

Информатика, вычислительная техника и управление

УДК 621.3.087.92

DOI: 10.12737/article_5a337fbc4dc6d4.94938116

А.А. Кожевников

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБСЛЕДОВАНИЕ КОНВЕЙЕРНЫХ АЦП В СИСТЕМЕ ОСТАТОЧНЫХ КЛАССОВ

Рассматривается реализация моделей конвейерных АЦП в СОК средствами NI LabVIEW и обосновывается их адекватность. Сравняются статистические характеристики модулярного и полиадического форматов чисел, генерируемых в процессе преобразования. Обсуждаются нюансы

геометрии плотности распределения вероятности отклонений эквивалента выходной величины от входной.

Ключевые слова: конвейерные АЦП, система остаточных классов, СОК, статистические характеристики.

А.А. Kozhevnikov

MATHEMATICAL INVESTIGATION OF CONVEYER ANALOG-DIGITAL CONVERSIONS IN SYSTEM OF RESIDUAL CLASSES

Conveyer devices are the most studied in the field of a modular analog-digital conversion. Here a primary task is a realization of actual methods of coding error correction. The first step in the understanding of possible solutions is a preliminary examination of the object of study. The work purpose consists in the realization of adequate simulators of conveyer analog-digital conversions in SRC and analysis of their statistical characteristics. For the synthesis and investigation of models there was used LabVIEW environment. Besides the realization of the correct algorithm of a unit work the model adequacy is formed at the expense of the existence of white noise generators on the basis of Box-Mueller transform each of which is responsible for the own analog part of the circuit. Though a share of incorrect cord words of modular numbers only many

times more of polyadic ones, a mean square deviation of the first is higher of the second for many orders. The overwhelming influence upon the distortion of the analog-digital conversion is carried out by first units of paths as the interference arising there undergoes finally the highest amplification. The immediate obtaining of the deduction of SRCs as conversion results is fraught with unacceptable uncertainty even in comparison with polyadic numbers generated in the same paths. Peculiarities in the form of a functional dependence of the distribution density allow supposing a potential use for the ultimate aim realization.

Key words: conveyer analog-digital conversions, system of residual classes, SRC, statistical characteristics

Введение

Развитие измерительной техники, основанной на совмещении аналоговой и цифровой обработки, уже привело к появлению высокопроизводительных систем, работающих с частотами входных сигналов до 100 ГГц [1]. Как и всякая высокотехнологичная область, где используется передовая полупроводниковая электроника, она находится в зависимости от фундаментального предела возможностей элементарной приборной базы. Дальнейший импульс к росту эффективности таких систем может дать применение новых физических принципов или нетрадиционных математических подходов. Повышение производительности вычислительной техники возможно за счет непозиционной модулярной системы счисления (МСС) или системы остаточных классов (СОК) [2],

что автоматически должно было бы распространиться и на область измерения сигналов, но первые теоретические исследования показали неочевидность данного утверждения. Особенно остро проблема проявилась для различных типов АЦП в код СОК, поскольку их алгоритм функционирования является, по сути, аналогом математической операции преобразования позиционного числа в МСС. Наиболее изученными в данной области являются конвейерные устройства [3-9]. Реализуя концепцию архитектуры без обратной связи, они на данный момент являются потенциально наиболее быстродействующими среди АЦП в СОК. В отличие от вычислительных структур процесс измерительного преобразования сопровождается несравнимо большим зашумлением в силу

аналоговой природы обрабатываемых сигналов, поэтому первоочередной задачей здесь выступает реализация актуальных методов исправления ошибок кодирования. Первый шаг в понимании возможных

решений - предварительное обследование объекта изучения. Цель работы заключается в реализации адекватных математических моделей конвейерных АЦП в СОК и анализе их статистических характеристик.

Модели конвейерного аналого-цифрового преобразования в СОК

Современные информационные технологии предлагают широкий спектр средств разработки виртуальных лабораторных стендов, позволяющих в зависимости от поставленной задачи всесторонне рассмотреть логику построения и функциони-

рования объекта изучения. Для синтеза и исследования моделей была использована среда LabVIEW (лицензия Part Number 779447-35), в силу наличия графического языка программирования обладающая всеми ранее перечисленными качествами.

