

УДК 621.224.6
DOI: 10.12737/18271

Р.М. Шахбанов, Л.А. Савин

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕНТРОБЕЖНЫХ НАСОСАХ

Рассмотрены особенности течения и кинематики гидромеханических процессов в центробежных насосах. Приведено теоретическое описание и графическое представление профилей скоростей в рабочем колесе. Описано явление проскальзывания потока и его влияние на скорость жидкости в импеллере. Сложное течение в рабочем колесе описано с помощью уравнения неразрывности и уравнения Навье-Стокса для вращающейся системы координат. Неламинарный характер течения жидкости в проточной части рабочего колеса учтен путем

осреднения уравнений движения, для чего дополнительно введено уравнение модели турбулентности. Представлена схема дискретизации области моделирования с помощью объемной конечноэлементной сетки. В качестве примера приведена расчетная модель в виде части рабочего колеса.

Ключевые слова: гидромеханические процессы, центробежные насосы, профиль скоростей, треугольники скоростей, метод конечных объемов, турбулентный режим, пограничный слой, меридиональное сечение.

R.M. Shakhbanov, L.A. Savin

SIMULATION OF HYDRO-MECHANICAL PROCESSES IN CENTRIFUGAL PUMPS

The peculiarities in current and kinematics of hydro-mechanical processes in centrifugal (rotary) pumps are considered. The theoretical description and graphical presentation of velocity profiles in an impeller are shown. A complex current in an impeller is described with the aid of a continuity equation and Navier-Stokes equation for rotating coordinates. A non-viscous character of fluid flow in the setting of an impeller is taken into account by means of averaging of the equation of motion for that purpose the equation of

a turbulence model is introduced in addition. The scheme of the digitization of a modeling area with the aid of a volumetric end-element grid is presented. As an example a computer model as a part of an impeller is shown.

Key words: hydro-mechanical process, centrifugal pumps, velocity profile, triangle of velocities, finite volume method, turbulent conditions, boundary layer, meridian section.

Центробежный насос повышает давление путем передачи механической энергии от электродвигателя к жидкости посредством вращающегося рабочего колеса. Жидкость поступает от входа к центру рабочего колеса и затем под действием центробежных сил распространяется к периферии вдоль его лопаток. В результате этого скорость жидкости растёт, следовательно, растёт кинетическая энергия, которая впоследствии преобразуется в потенциальную энергию давления жидкости [1]. Пример проточной части центробежного насоса показан на рис. 1а. Течение в рабо-

чем колесе может быть описано с помощью треугольников скоростей, которые представлены компонентами скоростей потока на входе и выходе. Примеры треугольников скоростей показаны на рис. 1б.

Для определения теоретического напора насоса было использовано уравнение Эйлера (1). Для рабочего колеса с бесконечным количеством тонких лопаток линия потока будет иметь форму самой лопатки. Тогда теоретическое значение напора рассчитывается без учета потерь в рабочем колесе и эффекта проскальзывания.

$$H_T = \frac{u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}}{g}. \quad (1)$$

При применении уравнения Эйлера для насоса считается, что поток повторяет геометрию лопаток. Однако на практике это не так, поскольку для реального рабо-

чего колеса, имеющего ограниченное количество лопаток конечной толщины, поток не будет полностью повторять форму лопатки. Наибольшее отклонение потока

от геометрии лопатки происходит, когда он достигает выходной кромки лопатки (рис. 2а). Вследствие этого тангенциальная

скорость на выходе рабочего колеса уменьшается (рис. 2б). Такое явление называется проскальзыванием.

