

Научная статья

Статья в открытом доступе

УДК: 681.5.015

doi: 10.30987/2658-6436-2026-2-45-53

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФЛОТАЦИИ КАК СОВОКУПНОСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ АПЕРИОДИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Даниил Евгеньевич Скворцов^{1✉}, Кирилл Александрович Богданович²,
Никита Дмитриевич Лукьянов³

^{1, 2, 3} Иркутский национальный исследовательский технический университет, г. Иркутск, Россия

¹ daniil-skvorcov@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0002-6980-056X>

² bogdanovich.kirill9910@gmail.com

³ lukyanovnd@istu.edu, <https://orcid.org/0000-0002-8826-3424>

Аннотация. Флотация является ключевым технологическим процессом обогащения полезных ископаемых, основанным на разделении частиц углей и руды по их смачиваемости. Эффективность управления процессом флотации часто определяет экономическую целесообразность работы горно-обогатительных предприятий. Интерес ряда исследователей к теме автоматизации процесса флотации стал причиной появления различных подходов к рассмотрению флотационного процесса как отдельного объекта управления. В данной работе предлагается модель, описывающая флотацию как совокупность параллельных аperiodических звеньев первого порядка. Предлагается управлять расходом флотационных реагентов с учётом различных классов крупности частиц ценного компонента и пустой породы. Также в статье описывается применение метода Симою для параметрической идентификации звеньев системы управления, а также выполняется оценка адекватности разработанной модели с помощью коэффициента детерминации и критерия Фишера.

Ключевые слова: флотация, система автоматического регулирования, метод Симою, моделирование процесса флотации, кинетика флотации

Для цитирования: Скворцов Д.Е., Богданович К.А., Лукьянов Н.Д. Моделирование процесса флотации как совокупности параллельных аperiodических звеньев первого порядка // Автоматизация и моделирование в проектировании и управлении. 2026. №2 (32). С. 45-53. doi: 10.30987/2658-6436-2026-2-45-53.

Original article

Open Access Article

MODELLING THE FLOTATION PROCESS AS A SET OF PARALLEL FIRST-ORDER APERIODIC LINKS

Daniil E. Skvortsov^{1✉}, Kirill A. Bogdanovich², Nikita D. Lukyanov³

^{1, 2, 3} National Research Irkutsk State Technical University, Irkutsk, Russia

¹ daniil-skvorcov@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0002-6980-056X>

² bogdanovich.kirill9910@gmail.com

³ lukyanovnd@istu.edu, <https://orcid.org/0000-0002-8826-3424>

Abstract. Flotation is a key technological process in mineral beneficiation, based on separating coal and ore particles by their wettability. The efficiency of flotation process control often determines the economic viability of mining and processing plants. The interest of a number of researchers in automating the flotation process has led to the emergence of various approaches to considering the flotation process as a separate control object. This paper proposes a model describing flotation as a set of parallel first-order aperiodic links, a control of consuming flotation reagents taking into account different particle size classes of the valuable component and waste rock. The article also describes applying the Simoyu method for parametric identification of control system components and assesses the adequacy of the developed model using the coefficient of determination and the Fisher criterion.

Keywords: flotation, automatic control system, the Simoyu method, flotation process modelling, flotation kinetics

For citation: Skvortsov D.E., Bogdanovich K.A., Lukyanov N.D. Modelling the Flotation Process as a Set of Parallel First-Order Aperiodic Links. Automation and modeling in design and management, 2026, no. 2 (32). pp. 45-53. doi: 10.30987/2658-6436-2026-2-45-53.

Введение

Флотация является одним из наиболее распространённых методов обогащения углей и руд. Для повышения её эффективности необходимо разрабатывать и внедрять новые системы автоматизации технологического процесса. Несмотря на активное развитие теории автоматического управления и методов вычислительной математики последних десятилетий, флотация до сих пор является процессом, управление которым на многих обогатительных предприятиях осуществляется эмпирически. Отсутствие систем автоматического регулирования приводит к снижению эффективности работы предприятия и, как следствие, к уменьшению прибыли.

За последние тридцать лет был опубликован ряд исследований, ставящих своей целью разработку средств автоматизации процесса флотации. В то время, как одни исследователи фокусируются на извлечении признаков из снимков флотационной пены [1 – 2], другие разрабатывают модели процесса пульповой фазы [3 – 4]. Однако до сих пор множество различных подходов не привели к появлению широко распространённых систем автоматического регулирования в этой сфере. Отмечается, что многие разработанные модели слишком сложны и больше ориентированы на исследование процесса флотации, чем на использование в системах автоматического управления [5].