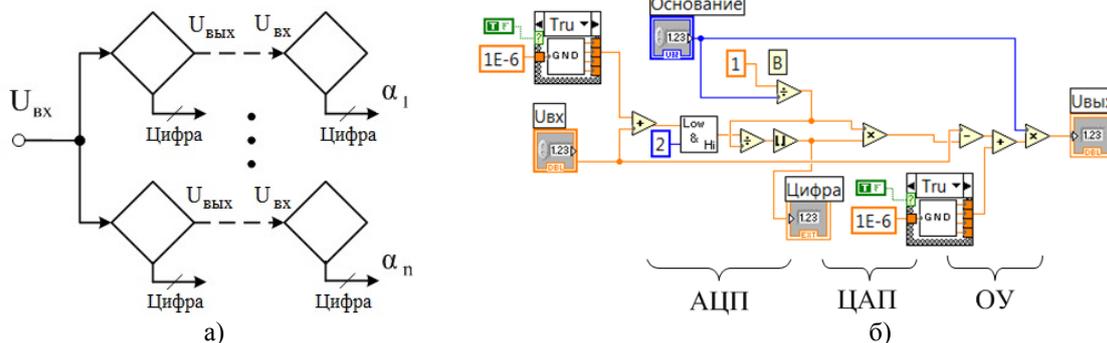


Рис. 1. Модель конвейерного АЦП в СОК

Конвейерный АЦП в СОК представляет собой n трактов по n звеньев (ромбы на рис. 1а). В процессе виртуального измерения входного напряжения ($U_{вх}$) устройство формирует цифровой эквивалент в виде непозиционного модулярного числа ($\alpha_1-\alpha_n$) по n выбранным основаниям МСС (p_1-p_n) и - в каждом тракте - позиционного полиадического. Модель каждого звена (рис. 1б) может отличаться только набором входных параметров и некоторых настроек. Здесь программная реализация виртуального локального АЦП начинается с добавления к входному сигналу шума первого генератора нормального распределения (функция GND). Если результат операции выходит за пределы заданного диапазона напряжений от 0 до 1 В (функция Low&Hi), то производится обрезка до ближайшей границы. Далее производится деление на квант по уровню и округление до ближайшего целого (рис. 1б). Если данное звено тракта последнее, то полученный цифровой эквивалент может быть использован для формирования модулярного числа, в противном случае - полиадического. Далее осуществляется

процедура преобразования на локальном ЦАП (рис. 1б), функцию которого здесь выполняет умножение на квант. Модель операционного усилителя (ОУ) осуществляет вычитание напряжения с ЦАП из входного сигнала с подмешиванием шума от второго генератора (GND) и умножением (усилением) на коэффициент, равный актуальной величине основания. Полученный результат ($U_{вых}$) передается на следующее звено.

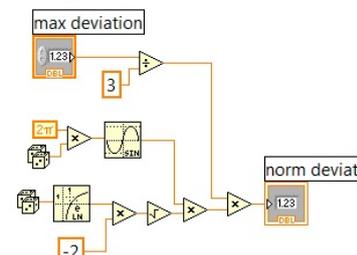


Рис. 2. Генератор нормально распределенных величин

Кроме реализации правильного алгоритма работы звена адекватность модели формируется за счет наличия генераторов белого шума, каждый из которых отвечает за свой аналоговый участок схемы (рис. 1б): первый - вход локального АЦП, вто-

рой - выход ЦАП и весь ОУ. Допускается, что цифровая часть в гораздо меньшей степени подвергается вредному воздействию. В реальных полупроводниковых устройствах происходит искажение сигнала и аддитивное добавление нежелательной мощности извне и изнутри. Тепловой шум и технологический разброс параметров приборов имеют распределение в виде кривой Гаусса, поэтому использование соответствующих виртуальных генераторов позволяет создать хоть и не абсолютно точную, но вполне приближенную к реальности модель звена. Преобразование Бокса - Мюллера [10] - давно известный метод синтеза нормально распределенных случайных величин. Функция GND (рис. 1б), реализующая данный подход средствами LabVIEW, представлена на рис. 2. Здесь из двух равномерно распределенных получается одна нормально распределенная величина на интервале (0,1]. На вход функции подается значение условно максимального размаха (max deviation), для

Динамика статистических характеристик

Для анализа поведения преобразователей рассмотрены модели с количеством оснований от двух до четырех и размахом отклонений величины шума от 10^{-6} до 10^{-4} В.

Как результат исследуется поведение двух параметров: доли ошибочных кодовых слов и среднеквадратического отклонения при выборке 10^7 значений в процессе изменения виртуального напряжения от 0 до 1 В. В качестве параметра оси абсцисс выступает разрядность АЦП, равная произведению актуальных оснований СОК и представленная в стандартном двоичном формате битами. Величина среднеквадратического отклонения выражена цифровым эквивалентом в виде количества младших значимых разрядов (МЗР).

