УДК 621.77.016:62178.061
DOI: 10.30987/1999-8775-2020-9-19-28

С.А. Шептунов, В.А. Логвин, Л.А. Уварова, Т.В. Карлова

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ ШРЁДИНГЕРА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЯВЛЕНИЙ, ПРОТЕКАЮЩИХ В ПЛАЗМОГЕНЕРАТОРЕ ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА

Рассматриваются вопросы описания движения потока микрочастиц в плазмогенераторе тлеющего разряда. В тлеющем разряде формирование потоков заряженных частиц имеет вероятностный характер, поэтому наиболее целесообразно применение уравнения Шрёдингера для оценки данных явлений.

Получены аналитические зависимости для определения энергии заряженных частиц, участвующих во взаимодействии с обрабатываемым изделием. При формировании потока заряженных частиц учитывается их масса и закон распределения количества частиц в зависимости от массы.

Ключевые слова: плазмогенератор, тлеющий разряд, поток ионов, управление, автоматизированная технологическая среда.

S.A. Sheptunov, V.A. Logvin, L.A. Uvarova, T.V. Karlova

SCHROEDINGER EQUATION USE FOR INVESTIGATIONS OF PHENOMENA TAKING PLACE IN PLASMA GENERATOR OF GLOW DISCHARGE

The work purpose is development of the theory ensuring creation of an efficient system of fast process control in the plasma generator of a glow discharge and contributing to the development of new techniques and equipment for their realization under conditions of controllable automated tool production.

There are used regulations of quantum mechanics lying in that any system can be described by setting in a general case a complex wave function of the kind of $\psi(\vec{r},t)$. A possibility to find out a charged particle at the time t in some point of the near-cathode area of the closed volume of the plasma generator with the radius-vector $\vec{r}$ was defined by probability density which is presented by a module square of the wave function of $|\psi(\vec{r},t)|^2$.

In the course of the investigation carried out there are obtained the following results. The formation of charged particle flows in the plasma generator of a glow discharge has a probabilistic character. The Schroedinger equation use to obtain analytical dependences describing the processes of charged particle flows formation in the plasma generator of a glow charge is the most corresponding as it allows defining a value of their energy depending on the gas technological environment used. The rate change of gas technological environment pumping allows forming a corresponding volume of ions having specified energy and frequency, in the flow taking into account their mass and energy according to the adopted exponential distribution of ion mass in the flow.

In automated technological environment having changed a kind of gas technological environment and a rate of its pumping it is possible to obtain predictable results of the impact of glow discharge plasma upon a surface of products worked explaining the effect of defect generation. As a result of high-energy ion bombardment of the surface of products under processing in the plasma generator of the glow discharge there is discovered the presence of a dissipative process with the elements of self-organization. The low-energy ion presence in the flow ensures an ion current transfer which results in the change of chemical and phase structure in the surface volume of material, its modification and reduction of a crystalline structure and also in amorphism on the surface.

Key words: plasma generator, glow discharge, ion flow, control, automated technological environment.

Введение

Одной из важнейших задач машиностроительных производств является совершенствование качества выпуска изделий с сокращением издержек на их изготовление. При принятии управленческого решения о целесообразности разработки нового изделия значительная роль должна уделяться как технологии изготовления, так методам и средствам контроля качества процессов. Условия внешней среды производственных процессов, такие как повышение скоростей, давлений и температур на рабочих поверхностях режущих и формообразующих инструментов, требуют повышенной надежности и долговечности создаваемой продукции. Необходимые структуры и соответствующие физико-механические свойства в приповерхностных объёмах материалов изделий подразумевают разработку новых способов ионно-плазменного воздействия на поверхность. Экономическая составляющая от использования предлагаемых технологий на основе способов ионной обработки выглядит наиболее предпочтительно по сравнению с имеющимися технологическими решениями, если учитывать обеспечение достижения поставленных целей. Разработка новых технологий, легко встраиваемых в управляемое автоматизированное инструментальное производство, обеспечивающих построение необходимых структур на поверхности существующих и создаваемых новых инструментальных материалов с заданными физико-механическими свойствами, является злободневной проблемой машиностроения.

Наиболее энерго-эффективными способами энергетического воздействия на поверхность материалов изделий являются технологии, основанные на использовании обработки плазмой тлеющего разряда, возбуждаемого в различных газово-молекулярных составах [1, 2]. В приповерхностных объёмах материалов изделий в результате бомбардировки энергетическим потоком заряженных частиц плазмы тлеющего разряда, обладающих различными энергиями, совершаются необходимые структурно-фазовые преобразования, способствующие приданию им желаемого качества.