Отдельным вопросом является определение границ процесса флотации как моделируемого объекта. Например, в работе [6] акцент делается на управлении процессом флотации через подбор оптимального реагентного режима. В то же время, в работах [7 – 8] отмечается, что процесс флотации внутри флотокамеры может быть разделён на фазы пульпы и пены. В то время, как в работах [9 – 10] акцент делается на моделировании фазы пульпы, в работах [11 – 12] исследователи фокусируются на фазе пены.

В ходе анализа опубликованных ранее работ, можно сделать вывод, что моделирование процесса с целью дальнейшей разработки системы автоматического управления необходимо осуществлять с помощью достаточно простых моделей, позволяющих аппроксимировать процесс флотации с приемлемой точностью. В то же время сложный процесс флотации может быть разбит на отдельные подпроцессы, каждый из которых возможно описать отдельной моделью.

В данной работе предлагается рассматривать процесс пенной флотации как объекта управления, входными параметрами которого является расход флотореагентов и характеристики исходной пульпы, а выходными – доля извлечённого ценного компонента и масса продукта. Предполагается, что такой подход позволит упростить моделирование объекта управления для дальнейшего изучения его характеристик с целью последующего синтеза системы автоматического управления.

Цель данной работы – моделирование процесса флотации с помощью совокупности параллельных апериодических звеньев первого порядка. Для достижения поставленной цели в работе рассматриваются следующие вопросы:

- 1) описание флотационного процесса как совокупности параллельных звеньев;
- 2) применение метода Симою для параметрической идентификации передаточных функций;
- 3) проведение эксперимента с целью валидации разработанной модели.;
- 4) интерпретация полученных результатов.

Предложенный в работе подход позволит моделировать основные звенья объекта, входящие в систему автоматического управления процессом флотации. В дальнейшем данный подход можно будет применить в условиях горно-обогатительных предприятий, адаптировав его под конкретные условия технологического процесса.

Моделирование процесса флотации

Одной из наиболее популярных математических моделей процесса флотации, позволяющей оценить долю извлечённого компонента в момент времени, является уравнение, предложенное К.Ф. Белоглазовом [13]:

$$E = 1 - e^{-kt}, \quad (1)$$

где E – доля извлечённого ценного компонента; k – константа скорости процесса флотации, определяемая свойствами пульпы, техническими параметрами установки и реагентным

режимом; t – время длительности процесса, с.

Данное уравнение описывает идеальный процесс, в котором возможно полное извлечение ценного компонента и все частицы имеют одинаковую флотирруемость. В реальных же процессах флотации полное извлечение, как правило, невозможно. Тогда в уравнении стоит учитывать реально достижимый предел доли извлечённого ценного компонента:

$$E = E_n(1 - e^{-kt}). \quad (2)$$

В то же время частицы не имеют одинаковой флотирруемости, так как они могут принадлежать разным классам крупности, быть сросненными с пустой породой и иметь включения. Тогда имеет смысл рассматривать интегральную форму:

$$E = \int_0^\infty E_n(1 - e^{-kt}) f(k) dk, \quad (3)$$

где $f(k)$ – функция распределения частиц по флотирруемости.

В связи со сложностью нахождения функции распределения предлагается произвести аппроксимацию уравнения (3), разделив частицы на n -классов флотирруемости:

$$E = \sum_{i=1}^n E_{ni}(1 - e^{-kt}). \quad (4)$$

Можно заметить, что уравнение (2) является частным случаем переходной функции апериодического звена 1-го порядка при $E_n = K_i$ и $k = 1/T_i$:

$$h(t) = K_i(1 - e^{-\frac{t}{T_i}}). \quad (5)$$

В таком случае флотацию каждого класса можно смоделировать с помощью апериодического звена первого порядка:

$$W_i(p) = \frac{K_i}{T_i p + 1}. \quad (6)$$

Тогда процесс флотации как объект управления может быть представлен в виде совокупности апериодических звеньев 1-го порядка, соединённых параллельно (рис. 1).