В предложенной модели звена присутствуют два генератора шума, поэтому в первую очередь необходимо оценить, какой из них оказывает наибольшее влияние на точность работы устройства. Для этого рассмотрим АЦП в СОК по двум и четы-

упрощения равного трем среднеквадратическим отклонениям (3σ), что позволяет перейти от стандартного к требуемому распределению.

Предложенная модель звена (рис. 1б) является вполне универсальной, поскольку позволяет регулировать широкий ряд параметров: включать или выключать нужный генератор (даже заменять модель распределения), устанавливать требуемый уровень шумов, ограничивать или нет АЦП в пределах заданного диапазона напряжений по обеим границам (от 0 до 1В), определять основание и, соответственно, значение уровня кванта. В силу инструментального назначения LabVIEW как среды программирования здесь очень сложно учесть естественные приборные эффекты: температурный сдвиг параметров, АЧХ, ФЧХ и т.д. Но для решения главной задачи - поиска методов исправления ошибок конвейерных АЦП в СОК - такие простые модели вполне адекватны.

рем основаниям с наименьшим размахом величины шума в 10^{-6} В. Статистические параметры преобразований в модулярный (рис. 3а, в) и полиадический (рис. 3б, г) цифровой формат показывают, что подавляющее отрицательное воздействие на точность измерений оказывают нежелательные сигналы, генерируемые в аналоговой части звена ЦАП-ОУ. Хотя доля неверных кодовых слов модулярных чисел лишь в разы больше полиадических, среднеквадратическое отклонение первых на многие порядки больше вторых. Такая тенденция сохраняется и при больших, чем 10^{-6} В, значениях размаха. Кривые 1 и 2 (рис. 3г) находятся в пределах 0,57-0,58 МЗР, что соответствует шуму квантования. Аналогичные исследования также показали, что подавляющее влияние на искажение результата аналого-цифрового преобразования оказывают первые звенья трактов, поскольку появляющаяся там помеха претерпевает в итоге наибольшее усиление.

