

УДК 621.83.06

DOI: 10.30987/article\_5cda64cd19bec2.74771159

М.Е. Лустенков, Е.С. Лустенкова

## СФЕРИЧЕСКАЯ РОЛИКОВАЯ ПЕРЕДАЧА С ДВУХРЯДНЫМ САТЕЛЛИТОМ: СИЛОВЫЕ РАСЧЕТЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ КПД

Рассмотрена конструкция сферической роликовой передачи с двухрядным сателлитом. Приведены результаты силового анализа для двух схем передачи. Получены выражения для определения КПД в зависимости от геометрических параметров

и коэффициентов трения. Исследовано влияние геометрии роликового зацепления на КПД.

**Ключевые слова:** сферическая роликовая передача, СРП, двухрядный сателлит, силовой анализ, КПД.

М.Е. Lustenkov, E.S. Lustenkova

## SPHERICAL ROLLER GEAR WITH DOUBLE-ROW PINION: POWER COMPUTATIONS AND PERFORMANCE COMPUTATION

The dependences of forces affecting basic elements of spherical roller gears with a double-row pinion from engagement parameters and friction coefficients are defined. The power dependences obtained allow estimating spherical roller gear (SRG) elements loading and defining optimum values of basic sphere radii and center profile amplitudes at a specified reduction ratio according to the criterion of minimum power loss in an engagement. It is defined that the performance of the SRG with the double-row pinions is comparable with the performance of planetary gear drives with two-ring gear pinions. For SRGs it depends in the

inverse proportion upon a reduction ratio and increases with the increase of the roller number difference (periods of center profiles) in two rows. The SRG performance decreases considerably at friction constant increase as in worm gears. The analysis carried out confirmed the equivalence of two power circuits of gear according to the criterion of maximum output capability. The tests of the reducer experimental sample with SRG have confirmed kinematic and power dependences defined theoretically.

**Key words:** spherical roller gear, SRG, double-row pinion, power analysis, performance.

### Введение

При проектировании низкооборотного силового либо кинематического привода, включающего передаточные механизмы, обеспечивающие большие передаточные отношения, возникает альтернатива: использовать набор последовательно установленных эвольвентных зубчатых передач или передачи других типов, позволяющие получить значительную редукцию в одной-двух ступенях. Первый вариант приводит к увеличению габаритов и массы привода, мертвого хода из-за последовательного выбора зазоров и снижению надежности системы. Одной из тенденций развития современных приводных систем является максимальное приближение двигателя к рабочему органу, поэтому второй вариант видится более перспективным. Эффективность второго варианта зависит от выбора типа передачи, так как каждый из них имеет свои преимущества, недостатки и соответственно область примене-

ния. Наиболее часто для реализации диапазона передаточных отношений 8...60 в силовых приводах применяют червячные передачи, имеющие, однако, низкий КПД и дорогостоящие материалы в конструкции. Для получения больших значений (до 300) могут использоваться волновые передачи. Широко применяются планетарные передачи различных конструкций, цевочно-циклоидальные и другие.

Сферические механизмы позволяют создавать передаточные механизмы с широкими кинематическими возможностями [1; 2]. Ранее были разработаны передачи с промежуточными телами качения с постоянным передаточным отношением на основе сферического механизма [3]. Однако, как и в конструкции сферических передач, рассмотренных в [4], центры масс (оси) тел качения не зафиксированы на одном из элементов (сателлите, водиле и др.), что зачастую приводило к заклиниванию и

снижению надежности механизма. Сферическая роликовая передача (СРП) с двухрядным сателлитом [5] позволяет реализовывать передаточные отношения в широком диапазоне значений. В качестве аналога рассматривается планетарная зубчатая передача с сателлитом, имеющим два венца (схема К-Н-V по В.Н. Кудрявцеву). По сравнению с аналогом СРП лучше уравновешена, так как сателлит совершает сферическое движение, его центр масс располагается на оси передачи и не изменяет положение в процессе работы. Прототипом исследуемой СРП можно назвать планетарную прецессионную передачу [6]. Но, в отличие от известных зубчатых планетарных передач с коническими зацепле-

ниями и качающейся шестерней [7–9], в сферическом роликовом зацеплении выше коэффициент перекрытия, так как в контакте роликов и беговых дорожек рассматриваемой передачи осуществляется геометрическое замыкание высших кинематических пар, что увеличивает количество параллельных потоков мощности (теоретически равное числу роликов) и повышает нагрузочную способность.

Целью работы являлось проведение силового анализа СРП, установление зависимостей для действующих в зацеплении сил для последующих прочностных расчетов и теоретическая оценка КПД, позволяющая определить рациональную геометрию роликового зацепления.

### Конструктивная схема и основные параметры исследуемой СРП

В конструкции редуктора с СРП (рис. 1) на ведущем валу 1 установлен эксцентрик 2. Эксцентрик и пара подшипников обеспечивают возможность составному сателлиту 3 совершать сферическое движение при вращении ведущего вала. На наружной поверхности сателлита в отверстиях, выполненных с постоянным угловым шагом, установлен наружный ряд роликов 4. Ролики имеют цилиндрические стержни, по-

мещенные в отверстия, и сферические выступающие концы. Этими концами ролики взаимодействуют с замкнутой беговой дорожкой 5, образованной двумя торцовыми кулачками 6 и 7, которые располагаются в корпусе 11. Внутренний ряд роликов 8, установленных в сателлите 3 коаксиально наружному ряду, контактирует с беговой дорожкой 9, образованной на торцевой поверхности ведомого вала 10.