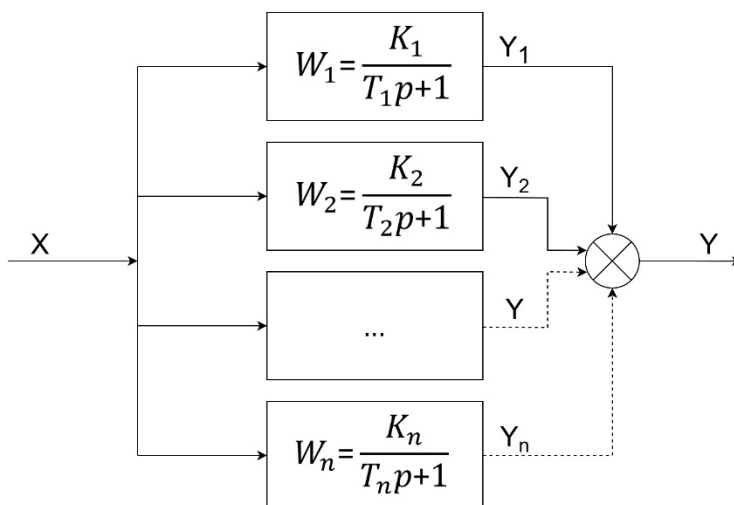


Рис. 1. Структурная схема объекта управления

Fig. 1. Block diagram of the control object

В целом, процесс флотации может быть описан как сумма апериодических звеньев 1-го порядка:

$$W_{OY} = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{T_i p + 1}. \quad (7)$$

При возможности отдельно флотировать каждый класс частиц расчёт коэффициентов K и T звеньев можно производить методом М.П. Симою [14]. Для параметрической идентификации объекта управления необходимо определить общий коэффициент усиления. При параллельном соединении звеньев общий коэффициент усиления объекта управления является суммой коэффициентов усиления каждого звена:

$$K_{OY} = \sum_{i=1}^n K_i = h(\infty), \quad (8)$$

где $h(\infty)$ – установившееся значение переходной характеристики.

Для расчёта коэффициента аппроксимирующей функции методом Симою необходимо найти площади переходной характеристики. Площадь S_1 характеризует инерционность первого порядка:

$$S_1 = \int_0^\infty (K_{OY} - h(t))dt. \quad (9)$$

Из-за дискретной природы данных интеграл должен быть рассчитан с помощью вычислительного метода трапеций. После расчёта площади S_1 коэффициент T_1 определяется как:

$$T_1 = \frac{S_i}{K_{OY}}. \quad (10)$$

После нахождения коэффициентов K и T расчёт передаточной функции объекта управления осуществляется по формуле (6).

Экспериментальная проверка разработанной модели

Для проверки предложенной математической модели процесса флотации были использованы данные, опубликованные в работе [15].

Для флотации были заготовлены навески сульфидной золотосодержащей полиметаллической руды с примесями пирита весом 200 грамм. Элементный анализ руды методом атомно-эмиссионной спектроскопии позволил определить содержание следующих компонентов: *Cu* (15,67 %); *Pb* (43,68 %); *Zn* (0,44 %); *S* (21,38 %); *SiO₂* (2,61 %); *Au* (45,57 г/т);

Анализ гранулометрического состава позволил выделить 5 классов крупности. В качестве ценного извлекаемого компонента рассматривалось золото:

Таблица 1
Table 1

Гранулометрический состав руды *Particle size distribution of ore*

Класс крупности, мкм	Доля класса, %	Доля ценного компонента в классе, %	Масса ценного, г
-20	32,30	32,92	0,0030
-43+20	31,50	30,58	0,0028
-58+43	17,40	16,50	0,0015
-74+58	11,52	12,96	0,0012
+74	7,28	7,04	0,0006

Несмотря на то, что крупность частиц не является единственным фактором, влияющим на флотуемость руды, в рамках нашей работы остальными факторами было решено пренебречь – частицы исходной навески были разделены по классам флотуемости на основании их принадлежности к классам крупности. Каждый класс навески флотировался отдельно. Флотация проводилась при неизменных реагентном режиме и технологических параметрах. Частота съёма пены: 1 раз в минуту. Также осуществлялся дополнительный съём пены на 30-й секунде для сбора дополнительных данных о кинетике флотации.

Для измерения содержания ценного компонента в исходных навесках и получившихся пробах использовался метод рентгенофлуоресцентного анализа (РФА).

Схема процесса флотации приведена на рис. 2.