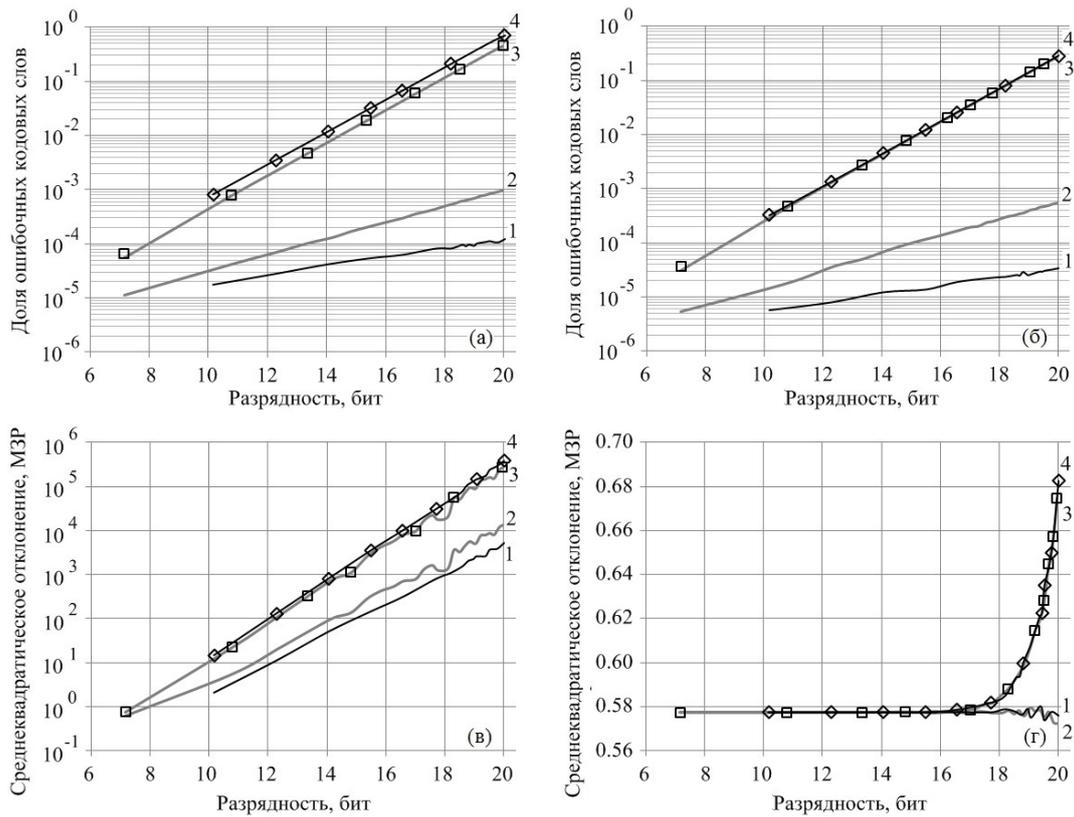


Рис. 3. Зависимость статистических параметров от номера работающего генератора (ген.) шума в модели звена и количества оснований (ос.) СОК: 1 - 4 ос., ген. № 1; 2 - 2 ос., ген. № 1; 3 - 2 ос., ген. № 2; 4 - 4 ос., ген. № 2; квадрат (□) - два основания, работают оба генератора; ромб (◇) - четыре основания, работают оба генератора

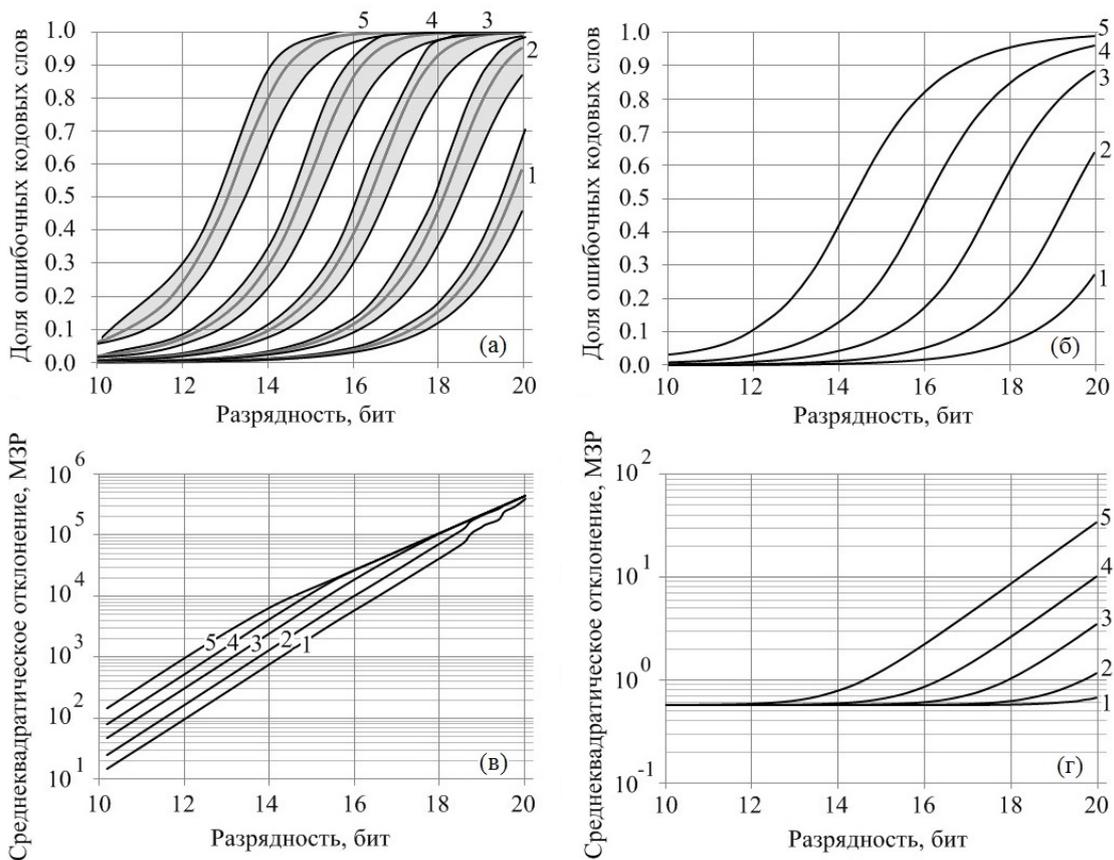


Рис. 4. Поведение статистических параметров в зависимости от размаха шума: 1 - 10^{-6} В; 2 - $3 \cdot 10^{-6}$ В; 3 - 10^{-5} В; 4 - $3 \cdot 10^{-5}$ В; 5 - 10^{-4} В

