

УДК 621.81

Г.Н. Макаров, И.О. Шныриков, О.А. Горленко

УМЕНЬШЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА НЕРАВНОМЕРНОСТИ НАГРУЗКИ В ПРЯМОЗУБЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧАХ

Рассмотрен метод уменьшения коэффициента неравномерности нагрузки в прямозубых цилиндрических зубчатых передачах разделением поверхностей зубьев на несколько равных частей.

Ключевые слова: зубчатая передача, динамические нагрузки, жесткость зубьев, коэффициент неравномерности нагрузки.

Цилиндрические зубчатые передачи являются основной разновидностью механических передач, работающих на принципе зацепления, с непосредственным контактом ведущей и ведомой деталей, как наиболее простые в изготовлении и эксплуатации, надежные и малогабаритные. Цилиндрические зубчатые передачи с одинаковым успехом применяют как в механизмах самых тонких и точных приборов, так и в тяжелых и мощных машинах. Зачастую габариты передачи определяют размеры всей машины, в которую она входит, поэтому уменьшение габаритов прямозубых цилиндрических зубчатых передач является важной технико-экономической задачей.

Ограничение на возможность увеличения ширины зубчатого венца накладывает неравномерность распределения нагрузки. При увеличении коэффициента неравномерности нагрузки K_φ необходимо уменьшать относительный коэффициент ширины зубчатого венца b/d_{w1} , что приводит к увеличению межосевого расстояния и габаритов передачи в целом [1].

При работе передачи в зубчатом зацеплении возникают дополнительные нагрузки из-за ошибок изготовления деталей и их деформаций. Вследствие этого сопряженные поверхности зубьев соприкасаются без нагрузки не по всей длине. При нагружении вращающимися моментами зубья деформируются и контактируют по всей ширине. Нагрузка распределяется по контактной линии неравномерно, так как перемещение сечений зуба неодинаково. Это лимитирует возможность увеличения ширины зубчатого венца при проектировании передачи. При перегрузке в зацеплении принимают большее межосевое расстояние, что приводит к значительному увеличению габаритов передачи.

Представление о процессе зацепления в зубчатой передаче как об автоколебательном с образованием амортизационного слоя на поверхностях зубьев приводит к необходимости рассмотрения способа увеличения ширины зубчатого венца [3], в основу которого положено снижение коэффициента жесткости зацепления на отдельных участках по ширине зубьев при практически неизменной их жесткости в целом. Для того чтобы представить такую схему зацепления, необходимо разрезать зубья колес плоскостями, параллельными плоскостям движения (рис. 1).

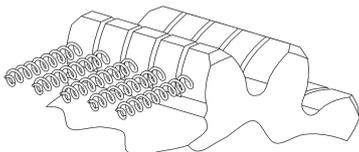


Рис. 1. Схема действия i параллельных пружин

Представим жесткость c как коэффициент жесткости пружины, эквивалентной i параллельно установленным на равных расстояниях по ширине зуба пружинам. Жесткость каждой i -й пружины $c_i = c/i$. Такая модификация создаст условия для более равномерного распределения нагрузки по длине контактных линий. Неравномерность распределения нагрузки зависит от неточности изготовления и монтажа передачи и от упругих деформаций под нагрузкой элементов передачи (валов, опор, корпусов, тел колес и самих зубьев).

Полный расчет упругих деформаций системы представляет собой очень трудную задачу, поэтому рассмотрим деформации изгиба зубьев, так как они являются наиболее характерной причиной концентрации нагрузки. Деформация зуба колеса в сечении, где действует распределенная нормальная нагрузка q_m [2],

$$\delta_2 = q_m / c_2,$$

где c_2 - нормальная жесткость зуба колеса, Н/мм·мкм. Чтобы контакт зубьев не нарушился, не смотря на деформации, соответствующее сечение колеса должно повернуться на угол φ_2 (рис. 2), причем $\delta_2 = \varphi_2 r_{b2} = 0,5\varphi_2 d_{w2} \cos \alpha_w$.