Задачей настоящей работы является разработка теории, обеспечивающей создание эффективной системы управления быстропротекающими процессами в плазмогенераторе тлеющего разряда и способствующей разработке новых технологий и оборудования для их реализации в условиях управляемого автоматизированного инструментального производства.

Методика исследования

Для изучения явлений, протекающих в плазмогенераторе при формировании тлеющего разряда, используемого для обработки различных материалов с целью изменения в поверхностном слое их физико-механических свойств, воспользуемся положением квантовой механики, заключающемся в том, что любую систему можно описать, задавшись в общем случае комплексной волновой функцией вида $\psi\left(\vec{r},t\right)$. Возможность обнаружить заряженную частицу в момент времени t в некоторой точке прикатодного пространства замкнутого объёма плазмогенератора с радиусом вектором $\vec{r}$ определяется плотностью вероятности, которая представляется квадратом модуля волновой функции $\left|\psi\left(\vec{r},t\right)\right|^2$. Вероятность нахождения частицы в элементарном объёме $dV = d^3\vec{r}$ рабочего прикатодного пространства плазмогенератора в точке с радиусом-вектором $\vec{r}$ в момент времени t можно представить в виде

$$P\left(\vec{r},t\right)d^2\vec{r} = C^2\left|\psi\left(\vec{r},t\right)\right|^2 d^3\vec{r}, \qquad (1)$$

где C – постоянная, принимаемая из условия

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\psi^*\left(\vec{r},t\right)\psi\left(\vec{r},t\right)\, d^3\vec{r} = 1, \qquad (2)$$

где $\psi^*\left(\vec{r},t\right)$ – функция комплексно-сопряженная $\psi\left(\vec{r},t\right)$.

Изменения во времени функции $\psi\left(\vec{r},t\right)$ при условии, что частица движется в потенциале $U(\vec{r},t)$, отражаются нестационарным уравнением Шрёдингера [3-5] следующего вида

$$i\hbar\frac{\partial\psi(\vec{r},t)}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\vec{r},t)+U(\vec{r},t)\psi(\vec{r},t), \tag{3}$$

где m – масса частицы; $\hbar$ – постоянная Планка, деленная на 2π,

$$\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$$ – оператор Лапласа [6].

Для одномерной задачи уравнение Шрёдингера можно записать в нижеследующем виде

$$i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x,t)+U(x,t)\psi(x,t). \tag{4}$$

При условии, что потенциал не является функцией от времени, решение уравнения (4) можно представить, как

$$\psi(x,t)=\phi(x,t)e^{-\frac{iEt}{\hbar}}. \tag{5}$$

Если частица находится в состоянии, отражаемом волновой функцией (5), то она обладает определённым значением энергии E. Выполнив подстановку (5) в (4), в результате преобразований получим стационарное уравнение Шрёдингера следующего вида

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+U(x)\right]\phi(x)=E\phi(x), \tag{6}$$

где $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+U(x)$ является оператором энергии $\hat{H}$ или оператором Гамильтона; $\phi(x)$ – собственная функция гамильтониана; E_n – собственное значение оператора $\hat{H}$.

Тогда уравнение (6) можно записать

$$\hat{H}\phi(x)=E\phi(x). \tag{7}$$

Так как, оператор $\hat{H}$ может иметь n собственных функций ϕ_n и n соответствующих им величин энергии E_n. Если значения энергий будут совпадать, то в результате получатся вырожденные состояния, а если будут принимать множество непрерывных по величине значений, то имеем непрерывную зависимость. В следствие того, что базовым состоянием любой частицы принято считать равновесное состояние, то есть когда частица обладает минимальной энергией E_1 [7-10].

При постоянной величине падения потенциала в прикатодном пространстве плазмогенератора $U(x)=const$ можно записать

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+U(x)\right]\phi(x)-E\phi(x)=0$$

$$\frac{\partial^2\phi(x)}{\partial x^2}-\frac{2m}{\hbar^2}(U(x)-E)\phi(x)=0. \tag{8}$$

Выполнив преобразования получим:

$$\lambda^2-\frac{2m}{\hbar^2}(U(x)-E)=0.$$

При решении данного уравнения возможны два варианта:

$$\text{если} \quad Г(ч)<Уб \text{ то } Г(ч)\text{-}У<0 \text{ и } \lambda_{1,2}=\frac{\sqrt{2m}}{\hbar}i\sqrt{E-U(x)}\text{ б} \qquad (9)$$