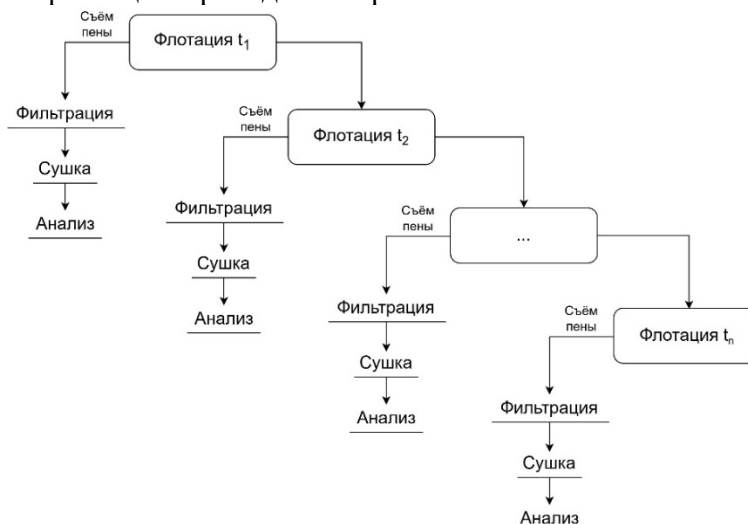


Рис. 2. Схема процесса флотации
Fig. 2. Scheme of the flotation process

При аналогичных параметрах проведена флотации навесок с частицами других классов крупности.

Полученные результаты флотации навесок представлены на рис. 3.

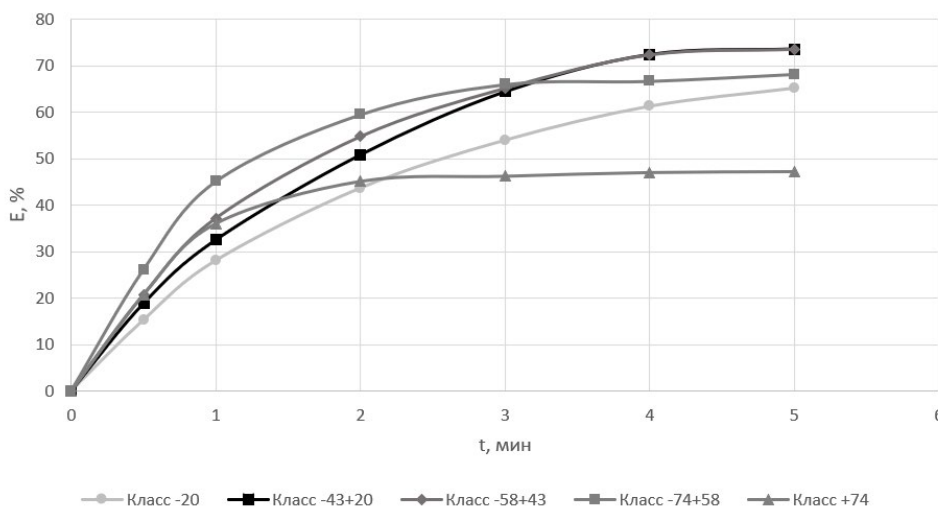


Рис. 3. Извлечение золота для навесок разных классов крупности

Fig. 3. Gold extraction for different size classes

Максимальное извлечение золота было достигнуто для класса крупности $-43+20$ мкм, за которой следовал класс $-58+43$ мкм. Кроме того, для класса $-74+58$ мкм было получено суммарное извлечение золота 68,14 % за наименьшее время – в данном классе значение скорости процесса флотации является наибольшим.

При разделении исходной навески на навески по классам крупности необходимо определить извлечение ценного компонента в исходной навеске по формуле:

$$E_{\text{исх}} = \sum_{i=1}^n w_i E_i, \quad (11)$$

где w_i – доля массы частиц i -го класса крупности относительно исходной массы навески; E_i – извлечение навески i -го класса крупности.

Расчёт коэффициентов K и T методом Симою позволил получить следующие передаточные функции процессов флотации:

Таблица 2

Table 2

Рассчитанные передаточные функции по классам крупности

Calculated transfer functions by size class

Класс крупности, мкм	Передаточная функция
-20	$W_1 = \frac{65,2}{1,62p+1}$
-43 +20	$W_2 = \frac{73,6}{0,92p+1}$
-58 +43	$W_3 = \frac{73,6}{0,80p+1}$
-74 +58	$W_4 = \frac{68,2}{0,77p+1}$
+74	$W_5 = \frac{47,2}{0,78p+1}$

Для оценки качества разработанных передаточных функций использовался коэффициент детерминации R^2 :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} \quad (12)$$

где e_i – разность между значением, полученным с помощью модели, и соответствующим значением из исходных данных; y_i – суммарное извлечение в момент времени i из исходных данных; $\bar{y}$ – среднее кумулятивное извлечение из исходных данных.