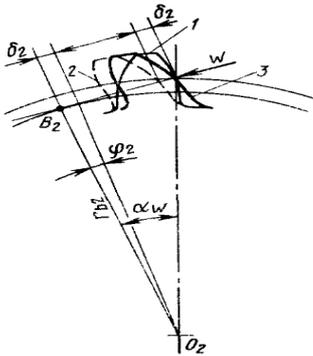


Рис. 2. Схема поворота колеса при деформации зуба:
1, 2, 3 – положения зуба до деформации, после деформации и после поворота соответственно

Аналогичные соотношения справедливы для шестерни. Деформация пары сопряженных зубьев

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 0,5 \cos \alpha_w (\varphi_1 d_{w1} + \varphi_2 d_{w2}). \quad (1)$$

Здесь c - нормальная жесткость пары зубьев, причем $1/c = 1/c_1 + 1/c_2$, где c_1 и c_2 - жесткости шестерни и колеса соответственно.

Из формулы (1) следует, что нагрузка q_m не изменится по ширине зуба в том случае, если углы поворота шестерни φ_1 и колеса φ_2 во всех сечениях будут одинаковы, что возможно при очень малой ширине зуба или при очень жестких колесах. Можно предположить, что в разрезанных колесах на каждый i -й участок зуба действует нормальная удельная нагрузка $q_{mi} = 2000T_2 / ibd_{w2} \cos \alpha_w$.

Распределенные вращающие моменты для шестерни $m_{1i}(x) = 0,5q_{mi}d_{w1} \cos \alpha_w$ и колеса $m_{2i}(x) = 0,5q_{mi}d_{w2} \cos \alpha_w$

связаны с внутренними крутящими моментами T условиями равновесия элемента шестерни: $(dT_1 / dx) + m_{1i} = 0$ и колеса $(dT_2 / dx) + m_{2i} = 0$. Следовательно,

$$(d^2\varphi_1 / dx^2) = m_{1i} / G_1 J_1; \quad (d^2\varphi_2 / dx^2) = m_{2i} / G_2 J_2, \quad (2)$$

где G_1, G_2 - модули сдвига шестерни и колеса; J_1, J_2 - геометрические жесткости тел колес.

Дважды проинтегрировав уравнение (1), с учетом выражений (2) получим дифференциальное уравнение для распределенной нагрузки $q_{mi}(x)$ по каждому i -му участку:

$$(d^2 q_{mi}(x) / dx^2) - \beta^2 q_{mi} = 0. \quad (3)$$

Здесь β^2 - параметр (Н/мм²), определяемый по формуле

$$\beta^2 = \beta_1^2 + \beta_2^2,$$

где β_1^2 и β_2^2 - параметры для шестерни и колеса, определяемые по формулам:

$$\beta_1^2 = 0,25c_{1i} \cos^2 \alpha_w \frac{d_{w1}^2}{G_1 J_1},$$

$$\beta_2^2 = 0,25c_{2i} \cos^2 \alpha_w \frac{d_{w2}^2}{G_2 J_2}.$$

Если вращающие моменты приложены с разных сторон, то, решая уравнение (3), получим

$$q_{mi}(x) = \frac{q_{mi}}{\beta b_i} \left[\frac{(\beta_2 b_i)^2 + (\beta_1 b_i)^2 \operatorname{ch}(\beta b_i)}{\operatorname{sh}(\beta b_i)} \operatorname{ch}(\beta x) - (\beta_1 b_i)^2 \operatorname{sh}(\beta x) \right], \quad (4)$$

где $b_i = b_w / i$ - ширина i -го участка зубчатого венца, b_w - расчетная ширина венца.

Из выражения (4) следует, что максимальная нагрузка возникает у кромки зуба со стороны приложения вращающего момента ($x = 0$). Следовательно, максимальное воздействие на зуб будет при приложении вращающих моментов с одной стороны. В этом случае решение уравнения (3) примет вид

$$q_{mi}(x) = q_{mi} \beta b \frac{ch(\beta x)}{sh(\beta b)}.$$

Из конструктивных соображений следует, что необходимо разрезать зубья одного из пары колес, так как в противном случае потребуется ужесточить требования к качеству сборки передачи, чтобы обеспечить точное совпадение прорезей. Несомненно, необходимо разрезать зубья ведомого колеса, так как из-за конструктивных особенностей его венца имеет значительно меньшую жесткость. Примем допущение, что наличие прорезей не повлияет на ширину площадки контакта. Тогда нормальная удельная нагрузка, действующая на зуб, $q_m = 2000G_2 / bd_{w2} \cos\alpha_w$. Так как максимальная нагрузка возникает у кромки зуба со стороны приложения вращающего момента к шестерне, то коэффициент неравномерности нагрузки

$$K_\varphi = \frac{q_{\max}}{q_m} = \frac{(\beta_2 b_i)^2 + (\beta_1 b_i)^2 ch(\beta b_i)}{\beta b_i sh(\beta b_i)}.$$

