – внешнее воздействие. Уравнение (1), в частности, описывает два классических осциллятора: ван дер Поля (при  $F_A(x) = 1 - x^2$ ,  $F_R(x) \equiv 0$ ) и Дюффинга (при  $F_A(x) \equiv 0$ ,  $F_R(x) = x^3$ ).

Синтез ДВ-осциллятора проводится в два этапа. На первом из них дифференциальный оператор в левой части уравнения (1) заменяется разностным оператором второго порядка с выполнением следующих условий: он должен быть консервативным и порождать в дискретном времени

собственные колебания  $x_n = x(n\Delta)$  с частотой  $\Omega_0 = \omega_0 / \omega_d$ , где  $\omega_d = 2\pi / \Delta$ .  
 Результатом этапа является уравнение вида

$$x_n - \cos(2\pi\Omega_0)x_{n-1} + x_{n-2} = F(x_{n-1}, x_{n-2}, n-1). \quad (2)$$

Явный вид правой части (2) выпишем, например, для осциллятора ван дер Поля:

$$F(\circ) = 2\pi \frac{\Omega_0}{Q} (p(1 - x_{n-1}^2) - 1)(kx_{n-1} - x_{n-2}) + 4\pi^2 \Omega_0^2 \xi_{n-1}. \quad (3)$$

В разностном уравнении (2)–(3) использован коэффициент  $k$ , определяемый на втором этапе синтеза. Он должен быть таким, чтобы решение методом Эйлера укороченного уравнения для амплитуды автоколебаний осциллятора (1) совпадало с разностным укороченным уравнением для амплитуды осциллятора (2). Результат второго этапа:  $k = \cos(2\pi\Omega_0)$  [1].

Заметим, что для осцилляторов томсоновского типа при  $\Omega_0 \ll 1$  соотношение (2) – алгоритм решения уравнения (1).

Когда собственная частота ДВ-осциллятора находится в диапазоне  $0.2 \leq \Omega_0 < 0.5$ , динамика системы в дискретном времени приобретает новые черты, не наблюдаемые в непрерывном времени. В частности, значительную роль приобретает неустрашимый эффект подмены частот гармоник нелинейных колебаний [3]. В неизохронном ДВ-автогенераторе, например, в автогенераторе ван дер Поля–Дюффинга, срыв самосинхронизации на подменённой третьей гармонике переводит динамическую систему в режим генерации хаотических автоколебаний [2].

### Список литературы

1. *Зайцев В.В.* Дискретный осциллятор ван дер Поля: Конечные разности и медленные амплитуды // Известия вузов. ПНД. 2017. Т. 25, № 6. С. 70–78. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-6-70-78.

2. *Зайцев В.В.* Физически обоснованная дискретизация времени в математических моделях генераторов регулярных и хаотических колебаний // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2019. Т. 22. № 3. С. 44–48.

3. *Зайцев В. В., Стулов И. В.* О влиянии подмененных гармоник на динамику автоколебаний в дискретном времени / В.В. Зайцев, И.В. Стулов // Известия вузов. ПНД. 2015. Т. 23, вып. 6. С. 40–46. DOI: 10.18500/0869-6632-2015-23-6-40-46.

*Материал принят к публикации 12.10.21.*