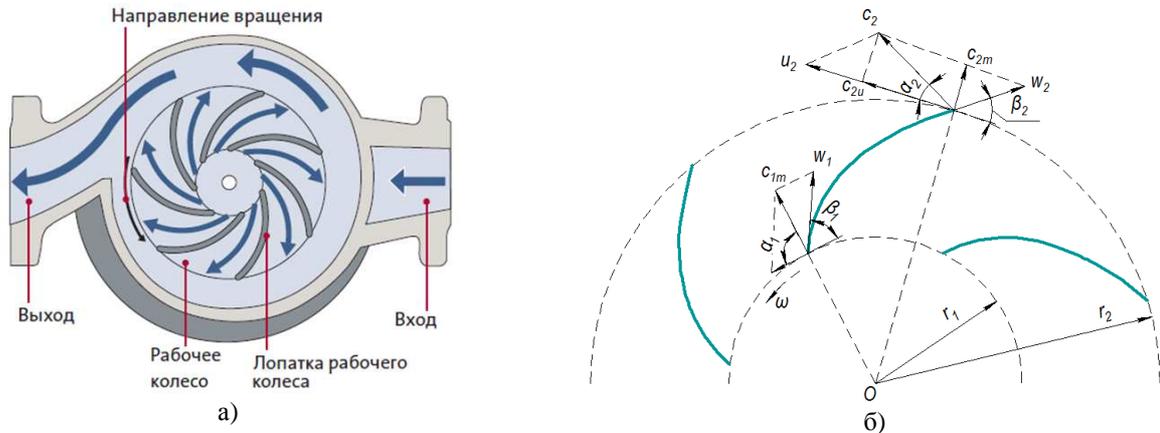


Рис. 1. Схема движения жидкости в центробежном насосе:
а - проточная часть насоса; б - диаграмма скоростей в рабочем колесе

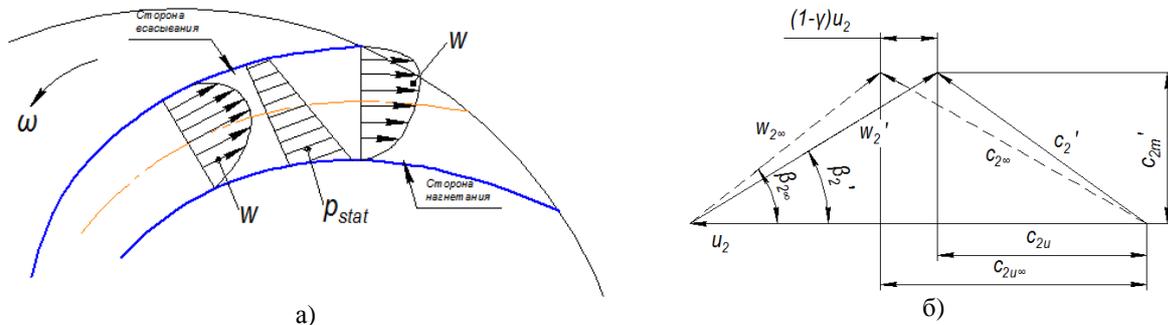


Рис. 2. Эффект проскальзывания в рабочем колесе:
а - межлопаточный канал; б - треугольник скоростей на выходе

Эффект проскальзывания нужно учитывать при проектировании, так как он имеет существенное влияние на рассчитываемый напор и характеристики течения (2). Это выполняется путем введения эмпирических коэффициентов проскальзывания в расчеты треугольников скоростей:

$$c_{u2\infty} - c_{u2} = (1 - \gamma)u_2; \quad (2)$$

$$\gamma = f_1 \left(1 - \frac{\sqrt{\sin \beta_{2\infty}}}{z_{La}^{0.70}} \right);$$

$$c_{u2} = \gamma u_2 - \frac{c_{m2}}{\tan \beta_{2\infty}}.$$

Но подход с использованием эмпирических коэффициентов не гарантирует высокую точность расчета и может служить только для предварительных проектных расчетов геометрии рабочего колеса. Реальные потоки в проточной части центробежного насоса описываются уравнениями в частных производных, ко-

торые не могут быть решены аналитически в общем случае. Движение жидкости описывается законом сохранения массы и количества движения. В случае трехмерного изотермического несжимаемого течения это:

- уравнение сохранения массы (уравнение неразрывности):
- $\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0;$
- уравнение сохранения количества движения (уравнение Навье-Стокса):

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i, \quad (3)$$

где ρ – плотность жидкости; τ_{ij} – тензор сдвиговых напряжений; u_i – вектор абсолютной скорости; p – давление; f – массовые силы.

