

УДК 37.378

DOI: 10.30987/article\_5c3db1106e3a19.23518024

Л.Г. Нартова, В.В. Бодрышев

## ЦИФРОВЫЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ МОДЕЛИ В КЛАССИЧЕСКОЙ ПРИКЛАДНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Предложены обобщенные алгоритмы моделирования технических поверхностей сложной формы с применением метода аксонометрии, а также моделирования технологических процессов намотки.

**Ключевые слова:** композиционные материалы, цифровые пространственные модели, аксонометрия, ортогональная система координат, геометрия поверхности, кривизна геодезической параллели.

L.G. Nartova, V.V. Bodryshev

## DIGITAL SPATIAL MODELS IN CLASSICAL APPLIED GEOMETRY

The aim of the work is an offer of a generalized algorithm for complex engineering surface modeling based on the method of axonometry. Such an approach is foundational, it allows carrying out a geometric (digital) modeling of essential originals, it gives a possibility to make a transition to the corresponding computer models of geometric images with reference to the solution of engineering problems of tape winding (laying) on a specified complex geometric surface. An analytical formula for a tape winding angle is shown. For the first time special properties of bended surfaces are

used.

This material is approved for the lecture on subject "Engineering and Computer Graphics", "Descriptive Geometry", and also for scientific and diploma works for students of the following specialties:

- Aircraft and helicopter construction,
- Engines for Aircraft.

**Key words:** composites, digital spatial models, axonometry, orthogonal coordinate system, surface geometry, curvature of geodesic parallel.

### Введение

В настоящее время в самых разных областях промышленного производства широкое применение все чаще находят композиционные материалы, или композиты. Арматурой в подобных материалах могут быть волокна различной формы, нити, ленты и т.п. Сложность изготовления изделий из них требует создания математического аппарата для определения внутренней геометрии поверхности объекта, на

которую производится намотка, и соответствующего математического аппарата для самого процесса намотки. В данной работе решение основывается на привлечении цифровой пространственной модели, создаваемой с помощью метода аксонометрии, что позволяет иметь системную логическую структуру решения поставленной задачи.

### Схематический анализ решения задачи получения геометрических моделей процессов намотки изделий из композиционных материалов

Проектированию сложных поверхностей из композиционных материалов, армированных волокнами с применением процессов намотки, посвящены работы Нартовой Л.Г., Якунина В.И. [1], Аюшеева Н.Н. [2; 3], Битюкова Ю.И., Калинина В.А. [4-6], Павловой С.В. [2; 3]. В них были разработаны геометрические модели процесса намотки, учитывающие реальную структуру ленты, а в работах Аюшеева

Т.В. [1; 2] рассмотрено также применение систем технического зрения для повышения точности реализации процесса намотки. В работе Битюкова Ю.И. представлен математический аппарат для геометрического моделирования технологических процессов намотки и выкладки с разложением кубического сплайна по базисным сплайнам на равномерной сетке. Данная задача коррелирует с задачами технологии

процесса намотки исходя из условий обеспечения прочности конструкции и т.п. Все это отражено на схеме соответствующей

компьютерной модели технологических процессов намотки (рис. 1).