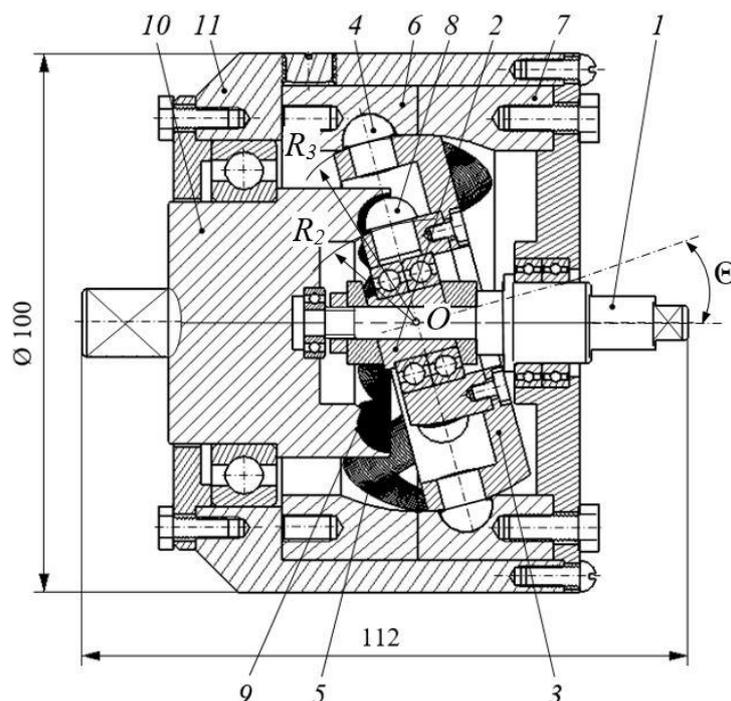


Рис. 1. Конструкция редуктора со сферической роликовой передачей

Ролики выполняют функции зубьев планетарной передачи, а беговые дорожки – функции центральных колес. Оси рядов роликов 4 и 8 лежат в одной плоскости, проходящей через центр масс передачи, являющийся центром сферического движения сателлита. Беговые дорожки изготавливаются с помощью сферических фрез. Траектории движения центров сферических участков фрез при изготовлении (и центров сферических участков роликов при работе передачи) располагаются на сферических поверхностях с радиусами  $R_3$  (неподвижные кулачки) и  $R_2$  (ведомый вал). Эти поверхности назовем основными сферами. Траектории центров сферических участков роликов являются центровыми профилями кулачковых поверхностей. Данные поверхности образуют беговые дорожки. Они имеют определенное число периодов (волн)  $Z_j$  и амплитуду  $A_j$ , где  $j$  – индекс принадлежности параметра беговой дорожке, образованной неподвижными кулачками ( $j = 3$ ) или изготовленной на торце ведомого вала ( $j = 2$ ). Ось сателлита образует с осью передачи угол  $\Theta$ , имеющий постоянное значение.

В силу симметрии центры масс сателлита 3 и системы роликов 4 и 8 будут находиться в одной точке на оси передачи (независимо от вращения сателлита), что не требует дополнительных мер по уравновешиванию СРП.

Передаточное отношение определяется числом периодов беговых дорожек:

$$i = \frac{(Z_3 + 1)Z_2}{Z_2 - Z_3}. \quad (1)$$

Количество роликов наружного ( $n_{s3}$ ) и внутреннего ( $n_{s2}$ ) рядов сателлита находится в следующей зависимости от числа периодов соответствующей  $j$ -й дорожки:  $n_{sj} = Z_j + 1$ . Проектирование передачи с малой разницей чисел периодов беговых

дорожек (роликов в двух рядах) позволяет получать большие значения передаточных отношений. Ролики, установленные в отверстия сателлита с небольшим зазором, имеют возможность вращаться относительно собственных осей, что позволяет частично заменить скольжение качением, повысить КПД и ремонтпригодность СРП.

В математических моделях СРП беговые дорожки заменяются пространственными замкнутыми периодическими кривыми, расположенными на поверхностях основных сфер. Эти кривые являются центровыми профилями кулачковых поверхностей, образующих беговые дорожки. Центровыми профилями СРП являются циклоиды, однако при составлении моделей они заменяются кусочно-винтовыми кривыми. На плоской развертке такая кривая представляет собой совокупность восходящих и нисходящих отрезков прямых, имеет постоянный по модулю угол подъема, что позволяет усреднить значения параметров, получить простые выражения, удобные для последующих преобразований. Средние значения углов подъема центровых профилей определяются согласно выражению

$$\alpha_{mj} = \arctg \left( \frac{2A_j Z_j}{\pi R_j} \right). \quad (2)$$

В СРП возможны два варианта силового взаимодействия. В первом случае  $Z_2 > Z_3$  и, соответственно,  $\alpha_{m2} > \alpha_{m3}$ , во втором – наоборот. В первом случае передаточные отношения будут иметь положительные значения, во втором – отрицательные, т.е. вращение ведущего и ведомого валов будет разнонаправленным. Далее рассматриваем первый вариант, при этом силовые и геометрические параметры получают дополнительный индекс 1.

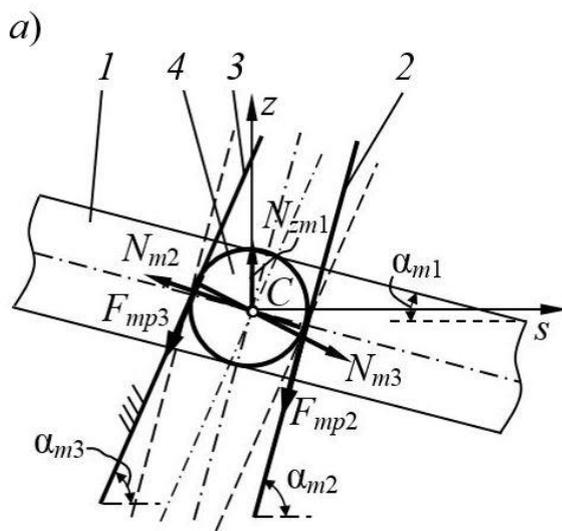
### Определение сил, действующих в зацеплении

Для оценки нагруженности элементов СРП используем метод кинестатики, предполагаем равномерное вращение ведущего и ведомого валов передачи. Методика проведения силового анализа предусматривает поочередное рассмотрение

равновесия роликов внутреннего ряда, контактирующих с сателлитом и беговой дорожкой ведомого вала, и наружного ряда, контактирующих с сателлитом и неподвижной беговой дорожкой. Если рассматривать равновесие сателлита, то можно

привести все силы, действующие на ролик, к одному центру.