если $U(x)>E$, то $U(x)-E>0$ при данном условии значительного ударного энергетического воздействия на поверхность изделия может не быть в следствие торможения ионов в прикатодном пространстве плазмогенератора. Тогда рассмотрим подробнее первый случай и:

$$\phi(x)=C_1\cos\frac{\sqrt{2m}}{\hbar}\sqrt{E-U(x)}x+C_2\sin\frac{\sqrt{2m}}{\hbar}\sqrt{E-U(x)}x,$$

при $x_{\min}=0$ $\quad \phi(x_{\min})=C_1\cos 0+C_2\sin 0=0\Rightarrow C_1=0$,

при $x_{\max}=0$

$$\phi(x_{\max})=C_2\sin\frac{\sqrt{2m}}{\hbar}\sqrt{E-U(x)}x_{\max}=0\Rightarrow\frac{\sqrt{2m}}{\hbar}\sqrt{E-U(x)}x_{\max}=\pi n, E_n=U(x)+\frac{\pi^2n^2\hbar^2}{2mx_{\max}^2}$$

$$\phi_n(x)=C_2\sin\frac{\pi nx}{x_{\max}}$$

$$\Psi=\sum_{n=1}^{\infty}B_n e^{\frac{-i(U(x)+\frac{\pi^2n^2\hbar^2}{2mx_{\max}^2})t}{\hbar}}\sin\frac{\pi nx}{x_{\max}},$$

где $B_n=\frac{2}{x_{\max}}\int_0^{x_{\max}}\Psi(0)\sin\frac{\pi nx}{x_{\max}}dx$ – коэффициенты Фурье, $\Psi(0)=\Psi(t=0)$.

Принимая во внимание, что масса заряженных частиц, взаимодействующих с обрабатываемыми изделиями в плазмогенераторе тлеющего разряда может быть различной и распределение по массам тоже. При этом закон распределение потенциала в межэлектродном пространстве близок к показательному [11]. Воспользуемся показательным распределением и суммарная масса воздействующих частиц будет

$$\Psi_{\sum}\int_{m_{\min}}^{m_{\max}}\psi(m)f(m)dm.$$

Для показательного распределения

$$f(\xi)=\lambda e^{-\lambda\xi},$$

где λ – параметр, $\xi>0$.

Поскольку математическое ожидание равно $\frac{1}{\lambda}$, то в качестве λ можно принять $\frac{1}{m_{вер}}$, где $m_{вер}$ – наиболее вероятная масса иона участвующего во взаимодействии. В качестве контроля можно принять, что дисперсия равна $D\xi=\frac{1}{\lambda^2}$. Можно использовать также и распределение Лапласа. Для принятого показательного распределения выполним подстановки и получим:

$$\Psi_{\sum}=\int_{m_{\min}}^{m_{\max}}(\sum_{n=1}^{\infty}B_n e^{\frac{-i(U(x)+\frac{\pi^2n^2\hbar^2}{2mx_{\max}^2})t}{\hbar}}\sin\frac{\pi nx}{x_{\max}})\bullet\lambda e^{-\lambda m}dm=\sum_{n=1}^{\infty}B_n\lambda(\int_{m_{\min}}^{m_{\max}}e^{\frac{-i(U(x)+\frac{\pi^2n^2\hbar^2}{2mx_{\max}^2})t}{\hbar}}-\lambda mdm)\bullet\sin\frac{\pi n}{x_{\max}}$$

Поскольку $e^{i\phi}=\cos\phi+i\sin\phi$, то имеет смысл взять реальную часть и интеграл преобразуется

$$\operatorname{Re}I=\int_{m_{\min}}^{m_{\max}}e^{-\lambda m}\cos(\frac{(U(x)+\frac{\pi^2n^2\hbar^2}{2mx_{\max}^2})t}{\hbar})dm \qquad (10)$$

Поскольку (10) невозможно взять в элементарных функциях, то воспользуемся численным решением

$$U(x)=ax+b$$

$$\frac{\partial^2\phi(x)}{\partial x^2}-\frac{2m}{\hbar^2}(ax+b-E)\phi(x)=0$$

Учитывая то, что должно выполняться условие $E>ax+b$, тогда

$$\frac{\partial^2\phi(x)}{\partial x^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-ax-b)\phi\left(x\right)=0$$