Динамика статистических характеристик цифровых эквивалентов входной аналоговой величины в модулярном (рис. 4а, в) и полиадическом (рис. 4б, г) формате определяется величиной размаха шума в звеньях. На вход генераторов нормального распределения (рис. 1б) подавались значения 10^{-6} - 10^{-4} В, что соответствует 1-100 ppm FS (part per million of Full Scale) при используемых виртуальных напряжениях от 0 до 1В. Зависимость от количества оснований заметно проявляет доля модулярных ошибочных кодовых слов (рис. 4а): закрашенные полосы ограничены черными кривыми для двух (нижняя) и четырех (верхняя), а средняя серая линия - для трех

соответственно. Также из рисунка следует, что увеличение числа звеньев практически не влияет на остальные статистические характеристики. Прямые участки среднеквадратического отклонения в двойном логарифмическом масштабе (рис. 4в) аппроксимируются простой зависимостью $y = ax^b$, где $a \approx 4(10^{-4} + 10^{-3})$, $b \approx 1,45$. Точки аналогичных кривых полиадического формата (рис. 4г) практически в половине рассмотренных случаев находятся в пределах шума квантования. Лишь при значении по оси абсцисс 20 бит все они выстраиваются вдоль линий, описываемых степенными функциями.

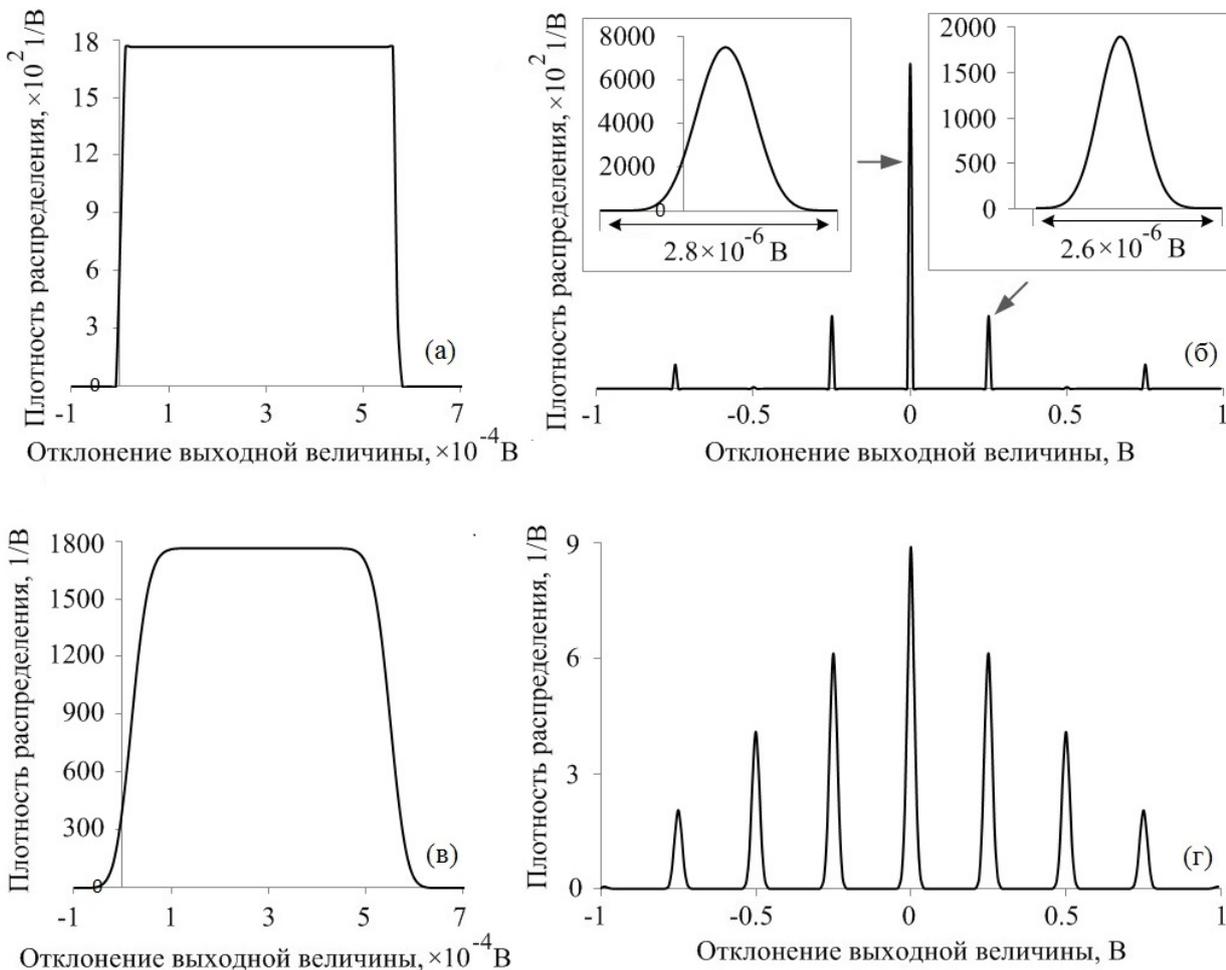


Рис. 5. Плотность распределения вероятности отклонения аналогового эквивалента выходной величины от входной для АЦП в СОК по двум основаниям