Проанализируем равновесное состояние одного ролика наружного ряда сателлита под действием трех сил (рис. 2):  $N_{zm1}$  – среднее значение осевой составляющей силы, действующей на сателлит со стороны ведущего вала и установленного на нем эксцентрика, условно приложенной к одному ролику;  $R_{m2}$  и  $R_{m3}$  – средние значения полных реакций, возникающих в контакте одного тела качения с беговыми дорожками, образованными ведомым и корпусными кулачками соответственно.



Указанные реакции имеют по две составляющие: нормальную реакцию ( $N_{m2}$  и  $N_{m3}$  соответственно) и приведенную силу трения ( $F_{f2}$  и  $F_{f3}$  соответственно).

Векторы сил, действующих на один ролик, показаны на рис. 2а, замкнутый треугольник сил – на рис. 2б. Приведенные коэффициенты трения во всех контактирующих парах приняты одинаковыми и равными  $f$ . Следовательно, одинаковыми будут и углы трения  $\psi = \arctg(f)$ . Направление движения центра сферического участка тела качения на рис. 2а принято в положительном направлении оси  $z$ .

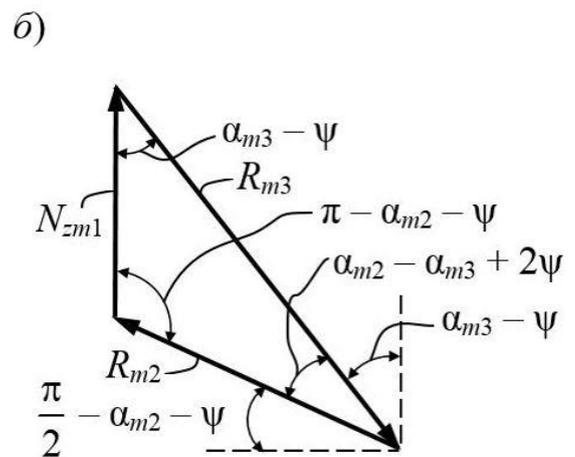


Рис. 2. К оценке сил, действующих в СРП, и КПД передачи: а – схема силового взаимодействия; б – треугольник равновесной системы сил; 1 – сателлит; 2 – кулачковая поверхность ведомого вала; 3 – неподвижная беговая дорожка; 4 – ролик

Предположим равномерное распределение нагрузки между роликами. Среднее значение окружной составляющей  $N_{mt2}$  нормальной силы  $N_{m2}$  определится из выражения

$$N_{mt2} = \frac{T_2 K_{Nsf}}{R_2 n_{s2}}, \quad (3)$$

где  $T_2$  – момент на ведомом валу СРП, значение которого принято постоянным;  $K_{Nsf}$  – коэффициент, учитывающий изменение расстояния от центра масс ролика до оси передачи при его движении по беговой дорожке от минимального на вершинах до максимального, равного  $R_2$  в экваториальной плоскости.

Методика приведения сил к одному центру для построения силового треуголь-

ника предполагает условную замену сферической поверхности цилиндрической [10] и ее развертку на плоскость. Коэффициент  $K_{Nsf}$ , учитывающий эквивалентную замену, вычисляется по формуле

$$K_{Nsf} = (0,5(1 + \cos(\Theta)))^{-1}. \quad (4)$$

Полная реакция со стороны беговой дорожки ведомого вала определится по формуле

$$R_{m21} = \frac{N_{mt2}}{\sin(\alpha_{m2} + \psi)}. \quad (5)$$

Соответственно нормальная реакция указанной беговой дорожки

$$N_{m21} = R_{m21} \cos(\psi). \quad (6)$$

Сила  $R_{m21}$  и ее составляющая  $N_{m21}$  действуют в плоскости, касательной к ос-

новой сфере с радиусом  $R_2$ . Для ее приведения к центру сферической поверхности ролика наружного ряда используем урав-

$$\frac{R_{m21} \sin(\alpha_{m2} + \psi) R_2 n_{s2}}{K_{Nsf}} = \frac{R_{m21p} \sin(\alpha_{m2} + \psi) R_3 n_{s3}}{K_{Nsf}}, \quad (7)$$

где  $R_{m21p}$  – сила  $R_{m21}$ , условно приведенная к центру ролика наружного ряда.

Из выражения (7) получаем

$$R_{m21p} = \frac{R_{m21} R_2 n_{s2}}{R_3 n_{s3}}. \quad (8)$$

Применив теорему синусов к силовому треугольнику (рис. 2б), получим выражение для вычисления полной реакции со стороны неподвижной беговой дорожки:

$$R_{m31} = \frac{R_{m21p} \sin(\alpha_{m2} + \psi)}{\sin(\alpha_{m3} - \psi)}. \quad (9)$$

Нормальная составляющая реакции

### Определение КПД СРП

Средний КПД передачи можно определить как

$$\eta_m = \eta_{mt} \eta_{mb}, \quad (12)$$

где  $\eta_{mt}$  – средний КПД роликового зацепления;  $\eta_{mb}$  – средний КПД, учитывающий потери в паре подшипников, с помощью которых сателлит установлен на ведущем валу.