Уравнение движения (3) выражает основной закон механики, согласно кото-

рому масса, умноженная на ускорение, равна сумме всех внешних сил, действующих на рассматриваемую массу [3]. На частицы жидкости действуют массовые силы (гравитационные, центробежные, кориолисовы) и поверхностные силы (силы давления и силы трения). Абсолютную скорость c выразим через относительную скорость w и скорость вращения $u = \omega R$:

$$\frac{Dc}{Dt} = \frac{Dw}{Dt} + \omega(\omega R) + 2\omega w. \quad (4)$$

В выражении (4) участвуют центробежные и кориолисовы силы:

$$f_r = -\omega(\omega R) - 2\omega w.$$

Таким образом, уравнение Навье-Стокса в системе координат, вращающейся с постоянной скоростью ω , записывается в следующем виде:

$$\rho \frac{\partial w_i}{\partial t} + \rho w_j \frac{\partial w_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \right) + f_i + f_{r,i}.$$

Для лопастных насосов характерен исключительно турбулентный поток, в котором всегда существуют пульсации скоростей. Под действием пульсации частицы жидкости, движущиеся в главном направлении, получают, кроме того, поперечные перемещения, вследствие чего между соседними слоями жидкости возникает обмен частицами, вызывающий перемешивание жидкости (рис. 3).

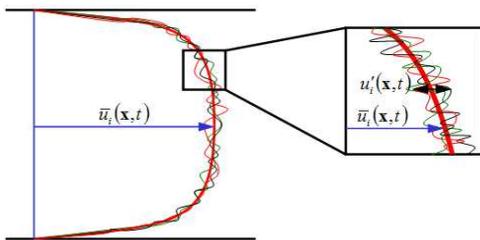


Рис. 3. Пример профиля скорости турбулентного течения в круглой трубе

Движение жидкости при турбулентном режиме происходит со значительно большей потерей энергии, чем при ламинарном. При ламинарном режиме энергия расходуется только на преодоление сил внутреннего трения между движущимися с различной скоростью соседними слоями жидкости; при турбулентном же режиме,

кроме этого, значительная энергия затрачивается на процесс перемешивания, вызывающий в жидкости дополнительные касательные напряжения [3]. Самый простой способ расчета турбулентных течений основан на замыкании уравнений Рейнольдса при помощи моделей турбулентности [5; 6]. Применяв к уравнениям Навье-Стокса процедуру осреднения Рейнольдса, получим так называемые уравнения Рейнольдса (RANS):

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0; \\ \rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho \overline{u'_i u'_j} \right), \end{cases}$$

где $\overline{u'_i u'_j}$ – тензор напряжений Рейнольдса (дополнительные неизвестные, введенные в соответствии с процедурой осреднения, определяемые на основании принятой модели турбулентности).

У стенок, ограничивающих поток, имеют место другие условия для движения жидкости. Наличие твердых границ делает здесь поперечные движения частиц невозможными. Поэтому перемешивания жидкости здесь не происходит, и частицы движутся по извилистым траекториям, почти параллельным стенкам. Обычно принимают следующую схему движения потока жидкости при турбулентном режиме течения. Согласно этой схеме, у стенок образуется весьма тонкий слой, в котором движение жидкости происходит по законам ламинарного режима. Этот тонкий слой называют ламинарным подслоем пограничного слоя, который, кроме того, имеет еще турбулентную часть. Таким образом, весь поток в канале подразделяется на центральное ядро с большими, почти постоянными осевыми скоростями и пограничный слой с переходной турбулентной областью и ламинарным подслоем.