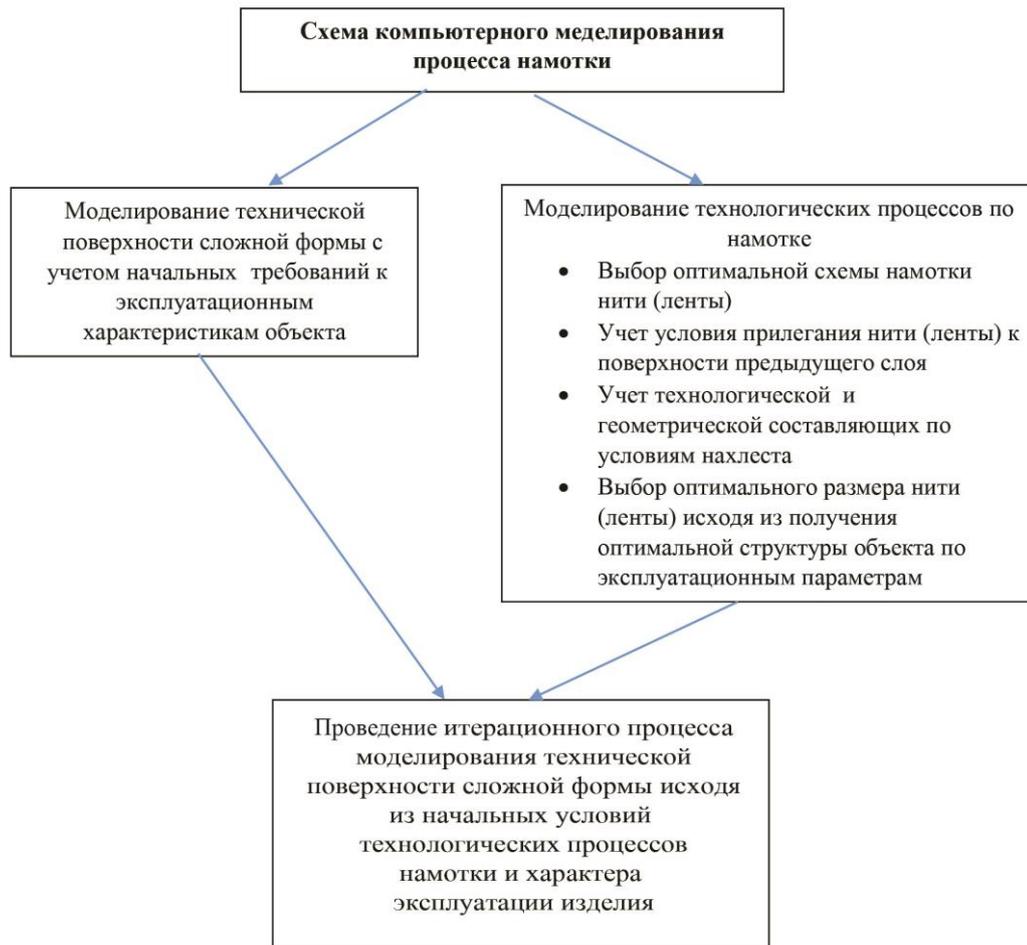


Рис. 1. Этапы последовательности создания компьютерной модели процесса намотки

Получение такой модели носит естественный итерационный характер, который определяется требованиями технического задания на создание изделия.

При решении данной задачи возникают различные варианты решения. Например, необходим выбор условия пересечения ленты при намотке (рис. 2) и схемы контакта лент (рис. 3).



Рис. 2. Макет лопатки, четыре ленты и зоны нахлестов для сечений [5]

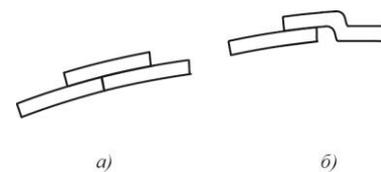


Рис. 3. Схематическое отображение видов намотки ленты: а – без нахлеста; б – с нахлестом

В настоящей работе предлагается обобщенный метод геометрического обеспечения процесса намотки, основанный на привлечении метода аксонометрии. В известной литературе этому уделено мало внимания, хотя полученная методика и является основополагающей при решении таких задач.

**Моделирование технических поверхностей сложной формы на основе метода аксонометрии (реконструированной аксонометрической цифровой модели)**

В качестве начального условия задана цифровая интерпретация точечных преобразований пространственного контину-

$$x' = f(x, y, z), y' = \varphi(x, y, z), z' = \Psi(x, y, z).$$

В зависимости от аналитической структуры этих функций получаются преобразования различных классов. Напри-

$$\begin{aligned} x' &= a_1x + b_1y + c_1z, \\ y' &= a_2x + b_2y + c_2z, \\ z' &= a_3x + b_3y + c_3z \end{aligned}$$

то получается параллельная аксонометрия, обозначенная как результат аффинных (линейных) преобразований элементов пространства. На ее основе предложен новый вычислительный метод для практической реализации алгоритма построения

ума, основанная на линейных преобразованиях. Эти преобразования задаются в общем виде функциями

мер, если преобразующие функции имеют вид

$$\text{и } \Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0,$$

параллельной аксонометрии (рис. 4). Даны натуральная прямоугольная система координат  $Oxyz$  и фигура  $\Phi$ , жестко связанная с этой системой. Оси координат совпадают с направлениями основных измерений фигуры  $\Phi$ , называемой оригиналом.