Потери  $\eta_{mb}$  можно оценить по известной из теории винтовой пары зависимости:

$$\eta_{mb} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{m1})}{\operatorname{tg}(\alpha_{m1} + \psi_b)}, \quad (13)$$

где  $\psi_b$  – угол трения в подшипнике (подшипниках), на котором (которых) установлен сателлит. В свою очередь,  $\psi_b = \operatorname{arctg}(f_b)$ . У радиальных и радиально-упорных подшипников приведенный коэффициент трения  $f_b = 0,002 \dots 0,003$ , у сферических подшипников –  $f_b = 0,0015$  [11]. Численно установлено, что КПД пары подшипников сателлита, с учетом сложного циклического характера его нагружения, составляет  $0,96 \dots 0,98$ .

КПД роликового зацепления оценим как отношение мощностей на ведущем ( $P_1$ ) и ведомом ( $P_2$ ) элементах с учетом режима установившегося движения:

нение баланса моментов на сателлите, создаваемых реакциями роликов внутреннего и наружного рядов:

на остановленных кулачках

$$N_{m31} = R_{m31} \cos(\psi). \quad (10)$$

Осевая реакция ведущего вала также находится из силового треугольника (рис. 2б) и теоремы синусов:

$$N_{zm11} = \frac{R_{m21p} \sin(\alpha_{m2} - \alpha_{m3} + 2\psi)}{\sin(\alpha_{m3} - \psi)}. \quad (11)$$

Выражения (6), (10) и (11) позволяют оценить нагруженность основных элементов СРП и произвести оценку ее прочности и долговечности.

$$\eta_{mt} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2 \omega_2}{P_1}. \quad (14)$$

При определении мощности  $P_1$ , передаваемой на сателлит, не будем учитывать потери, возникающие при его вращении (они учтены  $\eta_{mb}$ ). Принимаем во внимание только мощность, передаваемую при осевом перемещении роликов:

$$P_1 = N_{mz11} v_{4e} n_{s3}, \quad (15)$$

где  $v_{4e}$  – скорость перемещения ролика вдоль оси передачи.

На рис. 3 приведен план скоростей СРП с двухрядным сателлитом с полюсом в центре масс ролика. Для индексации параметров приняты следующие обозначения: 1 – ведущий вал; 2 – ведомый вал; 3 – остановленные кулачки, с которыми связана неподвижная система отсчета; 4 – ролики. В обозначении скоростей первый индекс указывает на движущееся звено, второй – на звено, относительно которого осуществляется движение. Абсолютная скорость центра ролика  $v_{43}$  также представлена в виде геометрической суммы двух составляющих: переносной  $v_{4e}$ , направленной вдоль оси передачи, и относительной  $v_{4r}$  во вращательном движении вместе с сателлитом.

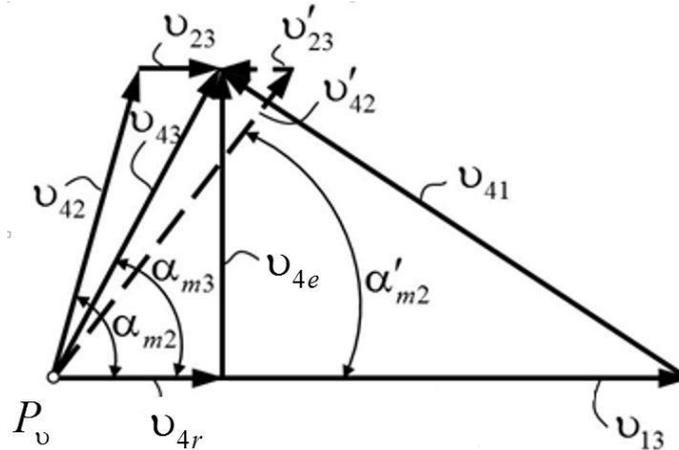


Рис. 3. План скоростей основных элементов СРП

Из плана скоростей с учетом элементарных геометрических преобразований находим

$$v_{4e} = v_{13} \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) \operatorname{tg}(\alpha_{m3})}{\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) + \operatorname{tg}(\alpha_{m3})} = \omega_1 \frac{R_3}{K_{Nsf}} \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) \operatorname{tg}(\alpha_{m3})}{\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) + \operatorname{tg}(\alpha_{m3})}, \quad (16)$$

где  $v_{13}$  – линейная скорость точки ведущего вала, условно приведенная к сферической поверхности с радиусом  $R_3$ .

Подставив формулу (16) в выражение (15), а его, в свою очередь, в формулу (14), с учетом замены отношения угловых ско-

ростей ведущего и ведомого валов  $\omega_1/\omega_2$  передаточным отношением  $i_{12}^{(3)}$  получим выражение для определения среднего КПД роликового зацепления:

$$\eta_{m1} = \frac{T_2}{N_{mz11} i_{12}^{(3)} \frac{R_3}{K_{Nsf}} \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) \operatorname{tg}(\alpha_{m3})}{\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) + \operatorname{tg}(\alpha_{m3})} n_{s3}}. \quad (17)$$

Используя уравнения (3), (5) и (8), выразим момент  $T_2$  через реакцию ведомо-

го кулачка, перенесенного в плоскость развертки первого ряда роликов:

$$T_2 = \frac{R_{m21p} R_3 n_{s3} \sin(\alpha_{m2} + \psi)}{K_{Nsf}}. \quad (18)$$

Подставив формулу (18) в выражение (17), преобразовав его с учетом геометрической зависимости реакций  $R_{m21p}/N_{mz11}$  из теоремы синусов (рис. 2б), получим зави-

симость для определения КПД как функцию только геометрических параметров зацепления и коэффициентов трения:

$$\eta_{m1} = \frac{\sin(\alpha_{m3} - \psi) \sin(\alpha_{m2} + \psi) (\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) + \operatorname{tg}(\alpha_{m3}))}{i_{12}^{(3)} \sin(\alpha_{m2} - \alpha_{m3} + 2\psi) \operatorname{tg}(\alpha_{m1}) \operatorname{tg}(\alpha_{m3})}. \quad (19)$$

### Исследование второй силовой схемы

Во втором случае  $Z_3 > Z_2$ , соответственно  $\alpha_{m3} > \alpha_{m2}$  (рис. 4). Рассуждая аналогичным образом, получим силовые зависимости и выражение для КПД. На плане скоростей (рис. 3) измененные параметры

дополнительно обозначены штрихом, а векторы изображены пунктирными линиями. Окружное усилие на ведомом кулачке, так же как и в первом случае, определяется по формуле (3).