Для сплошных стальных колес $c = 18 \text{ Н/мм}\cdot\text{мкм}$, $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$, $J_1 = \pi d_{w1}^4 / 32$, $J_2 = \pi d_{w2}^4 / 32$. Используя приближенные значения функций

$$sh(\beta b_i) \approx \beta b_i + \frac{1}{6} (\beta b_i)^3,$$

$$ch(\beta b_i) \approx 1 + \frac{1}{2} (\beta b_i)^2,$$

получим

$$K_\varphi = 1 + 0,17 \left(1 - \frac{1}{2u^2}\right) \left(\frac{b}{id_{w1}}\right).$$

Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки K_φ от относительного коэффициента ширины зубчатого венца b/d_{w1} при различных передаточных отношениях u представлена в таблице.

Таблица

Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки от относительного коэффициента ширины зубчатого венца

u	i	b/d_{w1}									
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
1	1	1,001	1,003	1,008	1,014	1,021	1,031	1,042	1,054	1,069	1,085
	2	1,000	1,001	1,002	1,003	1,005	1,008	1,010	1,014	1,017	1,021
	3	1,000	1,000	1,001	1,002	1,002	1,003	1,005	1,006	1,008	1,009
	4	1,000	1,000	1,001	1,002	1,002	1,003	1,005	1,006	1,008	1,009
2	1	1,001	1,008	1,013	1,024	1,037	1,054	1,073	1,095	1,121	1,149
	2	1,000	1,001	1,003	1,006	1,008	1,013	1,018	1,024	1,031	1,037
	3	1,000	1,001	1,001	1,003	1,004	1,006	1,008	1,011	1,013	1,017
	4	1,000	1,000	1,001	1,001	1,002	1,003	1,005	1,006	1,008	1,009
5	1	1,002	1,008	1,015	1,027	1,042	1,062	1,082	1,707	1,135	1,167
	2	1,000	1,002	1,004	1,008	1,011	1,015	1,021	1,027	1,034	1,042
	3	1,000	1,001	1,002	1,003	1,005	1,008	1,009	1,012	1,015	1,019
	4	1,000	1,000	1,001	1,002	1,003	1,004	1,005	1,007	1,008	1,011

Как показывают расчеты [3;4] деление зуба более чем на 4 части нецелесообразно. При коэффициенте $K_\varphi = 1,008$ величина относительного коэффициента $b/d_{w1} = 0,3$ для неразрезанного зацепления при передаточном отношении $u = 1$. Для зуба, разрезанного на две части, при $u = 1$ величина относительного коэффициента $b/d_{w1} = 0,6$. Это позволяет уменьшить габариты передачи на 10-20%. Данная тенденция просматривается и при увеличении передаточного отношения.

Разделение зубьев ведомого колеса на несколько равных частей позволит существенно снизить концентрацию нагрузки у кромки зуба со стороны приложения внешнего вращающего момента. Если учесть, что именно наличие этой концентрации ограничивает возможность увеличения ширины зубчатого венца, то можно сделать вывод, что применение рассмотренного способа позволит существенно уменьшить габариты передачи и узла машины, в который она входит.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андриенко Л.А. Детали машин: учеб. для вузов / Л.А. Андриенко, Б.А. Байков, И.К. Ганулич [и др.]. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 534с.
2. Биргер, И.А. Расчет на прочность деталей машин / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, Г.Б. Иосилевич. - М.: Машиностроение, 1993. – 702 с.
3. Макаров, Г.Н. Динамика цилиндрической зубчатой передачи / Г.Н. Макаров, М.Д. Малинкович, И.О. Шныриков, О.А. Горленко // Вестн. Брян. гос. техн. ун-та. – 2013. - №4. – С. 32-38.
4. Малинкович, М.Д. Один из способов уменьшения динамических нагрузок в зубчатой передаче / М.Д. Малинкович // Вестн. Брян. гос. техн. ун-та. – 2009. - №2. – С. 46-49.

Материал поступил в редколлегию 8.09.14.