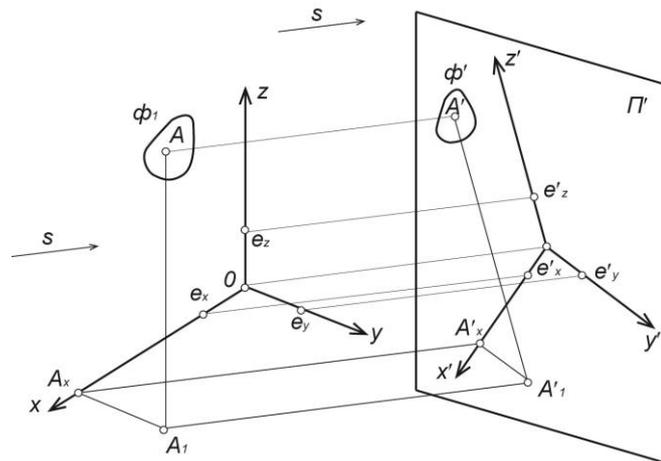


Рис. 4. Косоугольная (параллельная) аксонометрия

Заданы также натуральные и аксонометрические масштабы измерений вдоль осей  $Ox, Oy, Oz - e_x, e_y, e_z, e'_x, e'_y, e'_z$ . Схема построения вытекает из рис. 4. Это параллельная аксонометрия. В ней выполняются точные и вполне определяемые метрические соотношения. Так, существует метрическое соотношение, характеризующее любую параллельную аксонометрическую систему:

$$u^2 + v^2 + w^2 = 2 + ctg^2 \quad (1)$$

где  $u = \frac{e'_x}{e}$ ;  $v = \frac{e'_y}{e}$ ;  $w = \frac{e'_z}{e}$ ;  $\varphi = (s \wedge \Pi')$  - угол, составленный направлением проецирования  $s$  и плоскостью аксонометрических проекций  $\Pi'$ .

Соотношение (1) включает в себя в качестве частного вида прямоугольную аксонометрию ( $\varphi = 90^\circ$ ), т.е.

$$u^2 + v^2 + w^2 = 2. \quad (2)$$

Здесь уместно отметить основные свойства аксонометрической проекции. Аксонометрические координаты точки  $A$ , измеренные аксонометрическими масштабными единицами, численно всегда равны натуральным координатам точки  $A$ .

Теоретические изыскания в области аксонометрических систем разных классов содержат ответ и на главный вопрос - о расположении аксонометрических осей. Решение обеспечивает наиболее общая формулировка теоремы Польке-Шварца: всякий невырождающийся полный четырехугольник можно рассматривать как па-

параллельную проекцию тетраэдра наперед заданной формы. В эти исследования наибольший вклад внесли советские геометры: Н.Ф. Четверухин, Е.А. Глазунов, Н.М. Бескин.

Теперь более упрощенная формулировка общей теоремы звучит так: в косоугольной аксонометрии аксонометрические оси на плоскости чертежа и единичные отрезки на них могут быть выбраны совершенно произвольно. Это означает, что, взяв на плоскости  $\Pi'$  три проходящие через одну точку несовпадающие прямые  $Ox', Oy', Oz'$  и отложив на них три отрезка произвольной длины (конечной и отличной от нуля), следует утверждать, что полученная фигура может рассматриваться как некоторая параллельная проекция трех взаимно перпендикулярных осей координат  $Oxyz$  с отложенными на них соответственно равными единичными отрезками  $OE_x=OE_y=OE_z=e$ . Из этой теоремы вытекает чрезвычайно важное следствие: любая аксонометрическая система ( $Ox'y'z', e_x', e_y', e_z'$ ) в общем случае определяется пятью

независимыми параметрами - тремя аксонометрическими единичными масштабами и двумя углами между аксонометрическими осями.

Теперь, после представления обзора фундаментальных свойств параллельной аксонометрии, можно дать цифровую характеристику процесса построений (схемы, алгоритмы) с привлечением этого метода. Это, по существу, означает, что все графические операции в рассматриваемом случае должны иметь соответствующую аналитическую интерпретацию, представленную в численных символах линейных отображений точек пространства.

Итак, пусть в пространстве задана натуральная ортогональная система координат  $Oxyz$ . Сопутствующие построения выполнены на рис. 5, где направление проецирования обозначено вектором  $s$ , а плоскость проецирования (аксонометрическая плоскость проецирования  $\Pi'$ ) задана уравнением

$$Ax+By+Cz+D=0. \quad (3)$$

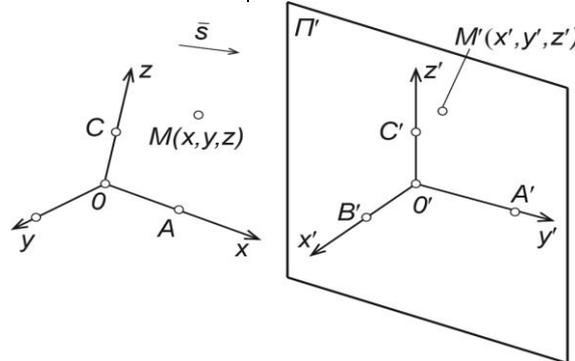


Рис. 5. Начальные условия для линейных преобразований точек

Проецирующий луч для точки  $O$  определен уравнением

$$\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}. \quad (4)$$

Исходя из (3, 4) определяются координаты точки  $O(x_0, y_0, z_0)$ .