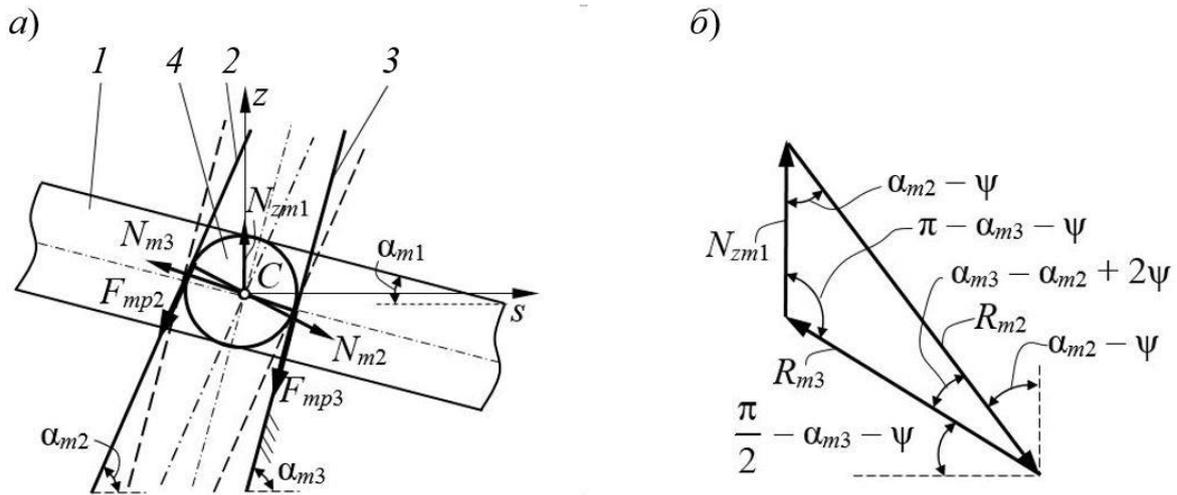


Рис. 4. К оценке сил, действующих в СРП, и ее КПД: а – схема силового взаимодействия; б – треугольник равновесной системы сил; 1 – спутник; 2 – кулачковая поверхность ведомого вала; 3 – неподвижная беговая дорожка; 4 – ролик

Нормальная реакция на ведомом звене

$$N_{m22} = \frac{N_{mt2} \cos(\psi)}{\sin(\alpha_{m2} - \psi)} \tag{20}$$

Нормальное усилие на остановленном элементе передачи

$$N_{m32} = \frac{N_{mt2} R_2 n_{s2} \cos(\psi)}{R_3 n_{s3} \sin(\alpha_{m3} + \psi)} \tag{21}$$

Осевая реакция на ведущем звене

$$N_{zm1} = \frac{N_{mt2} \sin(\alpha_{m3} - \alpha_{m2} + 2\psi) R_2 n_{s2}}{\sin(\alpha_{m2} - \psi) \sin(\alpha_{m3} + \psi) R_3 n_{s3}} \tag{22}$$

КПД роликового зацепления для второй силовой схемы

$$\eta_{mt2} = \frac{\sin(\alpha_{m3} + \psi) \sin(\alpha_{m2} - \psi) (\operatorname{tg}(\alpha_{m1}) + \operatorname{tg}(\alpha_{m3}))}{i_{12}^{(3)} \sin(\alpha_{m3} - \alpha_{m2} + 2\psi) \operatorname{tg}(\alpha_{m1}) \operatorname{tg}(\alpha_{m3})} \tag{23}$$

### Сравнительный численный анализ передач различных типов

При выборе конструктивной схемы передачи возникает вопрос не только о том, какую схему силового взаимодействия выбрать для реализации заданного передаточного отношения, но и о том, какое установить соотношение радиусов  $R_3$  и

$R_2$ . Проанализируем этот вопрос с точки зрения обеспечения максимальной нагрузочной способности передачи. Рассмотрим четыре варианта СРП. Их параметры приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры исследуемых СРП для оценки нагрузочной способности

Вариант	Схема силового взаимодействия	$Z_3$	$Z_2$	$i_{12}^{(3)}$
1	Первая	8	9	81
2	Вторая	9	8	-80
3	Первая	13	15	105
4	Вторая	15	13	-104

Остальные геометрические параметры и приведенные коэффициенты трения принимались для всех вариантов передач

одинаковыми ( $\Theta = 0,133$  рад,  $f = 0,02$ ). Во всех случаях ведомый вал редуктора нагружался моментом  $T_2 = 200$  Н·м. При

вычислениях изменялись радиусы основных сфер, при этом их сумма оставалась постоянной и равной 90 мм. Изначально принималось  $R_2 = R_3 = 45$  мм. Далее расчеты производились при увеличении одного из радиусов и уменьшении второго и наоборот. Амплитуды центральных кривых

$A_j$  корректировались с учетом радиуса  $R_j$  и постоянного угла  $\Theta$ . Определялись нормальные реакции ведомого ( $N_{m21(2)}$ ) и остановленного ( $N_{m31(2)}$ ) звеньев, а также осевое усилие ( $N_{zm1}$ ) со стороны ведущего элемента СРП. Результаты расчетов представлены в табл. 2.