Выполним замены

$$\tilde{b}=\frac{2m(E-b)}{\hbar^2},\tilde{a}=-\frac{2m}{\hbar}a,\tilde{a}\neq 0$$

$$\frac{\partial^2\phi(x)}{\partial x^2}+(\tilde{a}x+\tilde{b})\phi\left(x\right)=0$$

$$\xi=\tilde{a}x+\tilde{b}$$

$$\tilde{a}^2\frac{\partial^2\phi(x)}{\partial\xi^2}+\xi\phi\left(x\right)=0$$

$$\frac{\partial^2\varphi(x)}{\partial\xi^2}+\frac{1}{\tilde{a}^2}\xi\varphi\left(x\right)=0 \qquad (11)$$

Уравнение (11) согласно [12] это уравнение вида

$$y''=Cx^{\alpha}y\,.$$

В нашем случае

$$\Phi''(x)=-\frac{1}{\tilde{a}^2}\xi\phi,\ \alpha=1.$$

Выполним замену $\xi=\frac{1}{\exists}$, $\Phi=\xi\tilde{\Phi}(\exists)$ получим

$$\Phi'=(\xi\tilde{\Phi}(\frac{1}{\xi}))'=\tilde{\Phi}(\frac{1}{\xi})-\frac{1}{\xi}\tilde{\Phi}'(\frac{1}{\xi})$$

$$\Phi''=-\tilde{\Phi}'(\frac{1}{\xi})\frac{1}{\xi^2}+\frac{1}{\xi^2}\tilde{\Phi}'(\frac{1}{\xi})+\frac{1}{\xi^3}\tilde{\Phi}''(\frac{1}{\xi}).$$

Из выполненных подстановок следует, что

$$\frac{1}{\xi^3}\tilde{\Phi}''(\frac{1}{\xi})=-\frac{1}{\tilde{a}^2}\xi^2\tilde{\Phi}\,,\quad \exists=\frac{1}{\xi}$$

$$\tilde{\Phi}''(\exists)=-\frac{1}{\tilde{a}^2}\exists^{-5}\tilde{\Phi}(\exists) \qquad (12)$$

Уравнение (12) согласно [12] это уравнение вида

$$y''=Cx^{2q-2}y\,.$$

Согласно [12] решением данного уравнения является уравнение вида

$$y=\sqrt{x}Z_{\frac{1}{2q}}(iq^{-1}\sqrt{c}x^{q})\,.$$

В нашем случае

$$2q-2=-5,\ q=-\frac{3}{2}.$$

Отсюда

$$\tilde{\Phi}(\exists)=\sqrt{\exists}Z_{\frac{-1}{3}}(i(-\frac{2}{3})\sqrt{\frac{-1}{\tilde{a}^2}}\exists^{-\frac{3}{2}})=\sqrt{\exists}Z_{\frac{-1}{3}}(\frac{2}{3}\frac{1}{\tilde{a}}\frac{1}{\exists^{\frac{3}{2}}})=\frac{1}{\sqrt{\xi}}Z_{\frac{-1}{3}}(\frac{2}{3}\frac{1}{\tilde{a}}\xi^{\frac{3}{2}})$$

$$\Phi(\xi)=\sqrt{\xi}Z_{\frac{-1}{3}}(\frac{2}{3}\frac{1}{\tilde{a}^2}\xi^{\frac{3}{2}})\,.$$

После выполнения подстановок и преобразований получим

$$\Phi(x)=\sqrt{\tilde{a}x+\tilde{b}}Z_{\frac{-1}{3}}(\frac{2}{3}\frac{1}{\tilde{a}}(\tilde{a}x+\tilde{b})^{\frac{3}{2}})=\sqrt{\frac{-2m}{\hbar^2}ax+\frac{2m}{\hbar^2}(E-b)}Z_{\frac{-1}{3}}(-\frac{2}{3}\frac{\hbar^2}{2ma}(-\frac{2ma}{\hbar^2}x+\frac{2m}{\hbar^2}(E-b)^{\frac{3}{2}}))=$$

$$=-\frac{\sqrt{2m}}{\hbar}\sqrt{E-b-ax}Z_{\frac{-1}{3}}(-\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b-ax)^{\frac{3}{2}})\,,$$

и тогда

$$\Phi(x)=\frac{\sqrt{2m}}{\hbar}\sqrt{E-b-ax}(C_2J_{\frac{1}{3}}(-\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b-ax)^{\frac{3}{2}})+C_1J_{\frac{-1}{3}}(-\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b-ax)^{\frac{3}{2}})\,,$$

где $J_{\frac{1}{3}}$ чётная и $J_{\frac{-1}{3}}$ нечётная - функции Бесселя.