Значение извлечения по модели находится с помощью формулы переходного процесса (5). Результаты моделирования процессов извлечения ценного компонента из классов крупности представлены на рис. 4.

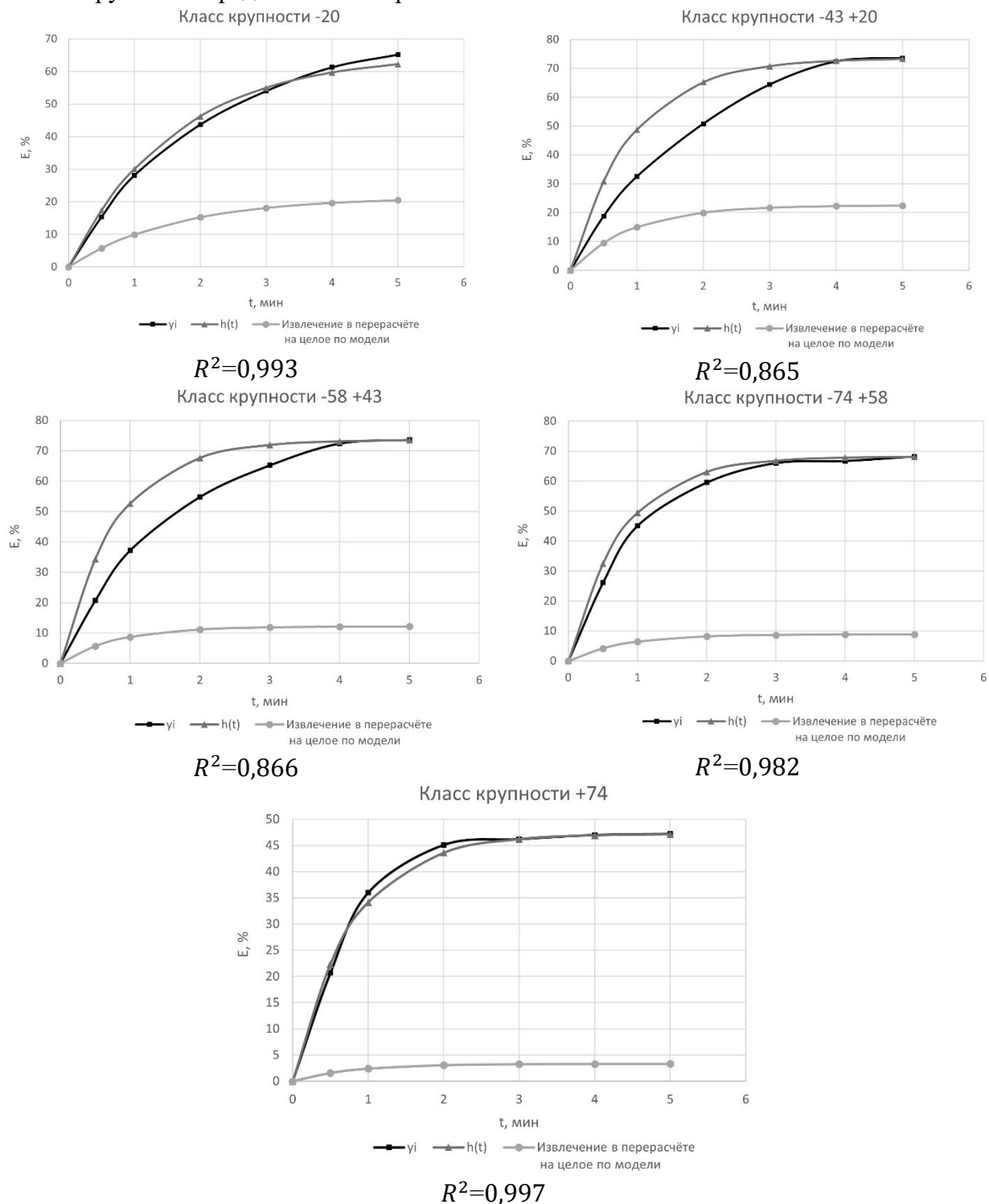


Рис. 4. Переходные кривые, полученные после идентификации звеньев с рассчитанными коэффициентами детерминации