Таблица 2

Значения сил (Н) в СРП

$R_3$ , мм	$R_2$ , мм	$N_{m21(2)}$	$N_{m31(2)}$	$N_{zm1}$	$N_{m21(2)}$	$N_{m31(2)}$	$N_{zm1}$
Вариант 1				Вариант 2			
45	45	307,844	379,178	51,427	379,178	307,844	46,284
50	40	364,387	362,954	51,573	453,692	291,510	46,416
60	30	537,572	341,158	52,419	682,316	268,732	47,177
40	50	263,519	401,062	51,562	320,850	329,399	46,406
30	60	200,154	475,306	53,280	237,606	400,388	47,952
Вариант 3				Вариант 4			
45	45	174,649	219,183	30,256	219,139	174,684	26,474
50	40	204,558	207,644	30,107	259,555	163,646	26,343
60	30	296,212	191,822	30,146	383,644	148,106	26,378
40	50	151,198	234,373	30,575	187,498	189,035	26,753
30	60	117,535	284,411	32,083	142,206	235,069	28,073

Для наглядности покажем в виде графиков (рис. 5) изменение максимального значения двух реакций  $N_{m \max} = \max(N_{m21(2)}, N_{m31(2)})$  от соотношения радиусов основных сфер. Это значение будет определяющим в расчете прочности СРП по контактным напряжениям.

Из рис. 5 видно, что для первого варианта схемы силового взаимодействия ( $Z_2 > Z_3$ ) обратная зависимость радиусов

основных сфер ( $R_3 > R_2$ ) в ограниченном диапазоне значений позволяет повысить нагрузочную способность. Для второго варианта к некоторому снижению значений максимальных реакций приводит проектирование передачи с  $R_2 > R_3$ . Увеличение разницы радиусов основных сфер ступеней СРП приводит к резкому увеличению нагрузок и снижению нагрузочной способности для обоих вариантов.

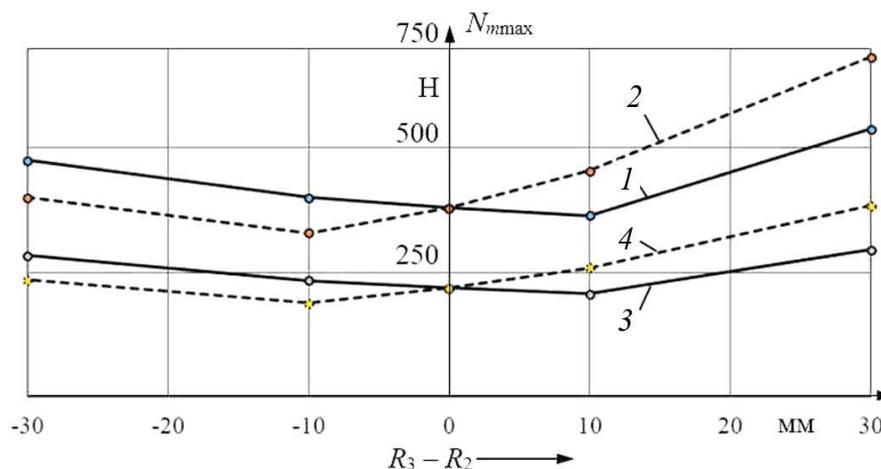


Рис. 5. Максимальные значения реакций основных звеньев СРП: 1, 2, 3 и 4 — для передач с параметрами по вариантам 1, 2, 3 и 4 (табл. 2) соответственно

Сравнительный анализ зависимостей

(19) и (22) показал, что по КПД при реали-

зации определенных значений передаточных отношений две рассмотренные схемы силового взаимодействия равнозначны. Для получения передаточного отношения, равного некоторому числу  $U$ , необходимо использовать беговые дорожки остановленных и ведомого кулачков с числами периодов  $Z_3 = G$ ,  $Z_2 = M$  соответственно, где  $G$  и  $M$  – целые числа. При замене  $Z_3 = M$ ,  $Z_2 = G$  реализуется передаточное отношение  $-(U - 1)$ , т.е. модуль отличается на единицу, а вращение ведущего и ведомого валов разнонаправленно. При этом  $\eta_{m1} = \eta_{m2}$ . Например, при  $Z_3 = 12$ ,  $Z_2 = 13$  реализуется первый вариант силового взаимодействия с передаточным отношением  $i_{12}^{(3)} = 169$ . При  $Z_3 = 13$ ,  $Z_2 = 12$  реализуется второй вариант силового взаимодействия с передаточным отношением  $i_{12}^{(3)} = -168$ . При прочих одинаковых параметрах ( $R_3 = 50$  мм,  $R_2 = 40$  мм,  $A_3 = 6$  мм,  $f = 0,02$ ) КПД в обоих случаях будет одинаковым и равным 0,498. Таким образом, если нет

принципиальной разницы в направлении вращения ведомого вала (этот вопрос просто решается с помощью системы управления электродвигателем), то для получения заданного передаточного отношения применение двух схем практически равнозначно. Поэтому далее рассматриваем первый вариант.

У СРП основные геометрические параметры (радиусы основных сфер  $R_2$  и  $R_3$ , амплитуды  $A_2$  и  $A_3$  и числа периодов  $Z_2$  и  $Z_3$ ) определяют средние углы подъема  $\alpha_{m2}$  и  $\alpha_{m3}$ . Ввиду сложного совместного влияния этих факторов на КПД зацепления исследуем комплексный параметр – угол наклона оси сателлита  $\Theta = A_j/R_j$  для различных случаев сочетания  $Z_2$  и  $Z_3$ , определяемых заданным передаточным отношением.

Исследуем три варианта передач (табл. 3) с сопоставимыми передаточными отношениями и одинаковыми параметрами:  $R_2 = 40$  мм,  $R_3 = 50$  мм,  $f = 0,02$ .