Сравнивая статистические характеристики модулярных и полиадических эквивалентов, приходим к выводу, что при превышении доли в 2-3 раза среднеквадратические отклонения первых на многие

порядки больше вторых. Из этого следует, что результат в формате вычетов будет практически всегда расположен очень далеко от реального значения, но при этом он находится в корреляции с числами по-

зиционного преобразования в трактах. Позволит ли этот факт реализовать метод «сужения окна» [11] или его аналог, смо-

жет ответить лишь отдельное исследование.

Геометрия плотности распределения

Алгоритм построения плотности распределения заключается в накоплении количества случаев попадания отклонений от математического ожидания ($U_{вх}$) в определенные интервалы в рамках рассматриваемого диапазона. Для этого ось абсцисс влево и вправо от нуля была разбита суммарно на двести отрезков так, чтобы один из них располагался строго по центру.

В процессе формирования результата преобразования участвовали все звенья с генераторами шума. Полученный эквивалент переводился в аналоговую форму и вычитался из входной величины. Далее оценивалось попадание в рассматриваемый диапазон и в конкретный интервал, где в случае успеха производился инкремент соответствующего счетчика. Полученные двести чисел нормировались на количество виртуальных экспериментов (10^7), что при построении плотности распределения позволяет оперативно оценивать вероятность попадания в заданный диапазон и, при необходимости, менять масштаб. Формирование конечного значения ординаты осуществлялось посредством деления соответствующей вероятности попадания в интервал на его «длину» в вольтах.

мый диапазон и в конкретный интервал, где в случае успеха производился инкремент соответствующего счетчика. Полученные двести чисел нормировались на количество виртуальных экспериментов (10^7), что при построении плотности распределения позволяет оперативно оценивать вероятность попадания в заданный диапазон и, при необходимости, менять масштаб. Формирование конечного значения ординаты осуществлялось посредством деления соответствующей вероятности попадания в интервал на его «длину» в вольтах.