Fig. 4. Transition curves obtained after identifying links with calculated determination coefficients

С помощью коэффициента детерминации R^2 была проверена статистическая значимость полученных результатов с помощью критерия Фишера (F -тест). Расчёт критерия Фишера является одним из основных методов проверки адекватности регрессионных моделей, описывающих различного рода процессы [17]. В данном тесте в качестве нулевой гипотезы H_0 предполагается, что все коэффициенты при независимых переменных равны

нулю (кроме свободного члена, если он есть). Альтернативная гипотеза H_1 : «Хотя бы один коэффициент при независимых переменных не равен нулю». Выбранный уровень значимости $\alpha = 0,05$. Для полученной модели (5) $F_{\text{крит}} = 6,608$.

Для всех разработанных моделей $F_{\text{набл}} > F_{\text{крит}}$, что позволяет отвергнуть нулевую гипотезу H_0 . Разработанные модели статистически значимы, однако интерпретировать полученный результат необходимо с осторожностью, принимая в расчёт малый размер выборок.

Пересчёт извлечения по ценному компоненту относительно всего содержания золота находится по формуле:

$$E_{\text{исх}} \approx E_i \frac{b}{100\%}, \quad (13)$$

где b – доля ценного компонента в классе, %; E_i – извлечение ценного компонента и в i -м классе крупности.

Результат пересчёта представлен на рис. 5.

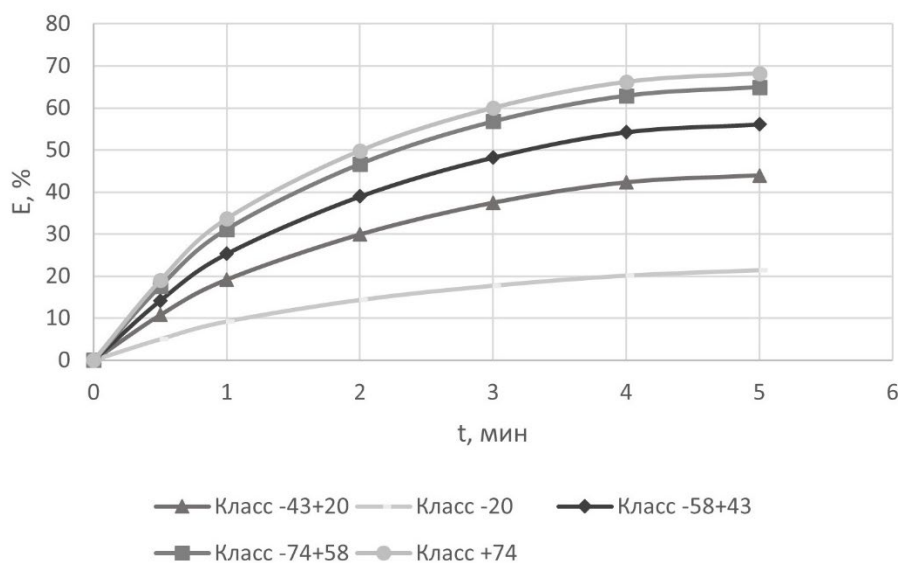


Рис. 5. Доли извлечения Au по классам крупности
Fig. 5. Extraction rates of Au by size class

Суммирование извлечения по классам позволяет получить результат, соответствующий результатам флотации навески без разделения на классы крупности.

Обсуждение

Полученные результаты могут отклоняться от наблюдаемых данных в связи с нелинейностью процесса флотации. Различные классы частиц в пульпе обладают различной флотируемостью, а также влияют на флотируемость друг друга [16]. Таким образом, рассмотренная в данной работе модель является аппроксимацией реального процесса.

В то же время, аperiодическое звено первого порядка описывает процесс кинетики флотации без учёта технологических особенностей реального производства. Применение агитационных чанов, а также большие объёмы производства становятся причиной появления транспортной задержки. Тогда в системе появляется звено чистого запаздывания:

$$W_{TOY} = W_{OY} e^{-\tau p} \quad (14)$$

Определить значение запаздывания τ можно непосредственно по графику кривой разгона. Для разработки более точной модели процесса флотации предлагается описать технологический процесс с помощью аperiодического звена 1-го порядка с запаздывающим звеном, либо с помощью аperiодического звена 2-го порядка с целью учёта транспортной задержки в реальных системах, обусловленных временем, которое понадобится для перемешивания реагентов.