Таблица 3

Параметры исследуемых СРП для оценки КПД

Вариант	$Z_3$	$Z_2$	$i_{12}^{(3)}$
1	9	10	100
2	13	15	105
3	15	18	96

Так как радиусы основных сфер имели фиксированное значение, изменение угла  $\Theta$  обеспечивалось изменением амплитуды  $A_j$  центровых профилей. Результаты анализа показаны на рис. 6. Графики 1–3 имеют максимумы значений среднего КПД, что свидетельствует о существовании оптимального соотношения  $A_j/R_j$  при

заданном передаточном отношении. Результаты анализа показывают, что реализовать данное передаточное отношение можно различными сочетаниями периодов ведомого и остановленных кулачков. При этом большая разница  $|Z_2 - Z_3|$  приводит к снижению потерь мощности.

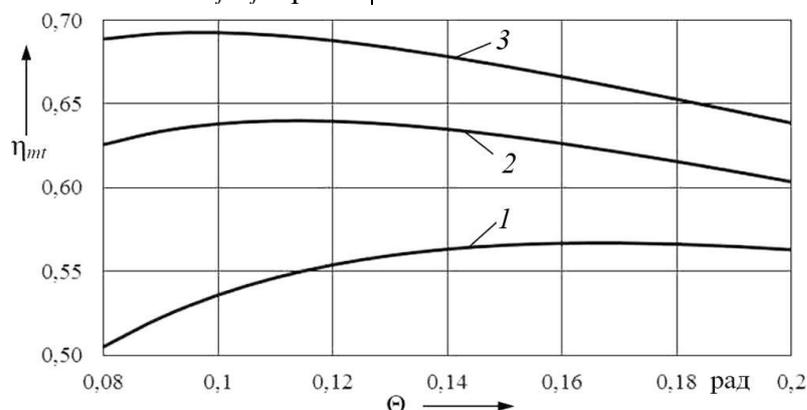


Рис. 6. Зависимость КПД роликового зацепления СРП от угла  $\Theta$ : 1, 2 и 3 – для передач с параметрами по вариантам 1, 2 и 3 (табл. 3) соответственно

Также установлено, что КПД роликового зацепления СРП значительным об-

разом зависит от приведенного коэффициента трения, как и у червячных передач.

### Практическая реализация результатов исследований

Для проверки работоспособности, подтверждения теоретически полученных зависимостей кинематических параметров СРП был создан экспериментальный образец передачи для мотор-редуктора с двигателем постоянного тока в составе привода грузоподъемного устройства. Основные узлы передачи показаны на рис. 7а. Экспериментальные исследования мотор-

редуктора (рис. 7б) показали, что он обеспечил кратковременную передачу вращающего момента 15 Н·м при массе редукторной части 1,762 кг (максимальный диаметр корпуса – 82 мм, длина редукторного узла, с учетом длины выходного конца ведомого вала, равна 91 мм) и передаточном отношении, равном –44 (использована вторая силовая схема).



Рис. 7. Экспериментальный образец СРП: а – детали редукторного узла; б – мотор-редуктор

Удельная масса редуктора, таким образом, составляет 0,117 кг/(Н·м). При имеющихся резервах улучшения конструкции, направленных на повышение равномерности распределения нагрузки по потокам, возможно достичь значения этого показателя 0,1 кг/(Н·м) и ниже, что будет соответствовать высокому техническому уровню редуктора [12]. Данные результаты нельзя считать подтверждением теорети-

чески полученных силовых зависимостей без проведения ресурсных испытаний и установления номинального передаваемого момента при постоянном режиме работы, тем более что на предельный момент влияют характеристики двигателя. Они лишь явились косвенным подтверждением перспективности разработки и подтверждением необходимости проведения дальнейших исследований.

### Заключение

Установлены зависимости сил, действующих на основные элементы сферических роликовых передач с двухрядным сателлитом, от геометрических параметров зацепления и коэффициентов трения. Полученные силовые зависимости позволяют оценивать нагруженность элементов СРП и определять оптимальные значения радиусов основных сфер и амплитуд центровых профилей при заданном передаточном отношении по критерию минимальных по-

тер мощности в зацеплении. Установлено, что КПД СРП с двухрядными сателлитами сопоставим с КПД планетарных зубчатых передач с двухвенцовыми сателлитами. Для СРП он зависит в обратной пропорции от передаточного отношения и возрастает с увеличением разницы чисел роликов (периодов центровых профилей) в двух рядах. Как и у червячных передач, у СРП КПД существенно снижается при увеличении коэффициентов трения. Проведенный ана-

лиз подтвердил эквивалентность двух силовых схем передачи по критерию максимальной нагрузочной способности. Испытания экспериментального образца редук-