Аналогично, решая последовательно систему (3, 4) и используя заданные точки  $A, B, C$ , можно определить координаты точек  $O(x_0', y_0', z_0')$ ,  $A(x_A', y_A', z_A')$ ,  $B(x_B', y_B', z_B')$ ,  $C(x_C', y_C', z_C')$ . Показатели искажения  $u, v, w$  находятся из трех соотношений вида

$$u = \frac{|O'A'|}{|OA|} = |O'A'| =$$

$$= \sqrt{(x_A' - x_0')^2 + (y_A' - y_0')^2 + (z_A' - z_0')^2} \text{ и т.д.}$$

Этот алгоритм позволяет определять необходимые параметры аксонометрического чертежа на плоскости  $\Pi'$ . Теперь способ построения цифровой модели заданных оригиналов сводится автоматически к нахождению проекций их точек – вычислению их аксонометрических координат. Такая задача решается на основании свойств линейных преобразований пространства, задаваемых системой

$$\begin{aligned} x' &= a_1x + b_1y + c_1z + d_1, \\ y' &= a_2x + b_2y + c_2z + d_2, \\ z' &= a_3x + b_3y + c_3z + d_3. \end{aligned} \quad (5)$$

В системе (5) присутствует 12 существенных коэффициентов, однозначно ее определяющих. Для их вычисления следует задать четыре пары соответствующих точек  $(O, A, B, C, O', A', B', C')$ , положение которых в данном отображении известно.

Порядок действий в предлагаемом алгоритме состоит из следующих операций. Вводится в рассмотрение и решается система

$$\begin{aligned} x_0' &= a_1 0 + b_1 0 + c_1 0 + d_1, \\ y_0' &= a_2 0 + b_2 0 + c_2 0 + d_2, \\ z_0' &= a_3 0 + b_3 0 + c_3 0 + d_3. \end{aligned} \quad (6)$$

Следовательно,  $d_1 = x_{00}'$ ,  $d_2 = y_{00}'$ ,  $d_3 = z_{00}'$ .

Аналогично для точек  $B, B', C, C'$  получается

$$\begin{aligned} b_1 &= x_{B'} - x_0'; \quad b_2 = y_{B'} - y_0'; \quad b_3 = z_{B'} - z_0'; \\ c_1 &= x_{C'} - x_0'; \quad c_2 = y_{C'} - y_0'; \quad c_3 = z_{C'} - z_0'. \end{aligned}$$

Теперь окончательно соотношения, определяющие необходимые линейные преобразования, запишутся в виде

$$\begin{aligned} x' &= (x'_A - x'_0)x + (x'_B - x'_0)y + (x'_C - x'_0)z + x'_0, \\ y' &= (y'_A - y'_0)x + (y'_B - y'_0)y + (y'_C - y'_0)z + y'_0, \\ z' &= (z'_A - z'_0)x + (z'_B - z'_0)y + (z'_C - z'_0)z + z'_0 \end{aligned}$$

и могут быть реализованы известными вычислительными методами.

Дальнейшие теоретические изыскания связаны с результатами классической дифференциальной геометрии, позволяющей ввести метрику на поверхности и осуществить переход к соответствующим вычислительным моделям геометрических образов применительно к решению технических задач разного уровня. Это прежде всего первая (основная) квадратичная форма на заданной поверхности  $r=r(u,v)=ix(u, v)+jy(u,v)+kz(u,v)$ , записанная в виде

$$dS^2 = E(u,v)du^2 + 2F(u,v)dudv + G(u,v)dv^2, \quad (7)$$

где коэффициенты  $E, F, G$  - функции параметров  $u, v$ :

$$\tau_u \tau_u = E(u,v), \quad \tau_u \tau_v = F(u,v), \quad \tau_v \tau_v = G(u,v).$$

Выражение (7) имеет в теории поверхностей огромное значение, так как позволяет ввести метрику на аналитически заданной поверхности. Целесообразно заметить, что, зная первую квадратичную форму на поверхности, можно измерять не только длины дуг кривой, но и углы между ними (рис. 6). Для этого используется соотношение

$$\text{Cos}(d\tau \wedge \delta r) = \frac{d\tau \delta r}{|d\tau| |\delta r|} = \frac{Edu\delta u + F(du\delta v + dv\delta u) + Gdvd\delta v}{|dS| |\delta S|}$$