Пограничный слой является одним из основных элементов структуры потока. Например, течение жидкости вдоль прямой неподвижной поверхности сопровождается образованием пограничного слоя (ПС), толщина которого по длине непрерывно растет. Внутри ПС скорость жидко-

сти изменяется от нуля на поверхности до величины скорости основного потока на его внешней границе. Размеры лопастных насосов и скорости жидкости в них таковы, что режим течения обычно турбулентный, как в основном потоке, так и в ПС.

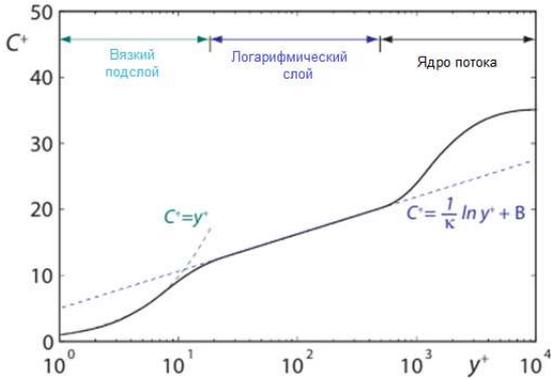


Рис. 4. Логарифмическое представление распределения скоростей в турбулентном пограничном слое

Точность подходов при моделировании турбулентности и определении профилей скорости в пограничном слое и в результате напряжений сдвига на стенке имеет важное значение для общей точности результатов моделирования. На рис. 4 представлено типичное распределение скоростей в турбулентном пограничном слое, в котором $C_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$ - сдвиговая

скорость; $C^+ = \bar{C}_i / C_\tau$ - безразмерная скорость; $y^+ = \frac{C_\tau y}{\nu}$ - локальное число Рейнольдса.

Приведенные выше уравнения RANS могут быть решены только численными методами путем дискретизации, чтобы предсказывать сложные течения в проточной части насоса. Среди основных методов дискретизации для задач вычислительной гидродинамики наиболее часто используемым является метод конечных объемов (FVM). Большинство коммерческих программных продуктов для CFD-анализа используют именно эту технику дискретизации. Это так называемый метод Эйлера - метод объемной сетки [8]. Исследуемая область представляется сеткой из объемных элементов. Векторы компонент скорости и давления в каждом узле сетки составляют дискретное представление непрерывного поля потока [9]. Область моделирования разделена на большое количество контрольных объемов (CV), полученных из объемных элементов сетки, а законы сохранения массы и импульса составляются для каждого CV, ограниченно поверхностями ∂V .

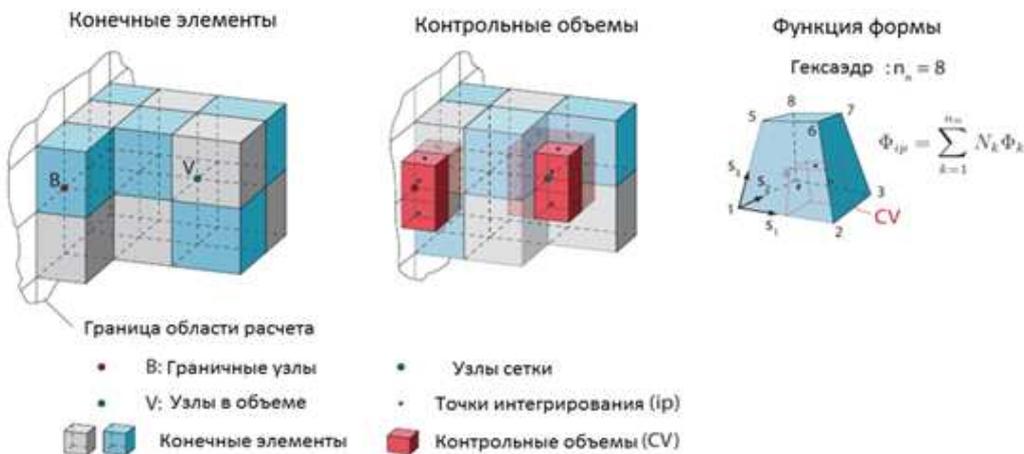


Рис. 5. Конечные элементы, полученные методом конечных объемов

Уравнения неразрывности и Навье-Стокса интегрируются по каждому контрольному объему с использованием формулы Гаусса-Остроградского для преобра-