Таким образом

$$\Phi(x)=\frac{\sqrt{2m}}{\hbar}\sqrt{E-b-ax}(C_2J_{\frac{1}{3}}(\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b-ax)^{\frac{3}{2}})+C_1J_{\frac{-1}{3}}(\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b-ax)^{\frac{3}{2}})$$

Выполним подстановку в соответствии с граничными условиями имеем

$$\begin{cases} C_1J_{\frac{-1}{3}}(\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b)^{\frac{3}{2}})+C_2J_{\frac{1}{3}}(\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b)^{\frac{3}{2}})=0 \\ C_1J_{\frac{-1}{3}}(\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b-ax_{\max})^{\frac{3}{2}}+C_2J_{\frac{1}{3}}(\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b-ax_{\max})^{\frac{3}{2}})=0 \end{cases}. \tag{13}$$

Чтобы решение было не тривиальным главный определитель системы должен быть равен нулю

$$\Delta=J_{\frac{-1}{3}}(\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b)^{\frac{3}{2}})J_{\frac{1}{3}}(\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b-ax_{\max})^{\frac{3}{2}})-J_{\frac{-1}{3}}(\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b-ax_{\max})^{\frac{3}{2}})J_{\frac{1}{3}}(\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b)^{\frac{3}{2}})=0\,. \tag{14}$$

Данное уравнение (14) является условием для определения E_n и его решение представим в виде

$$\Psi\sum_{n=1}^{\infty}e^{\frac{-iE_nt}{\hbar}}(B_{1n}J_{\frac{-1}{3}}(\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E_n-b-ax)^{\frac{3}{2}})+B_{2n}J_{\frac{1}{3}}(\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E_n-b-ax)^{\frac{3}{2}})$$

В системе уравнений (13) C_{2n} можно выразить через C_{1n}, например, из первого уравнения системы (13), поэтому для определения B_{1n}, B_{2n} достаточно одного условия $\Psi(0)$). Если наложить условие C_1=0, а $C_1\neq 0$, тогда уравнения

$$J_{\frac{1}{3}}(\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b)^{\frac{3}{2}})=0\,,$$

и его корни

$$\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E_n-b)^{\frac{3}{2}})=\mu_n\,.$$

Отсюда

$$E_n=(\frac{\mu_n\hbar a}{\sqrt{2m}})^{\frac{2}{3}}+b$$

Далее для каждого E_n из второго условия находим возможные наборы x_{max}

$$J_{\frac{1}{3}}(\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b-x_{\max j})^{\frac{3}{2}})=0$$

$$\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E_n-b-x_{\max j})^{\frac{3}{2}})=\mu_j(E_n)$$

$$E_n-b-x_{\max j}=\mu_j(E_n)^{\frac{2}{3}}(\frac{\hbar a}{\sqrt{2m}})^{\frac{2}{3}}$$

$$x_{\max j}=E_n-b-(\mu_j(E_n)\frac{\hbar a}{\sqrt{2m}})^{\frac{2}{3}}\,.$$

Таким образом можно сопоставлять x_{maxj} и возможные значения E_n. Аргументы функции Бесселя много больше 1, поэтому удобнее рассматривать безразмерные величины, и для этого воспользуемся асимптотическими формулами

$$J_{\upsilon}(x)\approx\sqrt{\frac{2}{\pi x}}\cos(x-\frac{\upsilon\pi}{2}-\frac{\pi}{4})$$

$$J_{-\upsilon}(x)\approx\sqrt{\frac{2}{\pi x}}\cos(x-\frac{\upsilon\pi}{2}-\frac{\pi}{4}+\upsilon\pi)$$

В нашем случае

$$J_{\frac{1}{3}}(x)\approx\sqrt{\frac{2}{\pi x}}\cos(x-\frac{5\pi}{12})$$

$$J_{\frac{-1}{3}}(x)\approx\sqrt{\frac{2}{\pi x}}\cos(x-\frac{\pi}{12})$$

Из уравнения (14) после подстановок получаем

$$\frac{\cos(\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b)^{\frac{3}{2}}-\frac{\pi}{12})}{\cos(\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b)^{\frac{3}{2}}-\frac{5\pi}{12})}=\frac{\cos(\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b-ax_{\max})^{\frac{3}{2}}-\frac{\pi}{12})}{\cos(\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E-b-ax_{\max})^{\frac{3}{2}}-\frac{5\pi}{12\hbar a})} \tag{15}$$

В результате решения уравнения (15) получим значения E_n.