или, в окончательной записи,

$$\text{Cos}(d\tau \wedge \delta r) = \frac{Edu\delta u + F(du\delta v + dv\delta u) + Gdvd\delta v}{\sqrt{Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2} \sqrt{E\delta u^2 + 2F\delta u\delta v + G\delta v^2}}$$

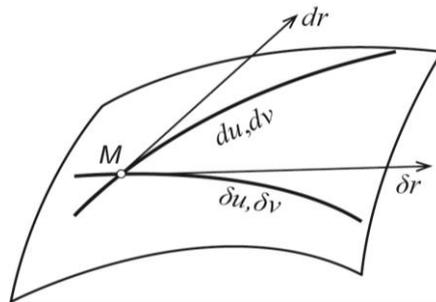


Рис. 6. Выбор дифференциалов дуг параметрических кривых

Следовательно, угол  $\varphi$  между координатами  $u$  и  $v$  в какой-то текущей точке  $M^i$  определяется по формуле

$$\text{Cos}\varphi = \pm \frac{F}{\sqrt{EG}},$$

так как  $du \neq 0, dv = 0$  (смещение вдоль линии  $u$ ),  $\delta u = 0, \delta v \neq 0$  (смещение вдоль линии  $v$ ).

Следствие из всего изложенного: если заданы  $E, F, G$  как функции  $u, v$ , то,

даже если не задано уравнение поверхности, можно определить:

1. Длины дуг кривых.
2. Угол между ними.

3. Площади замкнутых контуров  $D$  областей (отсеков) поверхности, т.е.

$$G = \iint_D \sqrt{EG - F^2} dudv.$$

Совокупность этих задач определяет внутреннюю геометрию поверхности. По-

нятие кривизны линии на поверхности связано с так называемой второй квадратичной формой поверхности

$$Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2,$$

$$\text{где } L(u,v) = \frac{r_{uu}^2 + r_{vv}^2}{\sqrt{EG - F^2}}; \quad M(u,v) = \frac{2r_{uv}}{\sqrt{EG - F^2}};$$

$$N(u,v) = \frac{r_{vv}^2}{\sqrt{EG - F^2}}.$$

### Моделирование технологических процессов намотки технических поверхностей сложной формы

Новый вычислительный метод применим применительно к технологическому процессу намотки поверхности, заданной в любой аналитической форме. Начальные данные позволяют реализовать основополагающие теоретические результаты в области классической дифференциальной геометрии и получить нужный алгоритм. Создана цифровая модель технологического процесса укладки, основанная на метрических свойствах геодезических кривых, выбранных на исходной поверхности.

Классические методы определения кривизны линии положены в основу моделирования технологических процессов намотки в системе авиастроения. Модель укладки на основную поверхность имеет свои размеры - ширину  $d$  и толщину  $h$ . Следует вывести алгоритм построения однонаправленных нитей относительно заданной кривой армирования (исходной кривой).

Предполагается, что основная кривая определяется уравнениями в параметрической форме  $r_k(t) = \vec{r}(u_k(t), v_k(t))$ , где известные функции  $u_k(t), v_k(t)$  задают изменение параметров  $u, v$  на поверхности оправки вдоль этой кривой:

$$u = u_k(t), \quad v = v_k(t), \quad t_0 \leq t \leq t_k.$$

В этом случае модель укладки с различными геометрическими характеристиками в поверхностном сечении содержит текущие точки, имеющие вполне определенный геометрический смысл. В данном случае они принадлежат геодезической линии на исходной поверхности. Базовое экспериментальное свойство геодезических линий состоит в том, что в малых окрестностях поверхности геодезические параллели всегда можно рассматривать как линии  $v$  некоторой полугеодезической системы (рис. 7). При этом отрезок геодези-

Если рассматривать величину  $\kappa_0$  как кривизну нормального сечения поверхности, то теперь она определяется по формуле

$$\kappa_0 = \frac{Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2}{Edu^2 + 2Mdudv + Gdv^2}.$$

ческой линии  $AB$  между точками  $A$  и  $B$  на ней дает кратчайшее расстояние между ними по сравнению со всеми другими кривыми  $AB$  на поверхности, соединяющими эти точки, однако при условии, что точка  $B$  берется в достаточно малой окрестности точки  $A$ .