зования объемных интегралов, содержащих операторы градиента и дивергенции, в поверхностные интегралы:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_S \rho U_j dn_j = 0;$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho U_i dV + \int_S \rho U_j U_i dn_j = - \int_S P dn_j + \int_S \mu_{eff} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) dn_j + \int_V S_{U_i} dV,$$

где V и S - соответственно объем и площадь области интегрирования; dn_j - компонента вектора нормали к поверхности.

Рассмотрим пример гидродинамического расчета рабочего колеса центробежного насоса с помощью инструмента AN-SYSCFX. Расчетная модель представлена 1/6 частью проточной части РК с соответствующими граничными условиями. Расчетная сетка генерировалась с помощью инструмента TurboGrid, позволяющего создавать адаптивную гексаэдральную КЭ сетку.

В качестве рабочей среды использовалась вода при температуре 25°C. В расчете использовалась модель турбулентно-

сти k - ϵ . В качестве граничных условий принимались:

- расход на входе в расчётную область $Q = 1800 \text{ м}^3/\text{ч}$;
- среднее статическое давление на выходе $p = 2,3 \text{ МПа}$;
- частота вращения рабочего колеса $n = 3000 \text{ об/мин}$;
- периодические граничные условия на боковых границах рабочего колеса.

На рис. 6 показано распределение давления жидкости в проточной части. Можно констатировать, что в результате отсутствия вихрей достигается равномерное увеличение давления в рабочем колесе.

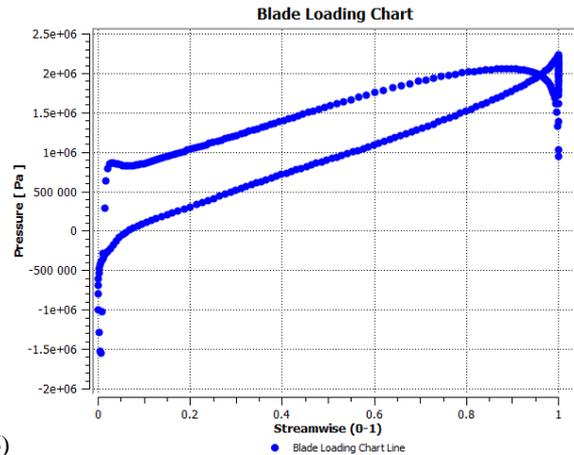
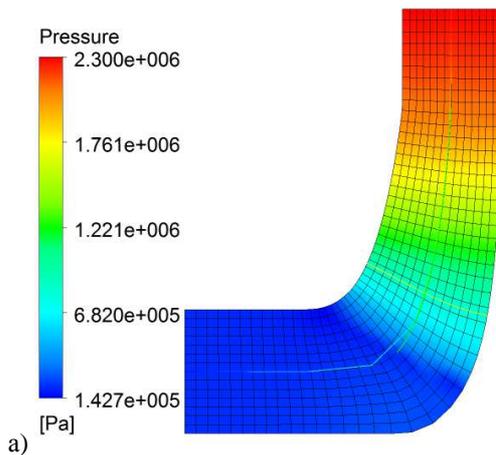


Рис. 6. Распределение давления в РК:
а - в меридиональном сечении; б - вдоль лопатки

Результаты CFD-анализа хорошо согласуются с экспериментальными данными, что позволяет сделать вывод о высокой точности расчетов. Таким образом, можно заключить, что существующие методики теоретического расчета геометрии рабочего колеса с использованием некоторых эмпирических коэффициентов позволяют выполнить проекторочный расчет в первом приближении и получить базовую геометрию колеса. Далее рабочие характеристики насоса необходимо уточнять с помощью экспериментальных исследований или с использованием программных средств численного моделирования задач