В общем случае обозначим

$$Z = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E_n - b)^{\frac{3}{2}}$$

$$\alpha = \frac{(E - b - ax_{\max})^{\frac{3}{2}}}{(E - b)^{\frac{3}{2}}}$$

Выполнив подстановки из (14) получаем

$$\frac{J_{-\frac{1}{3}}(Z)}{J_{\frac{1}{3}}(Z)} = \frac{J_{-\frac{1}{3}}(\alpha Z)}{J_{\frac{1}{3}}(\alpha Z)} \qquad (16)$$

Решая уравнение (16) находим несколько первых корней для различных α и Z. После чего можно определить различные значения E_n для n=0, 1, 2…..

Из уравнения (15) при переходе к тангенсам получим

$$tgZ = tg\alpha Z.$$

Тогда

$$Z = \alpha Z + \pi n.$$

Отсюда следует, что

$$Z = \frac{\pi n}{1-\alpha}, n = 1, 2, ...$$

$$\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E - b)^{\frac{3}{2}} = \frac{\pi n}{1 - \frac{(E - b - ax_{\max})^{\frac{3}{2}}}{(E - b)^{\frac{3}{2}}}} \Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{2m}}{\hbar a}(E - b)^{\frac{3}{2}} = \frac{\pi n (E - b)^{\frac{3}{2}}}{(E - b)^{\frac{3}{2}} - (E - b - ax_{\max})^{\frac{3}{2}}}.$$

В результате преобразований и упрощений получим зависимость для определения энергии образующихся в плазмогенераторе тлеющего разряда заряженных частиц в соответствии с их массой E_n

$$(E - b)^{\frac{3}{2}} - (E - b - ax_{\max})^{\frac{3}{2}} = \frac{\hbar a \pi n}{\sqrt{2m}}.$$

Результаты исследований и их обсуждение

Формирование потоков заряженных частиц в плазмогенераторе тлеющего разряда носит вероятностный характер. При возбуждении тлеющего разряда сложно определить в какой период времени образуется заряженная частица с определённой массой и обладающая определённой энергией. Представление процессов в плазмогенераторе тлеющего разряда, являющегося замкнутой энергетической системой в виде комплексной волновой функции, позволило использовать уравнения Шрёдингера для решения этой задачи. Так как нахождение заряженной частицы, обладающей определённой массой и энергией в прикатодном пространстве, в области наибольшего падения потенциала тлеющего разряда близкого по форме к показательному распределению, в заданный момент времени определяется плотностью вероятности или квадратом модуля волновой функции, то использование показательного распределения по массе заряженных частиц, участвующих в бомбардировке поверхности изделий, является наиболее соответствующим. В результате выполнения решения поставленной задачи получены аналитические зависимости для определения энергии заряженных частиц, участвующих во взаимодействии с обрабатываемым изделием в плазмогенераторе тлеющего разряда в зависимости от величины прикатодного промежутка и в соответствии с массой образующихся ионов и распределением их количества по массам. Согласно полученным зависимостям можно в соответствии с используемой газовой технологической средой получать соответствующие по виду газовые ионы, а меняя скорость её прокачки формировать необходимый поток согласно показательного распределения их по массам. Наличие необходимого количества бомбардирующих частиц, обладающих определённым спектром частот и энергий позволит проводить выполнение соответствующих преобразований в поверхностном объёме материала обрабатываемых изделий. На основании этого можно обеспечить эффективное управление быстропротекающими процессами при обработке различных изделий в условиях автоматизированного инструментального производства.