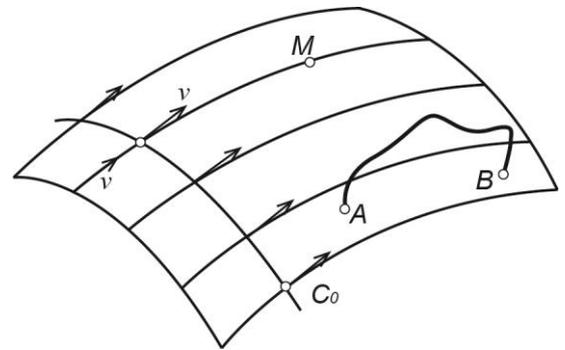


Рис. 7. Геометрическая сеть кривых на поверхности

Следует заметить, что множество геодезических линий на поверхности ведет себя в известном смысле так, как множество прямых на плоскости: через каждую точку по каждому направлению можно провести геодезическую линию. Это вполне естественно, так как прямые на плоскости представляют собой частный случай геодезических линий на поверхности.

Итак, цифровое моделирование процесса укладки состоит в применении следующего алгоритма заданных последовательных операций (рис. 8). Средняя нить укладывается точно по основной кривой  $m$  (кривой армирования), а нить, отстоящая от средней на параметр  $\delta$ , будет укладываться относительно геодезической параллельной кривой армирования ортогонально ей. Для этого выбирается текущая точка  $M(t)$  для дуги  $\overline{MM}$  на геодезической линии.

Т.е. кривая намотки есть геометрическое место точек  $\bar{M}=\bar{M}(t, \delta)$ , положение которых определяется выбранным параметром  $\delta$ . Если  $\delta=0$ , то получается исходная (начальная) кривая армирования. Итак, начальные условия организации процесса

укладки включают в себя следующие компоненты: исходная поверхность  $\Phi$ , исходная кривая  $m$ , параметр  $\delta$  на геодезической параллели, соответствующие параметры полосы (ленты).

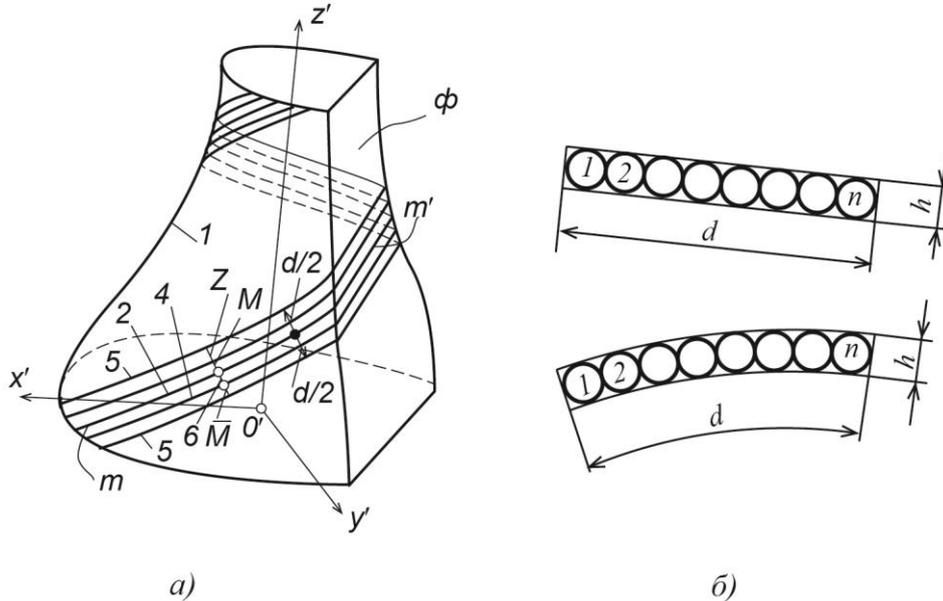


Рис. 8. Геометрический смысл параметров цифрового моделирования:  
 а – схематический пример намотки ленты на сложную поверхность;  
 б – схематическое представление ленты

Зная уравнение геодезической параллели относительно кривой армирования, соответствующей выбранному параметру  $\delta$ , можно описать детально весь рабочий процесс моделирования, обусловленный приложенным геометрическим аппаратом.

Математическое обеспечение процесса моделирования заключается в сле-

дующем. Выбирается произвольная текущая точка  $M^i$  на исходной кривой  $m$ ;  $u=u(s), v=v(s)$  - функции, задающие кривую  $l$  на исходной поверхности, определенную уравнением  $\tau(s)=\tau(u(s), v(s))$ . В зависимости от знака  $s$  уравнения линии  $m$  на поверхности имеют вид

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d^2 u}{ds^2} + \Gamma_{11}^1 \left(\frac{du}{ds}\right)^2 + 2\Gamma_{12}^1 \frac{du}{ds} \frac{dv}{ds} + \Gamma_{22}^1 \left(\frac{dv}{ds}\right)^2 &= 0 \\ \frac{d^2 v}{ds^2} + \Gamma_{11}^2 \left(\frac{du}{ds}\right)^2 + 2\Gamma_{12}^2 \frac{du}{ds} \frac{dv}{ds} + \Gamma_{22}^2 \left(\frac{dv}{ds}\right)^2 &= 0 \end{aligned} \right. \quad (8)$$

где  $\Gamma_{ij}^k = (-1)^k \frac{>r_1 - k^r_{ij}[r_1 r_2]<}{\| [r_1 r_2] \|^2}$ ,  $i, j, k = (1, 2)$  - символы Хриstoffеля.