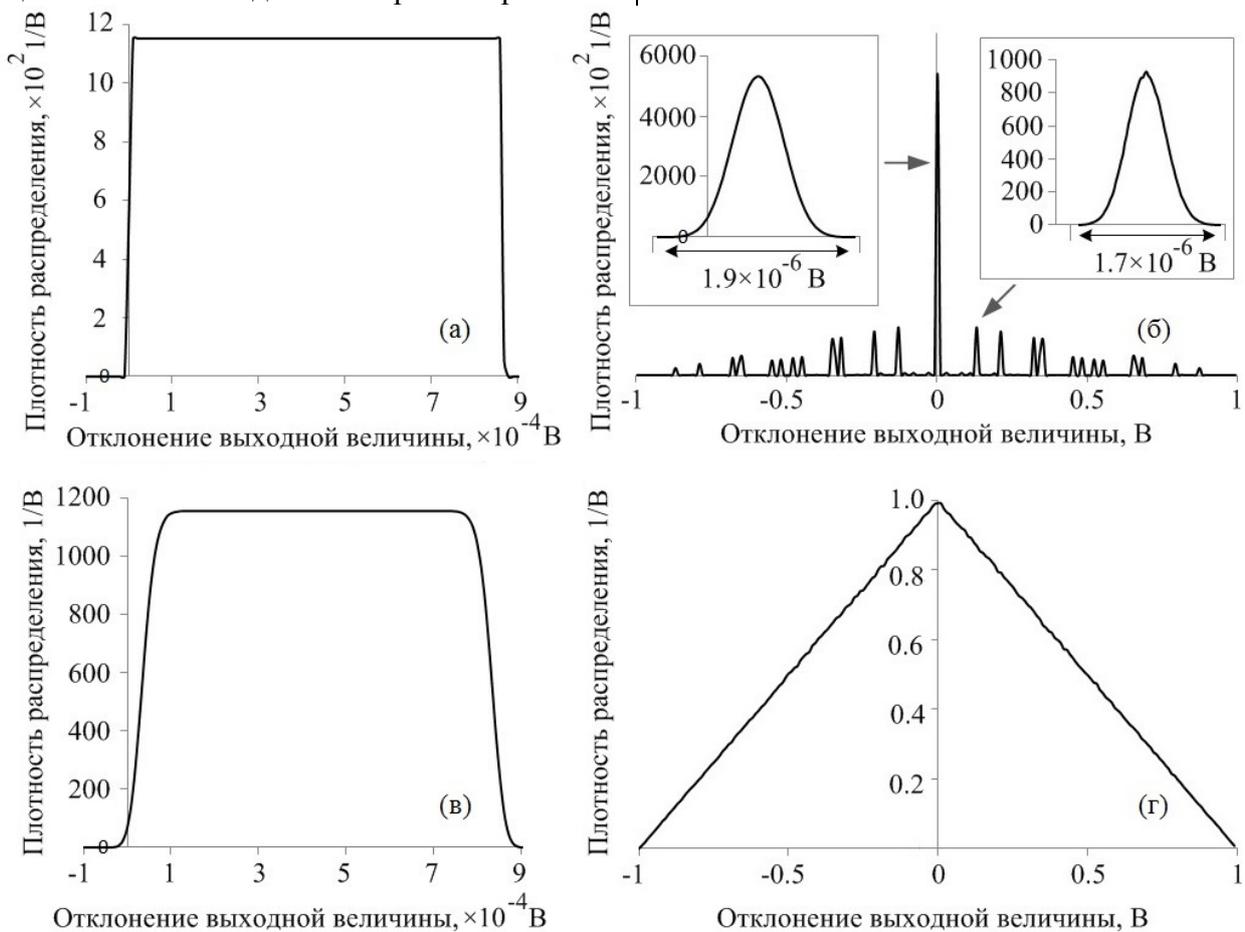


Рис. 6. Плотность распределения вероятности отклонения аналогового эквивалента выходной величины от входной для АЦП в СОК по четырем основаниям: а - разрядность 10 бит, размах шума 10^{-6} В; б - разрядность 10 бит, размах шума 10^{-4} В; в - разрядность 20 бит, размах шума 10^{-6} В; г - разрядность 20 бит, размах шума 10^{-4} В

Наибольшее разнообразие в геометрии функции плотности дают модулярные числа. АЦП в СОК по двум основаниям при разрядности порядка 10 (рис. 5а, б) и 20 бит (рис. 5в, г) генерируют для размаха шума 10^{-6} В положительные отклонения с распределением, близким к равномерному (рис. 5а, в). Дальнейший рост помехи до 10^{-4} В приводит в первом случае (рис. 5б) к появлению острых пиков с формой Гауссиана, а во втором (рис. 5г) - к резкому снижению их по высоте и расширению по основанию. Аналогичная ситуация наблюдается и для четырех оснований СОК, где в итоге происходит срастание в рамках

Заключение

Таким образом, в процессе изучения характеристик АЦП в СОК средствами программной среды LabVIEW были разработаны модели конвейерных устройств для дальнейшего исследования потенциальных методов исправления неверных кодовых слов. Установлено, что непосредственное получение вычетов СОК как результатов

диапазона отдельных характеристик в единый треугольник (рис. 6).

Преобразованию в полиадический формат, в отличие от модулярного, всегда соответствует неразделенная по напряжению характеристика распределения плотности, которая имеет тенденцию с ростом размаха шума и разрядности менять форму от равномерной к нормальной. Дальнейшие исследования должны будут показать, насколько факт дискретизации полосы или определенной функциональной зависимости можно использовать для исправления неверных кодовых слов.