Заключение

Установлено, что использование уравнения Шрёдингера для получения аналитических зависимостей, описывающих процессы формирования потоков заряженных частиц в плазмогенераторе тлеющего разряда, является наиболее соответствующим так, как позволяет устанавливать величину их энергии в зависимости от вида используемой газовой технологической среды. Изменение скорости прокачки газовой технологической среды позволяет формировать соответствующий объём ионов, обладающих заданной энергией и частотой, в потоке, учитывая их массу и энергию согласно принятого показательного распределения масс ионов в потоке. В результате в автоматизированной технологической среде возможно меняя вид газовой технологической среды и скорости её прокачки получать предсказуемые результаты воздействия плазмы тлеющего разряда на поверхность обрабатываемых изделий объясняя эффект генерации дефектов. В результате бомбардировки высокоэнергетическими ионами поверхности обрабатываемых изделий в плазмогенераторе тлеющего разряда выявлено наличие диссипативного процесса с элементами самоорганизации. При этом наблюдается переменное усиливающее влияние поверхностных слоев материала и его объема. В результате бомбардировки высокоэнергетическими ионами внутри объёма материала протекают волны плотности дефектов, что подтверждается изменение плотности дислокаций по времени. Наличие в потоке низкоэнергетических ионов обеспечивает ионный токоперенос, который приводит к изменению химического и фазового состава поверхностного объёма материала, его модификации и измельчению кристаллической структуры, а также аморфизации на поверхности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Терешко, И.В. Модификация материалов в тлеющем разряде / И.В. Терешко, В.А. Логвин, В.М. Терешко, С.А. Шептунов // Вестник Брянского Государственного технического университета. – 2016. – № 3. – С. 171–176.
2. Терешко, И. В. Упрочнение металлов и сплавов при низкоэнергетическом ионном воздействии, индуцирующем нелинейные процессы / И.В. Терешко, В.А. Логвин, В. М. Терешко, В.П. Редько, С.А. Шептунов // Фундаментальные и прикладные проблемы машиностроения: сб. тр. 4-й Междунар. конф. «Конструкторско-технологическая информатика»; под ред. А.В. Морозовой. – М.: Издательский дом «Спектр», 2017. – С. 21–29.
3. Мигдал, А.Б. Качественные методы в квантовой теории / А.Б. Мигдал. – М.: Наука, 1975. – 336 с.
4. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика, Т.III Квантовая механика (нерелятивистская теория) / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – 4-е изд. испр. – М.: Наука, 1989. – 768 с.
5. Бутковский, А.Г. Структурная теория распределённых систем / А.Г. Бутковский. – М.: Наука, 1977. – 320 с.
6. Бертман, А.Ф. Краткий курс математического анализа для ВТУЗОВ / А.Ф. Бертман, И.Г. Арамансович. – М.: Наука. 1969. – 736 с.
7. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. – 632 с.
8. Chernavskaya, N.M. Tunnel transport of electrons at anharmonic accepting mode / N.M. Chernavskaya, D.S. Chernavskii, L.A. Uvarova //В кн.: “Mathematical Models of Non-Linear Excitations, Transfer, dynamics, and Control in Condensed Systems and Other Media. N. Y.:Kluwer Academic/ Plenum Publishers, 1999.
9. Aleksić, B.N. Cubic quintic Ginzburg Landau equation as a model for resonant interaction of EM field with nonlinear media / B.N. Aleksić, L.A. Uvarova, N.B. Aleksić, et al. Opt Quant Electron 52, 175 (2020). https://doi.org/10.1007/s11082-020-02271-2
10. Uvarova, L. Modeling of propagation of transverse and longitudinal electromagnetic waves in nanostructures with nonlinear properties/ L. Uvarova, Y. Burenok // International Journal of Pure and Applied Mathematics. – 2016. – Т. 109. – № 3. – С. 691-707.
11. Физический энциклопедический словарь / Главный редактор А.М. Прохоров. Редакционная коллегия Д.М. Алексеев, А.М. Бонч-Бруевич,

А.С. Боровик-Романов [и др.]. – М.: Советская энциклопедия, 1983. – 928 с., ил., 2 л. Цв. ил.
12. Камке, Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке. – М.: Наука: гл. ред. физ-мат. лит., 1971. – 576 с.