Из условия перпендикулярности векторов  $m$  и  $m'$  следует равенство нулю их скалярного произведения:

$$\frac{dr(0)}{ds} \frac{dr(t)}{dt} = 0, \frac{du(t)}{ds} = \pm \frac{(r_2, \frac{dr_2(t)}{dt})}{\delta \left| \frac{dr_k(t)}{dt} \right|}, \frac{dv(t)}{ds} = \pm \frac{(r_1, \frac{dr_1(t)}{dt})}{\delta \left| \frac{dr_k(t)}{dt} \right|}. \quad (9)$$

Здесь  $u_{D(0)}=u_{k(0)}, v_{D(0)}=v_{k(0)}$ .

Найдя решения  $u(s), v(s)$  из системы (8), удовлетворяющей начальным условиям (9), можно получить уравнение искомой линии  $m'$ . Целесообразно заметить, что предложенной модели построения со-

ответствует инструментальный метод организации управляющих программ, используемых при решении поставленной задачи.

Одним из основных параметров отклонения кривой  $m'$  на поверхности  $\Phi$ ,

отвечающим за равновесное состояние нити, служит угол  $\varphi$ . Так, для равновесия нити необходимо и достаточно выполнение условия  $|\operatorname{tg} \varphi| \leq \mu$ , где  $\mu$  - коэффициент скольжения материала ленты вдоль поверхности  $\Phi$ . Этот параметр можно определить из общей формулы классической внутренней геометрии поверхностей:

$$\cos \varphi_n = \frac{Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2}{Edu^2 + 2Mdudv + Gdv^2} \frac{1}{k_n},$$

где  $k_n = k_n(t, \delta) = \frac{\left| \left( \frac{d^2x_n}{dt^2}, \frac{d^2y_n}{dt^2} \right) \right|}{\left| \frac{dx_n}{dt} \right|^3}$  - кривизна геоде-

зической параллели. Тогда неравенство  $|\operatorname{tg} \varphi| \leq \mu$  обеспечивает равновесность текущих нитей  $m^i$  и возможность определения из этого неравенства размеров ленты ( $|\operatorname{tg} \varphi_n(t, \delta)| \leq \mu$ ,  $t \in [t_0, t_k]$ ,  $\delta \in \left[-\frac{d}{2}, \frac{d}{2}\right]$ ), что, в свою очередь, обеспечивает оптимальность всего технологического процесса.

В случае использования полугеодезической системы координат имеет место

### Заключение

Даются обобщенные алгоритмы цифрового моделирования технических поверхностей сложной формы с применением метода аксонометрии. Наличие такого рабочего аппарата позволяет представить общую математическую модель проектирования сложных поверхностей из композиционных материалов, армированных волокнами. Это позволяет ввести метрику на поверхности и осуществить переход к соответствующим вычислительным моделям геометрических образов сложных поверхностей. При создании цифрового метода технологического процесса укладки лент на соответствующую поверхность слож-

соотношение  $ds^2 = du^2 + Gdv^2$  для любой ее дуги  $s$ . Ранее приведен алгоритм для реализации однослойной намотки. Для многослойной намотки теоретическим обоснованием ее осуществления могут служить некоторые канонические определения и свойства геометрии поверхностей. С этой целью вводится понятие гауссовой кривизны, выраженной через коэффициенты первой и второй квадратичных форм:

$$k = \frac{LN^2 - M^2}{EG - F^2}.$$

В данном случае имеется в виду слабodeформируемая лента  $m_0$ . Известно, что при изгибании поверхности гауссова кривизна  $k$  в каждой ее точке остается постоянной, т.е.  $k = \text{const}$ . Следовательно, для каждого нового слоя этот признак остается в силе. Новый слой – это лента из множества ортогональных геодезических кривых, геодезических окружностей, алгоритм построения которых известен.

ной формы приведен алгоритм процесса многослойной намотки с учетом гауссовой кривизны поверхности. Предложенная модель может служить методической основой при разработке новых конкретных изделий с использованием процесса намотки, а также при обучении студентов старших курсов специальным разделам САПР.