Заключение

В результате работы было проведено моделирование процесса флотации с помощью совокупности аperiодических звеньев первого порядка. Полученные уравнения могут позволить с достаточно высокой точностью определять зависимость между настраиваемыми параметрами установки и выходным значением (извлечением ценного компонента в концентрат). Разработанный алгоритм расчёта коэффициентов K и T позволяет производить параметрическую идентификации модели, прогнозирующей извлечение. Качество модели было оценено не только с помощью коэффициента детерминации R^2 , но и с помощью критерия статистической значимости Фишера. В дальнейшем возможна разработка регрессионных моделей, описывающих связь между коэффициентами K и T и параметрами технологического процесса флотации, а также наблюдаемыми признаками, которые можно извлечь из изображений пены [18].

Список источников:

1. Liu X., Aldrich C. Flotation froth image recognition using vision transformers // IFAC-PapersOnLine. – 2023. – Т. 56. – №. 2. – С. 2329-2334.
2. Massinaei M., Jahedsaravani A., Mohseni H. Recognition of process conditions of a coal column flotation circuit using computer vision and machine learning // International Journal of Coal Preparation and Utilization. – 2022. – Т. 42. – №. 7. – С. 2204-2218.
3. Влияние крупности галенита на кинетику флотации / Цветичанин Л. и др. // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2015. – №. 3. – С. 151-155.
4. Белоглазов И.Н. Уравнение кинетики флотационного процесса // Записки горного института. – 2008. – Т. 177. – С. 128-131.
5. Quintanilla P., Neethling S. J., Brito-Parada P. R. Modelling for froth flotation control: A review // Minerals Engineering. – 2021. – Т. 162. – С. 106718.
6. Study of gold ore processing by flotation methods / Fedotov P.K. et al. // Науки о Земле и недропользование. – 2022. – Т. 45. – №. 2 (79). – С. 162-171.
7. An integrated multi-mode model of froth flotation cell based on fusion of flotation kinetics and froth image features / Sun B. et al. // Minerals Engineering. – 2021. – Т. 172. – С. 107169.
8. Bhondayi C. Flotation froth phase bubble size measurement // Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review. – 2022. – Т. 43. – №. 2. – С. 251-273.
9. Игнаткина В.А. и др. Кинетические исследования реагентных режимов для повышения контрастности флотации сульфидных минералов.
10. Achaye I., Wiese J., McFadzean B. Effect of mineral particle size on froth stability // Mineral Processing and Extractive Metallurgy. – 2021. – Т. 130. – №. 3. – С. 253-261.
11. Jahedsaravani A., Massinaei M., Marhaban M. H. An image segmentation algorithm for measurement of flotation froth bubble size distributions // Measurement. – 2017. – Т. 111. – С. 29-37.
12. Flotation froth image segmentation using Mask R-CNN / Gharehchobogh B.K. et al. // Minerals Engineering. – 2023. – Т. 192. – С. 107959.

References:

1. Liu X., Aldrich C. Flotation Froth Image Recognition Using Vision Transformers. IFAC-PapersOnLine. 2023;56(2):2329-2334.
2. Massinaei M., Jahedsaravani A., Mohseni H. Recognition of Process Conditions of a Coal Column Flotation Circuit Using Computer Vision and Machine Learning. International Journal of Coal Preparation and Utilization. 2022;42(7): 2204-2218.
3. Tsvetichanin L, et al. Effect of Galena Grain Size on Flotation Kinetics. Journal of Mining Science. 2015;51(3):151-155.
4. Beloglazov I.N. Equation of Flotation Process Kinetics. Journal of Mining Institute. 2008;177: 128-131.
5. Quintanilla P., Neethling S.J., Brito-Parada P.R. Modelling for Froth Flotation Control: A Review. Minerals Engineering. 2021;162:106718.
6. Fedotov PK, et al. Study of Gold Ore Processing by Flotation Methods. Earth Sciences and Subsoil Use. 2022;45(2):162-171.
7. Sun B, et al. An Integrated Multi-Mode Model of Froth Flotation Cell Based on Fusion of Flotation Kinetics and Froth Image Features. Minerals Engineering. 2021;172:107169.
8. Bhondayi C. Flotation Froth Phase Bubble Size Measurement. Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review. 2022;43(2):251-273.
9. Ignatkina VA, et al. A Kinetic Study of Reagent Flotation to Improve the Flotation Contrast of Sulfide Minerals. Non-Ferrous Metals Journal. 2023;10:15-22.
10. Achaye I., Wiese J., McFadzean B. Effect of Mineral Particle Size on Froth Stability. Mineral Processing and Extractive Metallurgy. 2021;130(3):253-261.
11. Jahedsaravani A., Massinaei M., Marhaban M.H. An Image Segmentation Algorithm for Measurement of Flotation Froth Bubble Size Distributions. Measurement. 2017;111:29-37.
12. Gharehchobogh BK, et al. Flotation Froth Image Segmentation Using Mask R-CNN. Minerals Engineering. 2023;192:107959.