вычислительной гидродинамики. Полученное базовое рабочее колесо априори является неэффективным и требует доработки геометрии с точки зрения оптимальных соотношений геометрических параметров с целью повышения КПД центробежного насоса. Данная задача требует проведения серии вычислительных экспериментов и последующего анализа результатов расчета. В настоящий момент инструменты численного моделирования заменяют дорогостоящие натурные испытания подобных аппаратов и позволяют существенно сократить временные и материальные затраты при производстве.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлов, А. К. Лопастные насосы. Теория, расчет и конструирование / А. К. Михайлов, В. В. Малюшенко. - М.: Машиностроение, 1977.
2. Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. - М.: Наука, 1974. - 712 с.
3. Айзенштейн, М. Д. Центробежные насосы для нефтяной промышленности / М.Д. Айзенштейн. - М.: Гостоптехиздат, 1957. - С. 358.
4. Wilcox, D.C. Turbulence Modeling for CFD / D.C. Wilcox. - 1993.
5. Bardina J.E. Turbulence Modeling Validation, Testing and Development / J.E. Bardina, P.G. Huang, T.J. Coakley // NASA reports. - April 1997.
1. Mikhailov, A. K. Rotary Pumps. Theory, Computation, and Design / A. K. Mikhailov, V. V. Mal-yushenko. - M.: mechanical Engineering, 1977.
2. Shlichting, G., Boundary Layer Theory / G. Shicht-ling. - M.: Science, 1974. - pp. 712.
3. Eisenstein, M. D., Centrifugal Pumps for Petroleum Industry / M.D. Eisenstein. - M.: Gostoptechizdat, 1957. - pp. 358.
4. Wilcox, D.C. Turbulence Modeling for CFD / D.C. Wilcox. - 1993.
5. Bardina J.E. Turbulence Modeling Validation, Testing and Development / J.E. Bardina, P.G. Huang, T.J. Coakley // NASA reports. - April 1997.
6. Gülich, J. F. Centrifugal Pumps / Johann Friedrich Gülich. - Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008, 2010. - 964 p.
7. Андерсон, Д. Вычислительная гидродинамика и теплообмен: [пер. с англ.]: в 2 т. / Д. Андерсон, Дж. Таннехил, Р. Плетчер. - М.: Мир, 1990. - 384 с.
8. Lewis, R.W. Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Fluid Flow, Wiley / R.W. Lewis, P. Nithiarasu, K.N. Seetharamu.
9. Zienkiewicz, O.C. The Finite Element Method. Fluid Dynamics / O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor // Fifth edition, Butterworth-Heinemann, 2010.
6. Gülich, J. F. Centrifugal Pumps / Johann Friedrich Gülich. - Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008, 2010. - 964 p.
7. Anderson, D. Computer Hydro-dynamics and heat Exchange: [translated from Engl.] in 2 Vol. / D. Anderson, J. Tanneheel, R. Pletcher. - M.: World, 1990. - pp. 384.
8. Lewis, R.W. Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Fluid Flow / R.W. Lewis, P. Nithiarasu, K.N. Seetharamu. - Wiley, 2004.
9. Zienkiewicz, O.C. The Finite Element Method. Fluid Dynamics / O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor // Fifth edition, Butterworth-Heinemann, 2010.

Статья поступила в редколлегию 07.12.2015.

*Рецензент: д.э.н., профессор
Приокского государственного университета
Чернышев В.И.*

Сведения об авторах:

Шахбанов Ризван Магомедсаидович, сотрудник кафедры «Мехатроника и международный инжиниринг» Приокского государственного университета, e-mail: rizone12@gmail.com.

Shakhbanov Rizvan Magomedsandovich, Collaborator of the Dep. "Mechatronics and International Engineering" Prioksky State University, e-mail: rizon12@gmail.com.

Савин Леонид Алексеевич, д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Мехатроника и международный инжиниринг» Приокского государственного университета, e-mail:

Savin Leonid Alexeyevich, D.Eng., Prof., Head of the Dep."Mechatronics and International Engineering" Proiksky State University, e-mail: savin@ostu.ru.