На основании изложенного можно утверждать, что особенностью поверхности постоянной кривизны является столь же полная однородность ее внутренней геометрии, как и для обыкновенной плоскости (имеется в виду ее самоналожение с тремя степенями свободы).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нартова, Л.Г. Начертательная геометрия / Л.Г. Нартова, В.И. Якунин. - 2005. - С. 243.
2. Аюшеев, Т.В. Постановка задачи геометрического моделирования текстильной оболочки из композиционных материалов / Т.В. Аюшеев, С.В. Павлова, А.Ю. Булгатов // Проблемы механики современных машин. - 2015. - Т. 3. - С. 79-84.
3. Павлова, С.В. К вопросу геометрического проектирования изделий со сложной формой поверхности / С.В. Павлова // Омский научный

вестник. Серия «Приборы, машины и технологии». - 2010. - № 1 (87). - С. 17-19.

4. Битюков, Ю.И. Численный анализ схемы укладки ленты переменной ширины на технологическую оправку в процессе намотки конструкций из композиционных материалов / Ю.И. Битюков, В.А. Калинин // Механика композиционных материалов и конструкций. - 2010. - Т. 16. - № 2. - С. 276-290.
5. Битюков, Ю.И. Расчет характеристик схемы укладки ленты в процессе намотки оболочек из композиционных материалов при его геометрии

ческом моделировании с помощью гладкого отображения прямоугольника в пространство / Ю.И. Битюков // Омский научный вестник. - 2010. - № 2 (90). - С. 128-131.

6. Битюков, Ю.И. Представление кубического сплайна в виде разложения по B-сплайнам на

1. Nartova, L.G. *Descriptive Geometry* / L.G. Nartova, V.I. Yakunin. – 2005. – pp. 243.
2. Ayusheev, T.V. Setting a problem of composite textile casing geometric modeling / T.V. Ayusheev, S.V. Pavlova, A.Yu. Bulgatov // *Problems of Modern Machine Mechanics*. – 2015. Vol.3. – pp. 79-84.
3. Pavlova, S.V. To the problem of geometric design of products with complex surface form / S.V. Pavlova // *Omsk Scientific Bulletin. Series "Devices, Machines and Technologies"*. – 2010. – No.1 (87). – pp. 17-19.
4. Bityukov, Yu.I. Numerical analysis of laying a tape with variable width on a technological holder dur-

равномерной сетке с явно выписанными коэффициентами разложения / Ю.И. Битюков // *Естественные и технические науки*. - 2010. - № 3. - С. 304-308.

- ing composite structure winding / Yu.I. Bityukov, V.A. Kalinin // *Mechanics of Composites and Constructions*. 2010. – No.2. – pp. 276-290.
5. Bityukov, Yu.I. Computation of procedure for tape laying during composite casing winding at its geometric modeling using smooth representation of triangle in space / Yu.I. Bityukov // *Omsk Scientific Bulletin*. – 2010. – No.2 (90). – pp. 128-131.
6. Bityukov, Yu.I. Presentation of cubic spline as decomposition on B-splines on uniform grid with vivid traced coefficients of decomposition / Yu.I. Bityukov // *Natural and Engineering Sciences*. – 2010. – No.3. – pp. 304-308.

*Статья поступила в редакцию 01.11.18.*

*Рецензент: д.т.н., профессор МГТУ им. Н.Э.Баумана  
Гузнецков В.Н.*

*Статья принята к публикации 25.12.18.*

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

**Нартова Лидия Григорьевна**, д.пед.н., к.физ.-мат.н., профессор кафедры «Инженерная графика» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), e-mail: [soplom@mail.ru](mailto:soplom@mail.ru).

**Nartova Lidia Grigorievna**, Dr. Sc. Pedagogic., Can. Sc. Physic-Math., Prof. of the Dep. "Engineering Graphics", Moscow Aircraft Institute (National Research University), e-mail: [soplom@mail.ru](mailto:soplom@mail.ru).

**Бодрышев Валерий Васильевич**, к.т.н., доцент кафедры «Инженерная графика» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), e-mail: [niobvv@mail.ru](mailto:niobvv@mail.ru) <mailto:7562902@list.ru>.

**Bodryshev Valery Vasilievich**, Can. Sc. Tech., Assistant Prof. of the Dep. "Engineering Graphics", Moscow Aircraft Institute (National Research University), e-mail: [niobvv@mail.ru](mailto:niobvv@mail.ru) <mailto:7562902@list.ru>.