тора с СРП подтвердили теоретически установленные кинематические и силовые зависимости.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Zhang, L. An investigation of cam-roller mechanism applied in sphere cam engine / L. Zhang, C. Pan, X. Xu, H. Xu, Z. Zhang // *Journal of Central South University*. – 2016. – № 23 (4). – P. 825-833.
- Bai, S. The design of spherical multilobe-cam mechanisms / S. Bai, J. Angeles // *Journal of Mechanical Engineering Science*. – 2009. – № 223 (2). – P. 473-482.
- Lustenkov, M.E. Planetary Ball Transmissions: Strength Calculations / M.E. Lustenkov // *Russian Engineering Research*. – 2010. – Vol. 30. - № 9. – P. 862-866.
- Маргулис, М.В. Анализ напряженно-деформированного состояния основных звеньев волновых прецессионных передач с телами качения в процессе передачи рабочих нагрузок / М.В. Маргулис, Я.О. Гордиенко // *Вестн. Приазов. гос. техн. ун-та*. – 2013. – № 27. – С. 148-158.
- Лустенков, М.Е. Расчет и проектирование сферических роликовых передач: монография / М.Е. Лустенков, Е.С. Лустенкова. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2017. – 177 с.
- Bostan, I. Development of Planetary Precessional Transmission with Multicouple Gear / I. Bostan, V. Dulgheru // *Power Transmissions: Proceedings of the 4th International Conference*. - 2012. – Vol. 13. – P. 597-608.
- Zhang, L. An investigation of cam-roller mechanism applied in sphere cam engine / L. Zhang, C. Pan, X. Xu, H. Xu, Z. Zhang // *Journal of Central South University*. – 2016. – № 23 (4). – P. 825-833.
- Bai, S. The design of spherical multilobe-cam mechanisms / S. Bai, J. Angeles // *Journal of Mechanical Engineering Science*. – 2009. – № 223 (2). – P. 473-482.
- Lustenkov, M.E. Planetary Ball Transmissions: Strength Calculations / M.E. Lustenkov // *Russian Engineering Research*. – 2010. – Vol. 30. - № 9. – P. 862-866.
- Margulis, M.V. Stress-strain state analysis of basic links in wave precision gears with rolling bodies during working load transfers / M.V. Margulis, Ya.O. Gordienko // *Bulletin of Priazovsky State Technical University*. – 2013. – No.27. – pp. 148-158.
- Lustenkov, M.E. *Computation and Design of Spherical Roller Gears*: monograph / M.E. Lustenkov, E.S. Lustenkova. – Mogilyov; Belorussian-Russian University, 2017. – 2017. – pp. 177.
- Frumusanu, G.R. Technological solution to profile and generate the teeth of central gear for precessional gear drives / G.R. Frumusanu, N. Oancea // *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. – 2012. – № 67 (1-4). – P. 687-699.
- Hong, J. Kinematic Modeling for the Nutation Drive Based on Screw Theory / J. Hong, L. Yao, W. Ji, Z. Huang // *Procedia CIRP*. – 2015. – № 36. – P. 123-128. – URL: 10.1016/j.procir.2015.06.103 (дата обращения: 18.03.2019).
- Wang, G.X. Modeling of Nutation Drive with Rolling Teeth / G.X. Wang, T.M. Guan // *Applied Mechanics and Materials*. – 2009. – № 16-19. – P. 708-712. – URL: 10.4028/www.scientific.net/amm.16-19.708 (дата обращения: 18.03.2019).
- Prudnikov, A.P. Thermal analysis of transmission with intermediate rolling bodies / A.P. Prudnikov // *AER-Advances in Engineering Research (AviaENT 2018)*. – 2018. – Vol. 158. – P. 338-342.
- Анурьев, В.И. Справочник конструктора-машиностроителя: в 3 т./ В.И. Анурьев; под ред. И.Н. Жестковой. – 8-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 2001. – 912 с.
- Чернавский, С.А. Проектирование механических передач: учеб. пособие / С.А. Чернавский, Г.А. Снесарев, Б.С. Козинцов [и др.]. – 7-е изд., переб. и доп. – М.: Инфра-М, 2013. – 536 с.
- Bostan, I. Development of Planetary Precessional Transmission with Multicouple Gear / I. Bostan, V. Dulgheru // *Power Transmissions: Proceedings of the 4th International Conference*. - 2012. – Vol. 13. – P. 597-608.
- Frumusanu, G.R. Technological solution to profile and generate the teeth of central gear for precessional gear drives / G.R. Frumusanu, N. Oancea // *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. – 2012. – № 67 (1-4). – P. 687-699.
- Hong, J. Kinematic Modeling for the Nutation Drive Based on Screw Theory / J. Hong, L. Yao, W. Ji, Z. Huang // *Procedia CIRP*. – 2015. – № 36. – P. 123-128. – URL: 10.1016/j.procir.2015.06.103 (дата обращения: 18.03.2019).
- Wang, G.X. Modeling of Nutation Drive with Rolling Teeth / G.X. Wang, T.M. Guan // *Applied Mechanics and Materials*. – 2009. – № 16-19. – P. 708-712. – URL: 10.4028/www.scientific.net/amm.16-19.708 (дата обращения: 18.03.2019).

10. Prudnikov, A.P. Thermal analysis of transmission with intermediate rolling bodies / A.P. Prudnikov // AER-Advances in Engineering Research (AviaENT 2018). – 2018. – Vol. 158. – P. 338-342.
11. Anuriev, V.I. *Reference-Book of Designer-Mechanician*: in 3 Vol./ V.I. Anuriev; under the editorship of I.N. Zhestkova. – 8-th edition revised and supplemented. – M.: Mechanical Engineering, 2001. – pp. 912.
12. Chernavsky, S.A. *Mechanical Gear Design*: manual / S.A. Chernavsky, G.A. Snesev, B.S. Kozintsov [et al.]. – 7-th edition revised and supplemented. – M.: Infra-M, 2013. – pp. 536.

*Статья поступила в редакцию 29.03.19*

*Рецензент: д.т.н., профессор Белорусско-Российского университета  
Пашкевич В.М.*

*Статья принята к публикации 23. 04. 19.*

#### Сведения об авторах:

**Лустенков Михаил Евгеньевич**, д.т.н., профессор, ректор Белорусско-Российского университета, e-mail: [lustenkov@yandex.ru](mailto:lustenkov@yandex.ru).

**Lustenkov Mikhail Evgenievich**, Dr. Sc. Tech., Prof. Rector of Belorussian-Russian University, e-mail: [lustenkov@yandex.ru](mailto:lustenkov@yandex.ru).

**Лустенкова Екатерина Сергеевна**, ассистент кафедры «Основы проектирования машин» Белорусско-Российского университета, e-mail: [fittsova@gmail.com](mailto:fittsova@gmail.com).

**Lustenkova Ekaterina Sergeevna**, Assistant of the Dep. "Fundamentals of Machinery Design", Belorussian-Russian University, e-mail: [fittsova@gmail.com](mailto:fittsova@gmail.com).