13. Ромашев А.О., Калмыкова Т.Д. Идентификация кинетических зависимостей с целью оптимизации процесса флотационного обогащения // Вестник Кольского научного центра РАН. – 2019. – №. 4. – С. 62-68.

14. Симою М.П. Определение коэффициентов передаточных функций линеаризованных звеньев и систем авторегулирования // Автоматика и телемеханика. – 1957. – Т. 18. – Вып. 6. – 514-528.

15. Ran J. et al. Effects of particle size on flotation performance in the separation of copper, gold and lead // Powder Technology. – 2019. – Т. 344. – С. 654-664.

16. Application of flotation kinetics models to chalcopyrite flotation: determination of optimum flotation times / Şimşek S. et al. // Journal of Dispersion Science and Technology. – 2024. – С. 1-11.

17. Вирстюк А.Ю., Мишина В.С. Применение регрессионного анализа для оценки эффективности работы нефтяных скважин с парафинистой нефтью // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2020. – Т. 331. – №. 1. – С. 117-124.

18. Flotation equipment automation and intelligent froth feature extraction in flotation process: a review / Dong H. et al. // Reviews in Chemical Engineering. – 2025. – Т. 41. – №. 3. – С. 225-239.

13. Romashev AO, Kalmykova TD. Identification of Kinetic Dependencies in Order to Optimize the Flotation Enrichment Process. Herald of the Kola Science Centre of RAS. 2019;4(11):62-68.

14. Simoyu MP. Determination of Transfer Function Coefficients of Linearized Links and Automatic Control Systems. Automation and Remote Control. 1957;8(6):514-528.

15. Ran J, et al. Effects of Particle Size on Flotation Performance in the Separation of Copper, Gold and Lead. Powder Technology. 2019;344:654-664.

16. Şimşek S, et al. Application of Flotation Kinetics Models to Chalcopyrite Flotation: Determination of Optimum Flotation Times. Journal of Dispersion Science and Technology. 202445(14):1-11.

17. Virstyuk A.Yu., Mishina V.S. Application of Regression Analysis to Evaluate the Efficiency of Oil Wells Operating with the Paraffin Oil. Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering. 2020;331(1):117-124.

18. Dong H, et al. Flotation Equipment Automation and Intelligent Froth Feature Extraction in Flotation Process: A Review. Reviews in Chemical Engineering. 2025;41(3):225-239.

Информация об авторах:

Скворцов Даниил Евгеньевич

аспирант Института недропользования Иркутского национального исследовательского технического университета. SPIN: 4911-7158 AuthorID: 1160570 ORCID: 0009-0002-6980-056X.

Богданович Кирилл Александрович

студент Института высоких технологий Иркутского национального исследовательского технического университета.

Лукьянов Никита Дмитриевич

кандидат технических наук, доцент Иркутского национального исследовательского технического университета. AuthorID: 732737, SPIN: 8971-7440, ORCID: 0000-0002-8826-3424.

Information about the authors:

Skvortsov Daniil Evgenievich

Postgraduate student of the School of Subsoil Use of National Research Irkutsk State Technical University. SPIN: 4911-7158, AuthorID: 1160570, ORCID: 0009-0002-6980-056X.

Bogdanovich Kirill Alexandrovich

Student of the School of High Technologies of National Research Irkutsk State Technical University.

Lukyanov Nikita Dmitrievich

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of National Research Irkutsk State Technical University. AuthorID: 732737, SPIN: 8971-7440, ORCID: 0000-0002-8826-3424

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 13.02.2026; одобрена после рецензирования 05.03.2026; принята к публикации 03.04.2026.

The article was submitted 13.02.2026; approved after reviewing 05.03.2026; accepted for publication 03.04.2026.