преобразования чревато недопустимой неопределенностью даже по сравнению с полиадическими числами, генерируемыми в тех же трактах. Тем не менее особенности в форме функциональной зависимости плотности распределения позволяют предполагать потенциальную пользу для реализации конечной цели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дьяконов, В. Сенсация 2015: Teledyne LeCroy освоила выпуск первого в мире 100-ГГц осциллографа реального времени! / В. Дьяконов // Компоненты и технологии. – 2015. – № 3. – С. 16-22.
2. Акушский, И.Я. Машинная арифметика в остаточных классах / И.Я. Акушский, Д.И. Юдицкий. - М.: Сов. радио, 1968. – 440 с.
3. Кожевников, А.А. Аналого-цифровые преобразователи в системе остаточных классов / А.А. Кожевников // Нейрокомпьютеры: разработка и применение. – 2010. – № 9. – С. 26-28.
4. Пат. 2433527 РФ, МПК⁷ H03M1/28. Аналого-цифровой преобразователь в системе остаточных классов / Кожевников А.А. – Заявл. 12.04.10; опубл. 10.11.11.
5. Кожевников, А.А. Конвейерные аналого-цифровые преобразователи, функционирующие в системе остаточных классов / А.А. Кожевников, К.П. Беспалов // Динамика сложных систем – XXI век. – 2014. – № 3. – С. 11-14.
6. Пат. 2546621 РФ, МПК⁷ H03M1/28. Аналого-цифровой преобразователь в системе остаточных классов / Кожевников А.А. [и др.]. – Заявл. 09.01.14; опубл. 10.04.15.
7. Аппаратная реализация алгоритмов модулярной арифметики: сб. ст. / под ред. В.П. Ирхина, А.А. Кожевникова. - LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015. – 85 с.
8. Кожевников, А.А. Методы непозиционного аналого-цифрового преобразования / А.А. Кожевников, К.П. Беспалов // Автометрия. – 2015. – Т. 51. – № 6. – С. 125-130.
9. Кожевников, А.А. Синтез аналого-цифровых, первичных и вторичных модулярных измерительных преобразователей / А.А. Кожевников // Наука. Инновации. Технологии. – 2017. – № 1. – С. 17-28.
10. Vox G.E.P. A note on the generation of random normal deviates // Annals of mathematical statistics. – 1958. – Т. 29. – № 2. – С. 610-611.
11. Кожевников, А.А. Детектирование и исправление ошибок аналого-цифрового кодирования в остаточных классах / А.А. Кожевников // Материалы I-й международной конференции «Параллельная компьютерная алгебра и ее приложения в новых инфокоммуникационных системах». – Ставрополь, 2014. – С. 285 - 287.

nents and Technologies. – 2015. – No.3. – pp. 16-22.

2. Akushsky, I.Ya. *Computer Arithmetic in Residual Classes* / I.Ya. Akushsky, D.I. Yuditsky. – M.: Sov. Radio, 1968. – pp. 440.
3. Kozhevnikov, A.A. Analog-to-digital converters in residual class system / A.A. Kozhevnikov // *Neuro-computers: Development and Application*. – 2010. – No.9. – pp. 26-28.
4. Pat. 2433527 the RF, IPC⁷ N03M1/28. *Analog-to-Digital Converter in Residual Class System* / Kozhevnikov A.A. – Appl. 12.04.10; published 10.11.11.
5. Kozhevnikov, A.A. Conveyer analog-to-digital converters functioning in residual class system / A.A. Kozhevnikov, K.P. Bepalov // *Complex System Dynamics – XXI century*. – 2014. – No.3. – pp. 11-14.
6. Pat. 2546621 the RF, IPC⁷ N03M1/28. *Analog-to-Digital Converter in Residual Class System* / Kozhevnikov A.A. [et al.]. – Appl.09.01.14.; published 10.04.15.
7. *Hardware Realization of Modular Arithmetic Algorithms: Proceedings* / under the editorship of V.P. Irkhin, A.A. Kozhevnikov. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015. – pp. 85.
8. Kozhevnikov, A.A. Methods of non-positional analog-to-digital conversion / A.A. Kozhevnikov, K.P. Bepalov // *Autometry*. – 2015. – Vol.51. – No.6. – pp. 125-130.
9. Kozhevnikov, A.A. Synthesis of analog-to-digital primary and secondary modular measuring converters / A.A. Kozhevnikov // *Science. Innovations. Techniques*. – 2017. – No.1. – pp. 17-28.
10. Box G.E.P. A note on the generation of random normal deviates // *Annals of mathematical statistics*. – 1958. – T. 29. – № 2. – С. 610-611.
11. Kozhevnikov, A.A. Detection and error correction of analog-to-digital coding in residual classes / A.A. Kozhevnikov // *Proceedings of the I-st Inter. Conf. "Parallel Computer Algebra and Its Applications in New Info-Communication Systems"*. – Stavropol, 2014. – pp. 285-287.

Статья поступила в редколлегию 23.09.17.

Рецензент: д.т.н., доцент Воронежского
института ФСИИ России
Ирхин В.П.

Сведения об авторах:

Кожевников Алексей Александрович, к.ф.-м.н., доцент кафедры «Социально-гуманитарные, естественно-научные и общепрофессиональные дисциплины» филиала РГУПС в г. Воронеже, e-mail: akozhev@yandex.ru.

Kozhevnikov Alexey Alexandrovich, Can. Physic-Math., Assistant Prof. of the Dep. "Social-Arts, Natural-Scientific and General Professional Subjects", Branch of RSUAS in Voronezh, e-mail: akozhev@yandex.ru.