1. Tereshko, I.V. Material modification in glow discharge / I.V. Tereshko, V.A. Logvin, V.M. Tereshko, S.A. Sheptunov // *Bulletin of Bryansk State Technical University*. – 2016. – No.3. – pp. 171-176.
2. Tereshko, I.V. Metal and alloy strengthening at low-energy ion impact inducing nonlinear processes / I.V. Tereshko, V.A. Logvin, V.M. Tereshko, V.P. Redko, S.A. Sheptunov // *Fundamental and Applied Problems of Mechanical Engineering: Proceedings of the 4th Inter. Conf. "Design-Technological Informatics"*; under the editorship of A.V. Morozova. – M.: "Spectrum" Publishers, 2017. – pp. 21-29.
3. Migdal, A.B. *Qualitative Methods in Quantum Theory* / A.B. Migdal. – M.: Science, 1975. – pp. 336.
4. Landau, L.D. *Theoretical Physics*, Vol. III Quantum mechanics (Non-relativistic theory) / L.D. Landau, E.M. Lifshits. – 4-th Edition revised. – M.: Science, 1989. – pp. 768.
5. Butkovsky, A.G. *Structural Theory of Distributed Systems* / A.G. Butkovsky. – M.: Science, 1977. – pp. 320.
6. Bertman, A.F. *Short Course of Mathematical Analysis for Technical Colleges* / A.F. Bertman, I.G. Aramanovich. – M.: Science. 1969. – pp. 736.
7. Bakhvalov, N.S. *Numerical Methods* / N.S. Bakhvalov, N.P. Zhidkov, G.M. Kobelkov. – Basic Knowledge Laboratory, 2002. – pp. 632.
8. Chernavskaya, N.M. Tunnel transport of electrons at anharmonic accepting mode / N.M. Chernavskaya, D.S. Chernavskii, L.A. Uvarova //В кн.: "Mathematical Models of Non-Linear Excitations, Transfer, dynamics, and Control in Condensed Systems and Other Media. N. Y.:Kluwer Academic/ Plenum Publishers, 1999.
9. Aleksić, B.N. Cubic quintic Ginzburg Landau equation as a model for resonant interaction of EM field with nonlinear media / B.N. Aleksić, L.A. Uvarova, N.B. Aleksić, et al. Opt Quant Electron 52**,** 175 (2020). https://doi.org/10.1007/s11082-020-02271-2
10. Uvarova, L. Modeling of propagation of transverse and longitudinal electromagnetic waves in nanostructures with nonlinear properties/ L. Uvarova, Y. Burenok // International Journal of Pure and Applied Mathematics. – 2016. – T. 109. – № 3. – C. 691-707.
11. *Physical Encyclopedic Dictionary* / Editor-in-Chief A.M. Prokhorov. Editorial Board: D.M. Alexeev, A.M. Bonch-Bruevich, A.S. Borovik-Romanov [et al.]. – M.: Soviet Encyclopedia, 1983. – pp. 928, ill., 2 s. Col. Ill.
12. Kamke, E. *Reference Book on Ordinary Differential Equations* / E. Kamke. – M.: Main Editorship of Phys-Math. Literature, 1971. – pp. 576.

Ссылка для цитирования:
Шептунов, С.А. Использование уравнения шрёдингера для исследования явлений, протекающих в плазмогенераторе тлеющего разряда / С.А. Шептунов, В.А. Логвин, Л.А. Уварова, Т.В. Карлова // Вестник Брянского государственного технического университета. – 2020. - № 9. – С. 19-28. DOI: 10.30987/1999-8775-2020-9-19-28.

Статья поступила в редакцию 17.04.20.
Рецензент: д.физ.-мат.н., доцент, Брянского государственного технического университета
Демидов А.А.
Статья принята к публикации 31.08.20.

Сведения об авторах:

Шептунов Сергей Александрович, д.т.н., профессор, директор Института конструкторско-технологической информатики РАН, тел. +7-903-726-84-72, e-mail: ship@ikti.org.ru.
Логвин Владимир Александрович, к.т.н., доцент кафедры «Металлорежущие станки и инструменты» «Белорусско-Российский университет», тел. +375-295-41-77-0, e-mail: logvinvladim@yandex.ru.
Уварова Людмила Александровна, д. физ.-мат. н., профессор, зав. кафедрой «Прикладная математика» МГТУ «СТАНКИН», e-mail: uvar11@yandex.ru.
Карлова Татьяна Владимировна, д. соц. н., профессор, вед. науч. сотрудник Института конструкторско-технологической информатики РАН, тел. +7-903-776-90-78, e-mail: karlova-t@yandex.ru.

Sheptunov Sergey Alexandrovich, Dr. Sc. Tech., Prof., Director, Institute of Design-Technological Informatics, Russian Academy of Sciences, phone:+7-903-726-84-72, e-mail: ship@ikti.org.ru.

Logvin Vladimir Alexandrovich, Can. Sc. Tech., Assistant Prof. of the Dep. “Machine-Tools and Tools”, “Belarus-Russian University”, phone: +375-295-41-77-0, e-mail: logvinvladim@yandex.ru.
Uvarova Lyudmila Alexandrovna, Dr. Sc. Phys-Math., Prof., Head of the Dep. “Applied Mathematics” MSTU “STANKIN”, e-mail: uvar11@yandex.ru.

Karlova Tatiana Vladimirovna, Dr. Sc. Sociol., Prof., Leading research assistant, Institute of Design-Technological Informatics, RAS, phone:+7-903-776-90-78, e-mail: karlova-t@yandex.ru.