

И.Ю. Бутарев

(г. Брянск, Брянский государственный технический университет)

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СОСТАВНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ

Исследованы непроектные режимы составных преобразователей с использованием параметрического синтеза, когда выбирается определенный набор параметров, обеспечивающих проектный режим, а затем с помощью бифуркационного анализа определяются его границы и вероятность появления нелинейных явлений в ходе работы преобразователя. Описаны двухпараметрические карты составных преобразователей и произведено их сравнение.

Parametric synthesis was used in research of non-project modes. This approach contains two parts. First part is choosing concrete set of parameters, which provides project mode. Second part is using bifurcation analysis to set boundaries of project mode and probability of nonlinear phenomena during the converter operation. Two parametric bifurcation maps presented.

Ключевые слова: нелинейная динамика, преобразователь SEPIC, преобразователь ZETA, преобразователь Кука, бифуркации.

Keywords: nonlinear analysis, SEPIC converter, ZETA converter, cuk converter, bifurcation.

Примером применения составных преобразователей могут быть телекоммуникационные источники питания и мощные зарядные устройства. Составные преобразователи могут быть с однонаправленным [1] и двунаправленным преобразованием энергии [2]. К однонаправленным составным преобразователям относятся связка между трехфазным выпрямителем и преобразователями Кука, SEPIC и ZETA, представленными на рис. 1а, 1б и 1в соответственно.

Был проведен сравнительный анализ карт динамических режимов и диаграмм относительного размаха колебаний трех вариантов составных преобразователей, рассчитанных исходя из необходимости получения одинаковых значений выходных напряжений при работе на одинаковую нагрузку.

Номиналы дросселей и конденсаторов были рассчитаны по стандартным методикам [3–5] при следующем наборе параметров: входное напряжение $E_0=100$ В, мощность нагрузки $P_n=100$ Вт, частота квантования $f_{кв}=50$ кГц, расчетное среднее значение коэффициента заполнения ШИМ $\gamma_{ср}=0,5$, коэффициент пульсаций напряжений конденсаторов $K_{нU}=4\%$, коэффициент пульсаций токов дросселей $K_{нI}=50\%$.

Наиболее полную информацию об особенностях нелинейной динамики системы дают карты динамических режимов, которые показывают разбиение пространства параметров на области существования различных периодических и хаотических режимов. Каждую карту нужно сопроводить диаграммой относительного размаха колебаний, которая показывает опасность той или иной области. Относительный размах колебаний определяется как $\Delta U_{\text{отн}} = \Delta U / \Delta U_{1\text{max}}$, где $\Delta U_{1\text{max}}$ – максимальный размах колебаний в области параметров, соответствующих проектному режиму (1-циклу), ΔU – абсолютный размах колебаний.

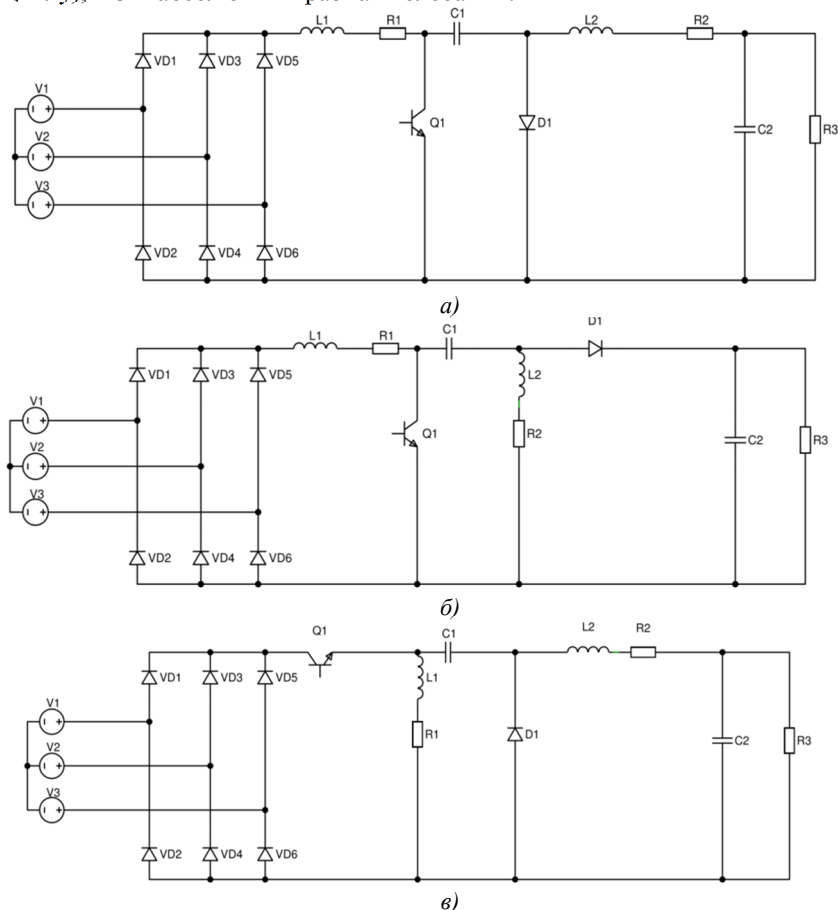


Рис. 1. Составные преобразователи: а – по схеме Кюка; б – SEPIC; в – Zeta

Карта динамических режимов SEPIC-преобразователя

Данная карта приведена на рис. 2а. Моделирование проводилось при следующем наборе параметров: $E_0=100$ В; $L_1=0,001$ Гн; $C_1=2,7$ мкФ; $R_1=4$ Ом; $L_2=0,0005$ Гн; $C_2=1,3$ мкФ; $R_2=4$ Ом; $R_{V_{Doff}}=500$ кОм; $R_H=100$ Ом; $\beta=0,02$; $U_{\text{оп}}=10$ В; $T=0,00002$ с, максимальное значение коэффициента заполнения $\gamma_{\text{max}}=0,75$.

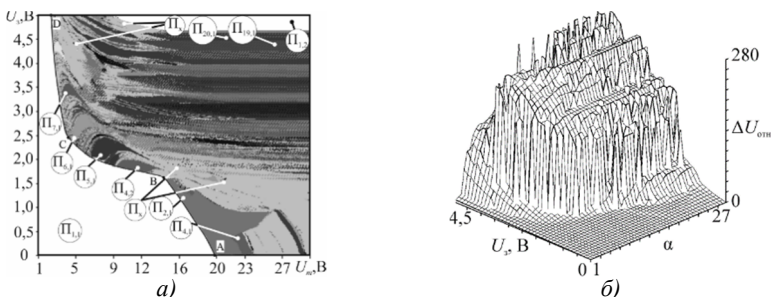


Рис. 2. Двухпараметрические диаграммы для SEPIC:

а – карта динамических режимов;

б – диаграмма относительного размаха колебания выходного напряжения

Из рис. 2 видно, что характерной чертой карты динамических режимов является присутствие области проектного 1-цикла (область $\Pi_{1,1}$), которая сужается с увеличением задающего воздействия U_3 . Первая бифуркационная граница состоит из трех сегментов.

На рис. 3а представлена бифуркационная диаграмма при напряжении управления 0,3 В, соответствующая сегменту АВ.

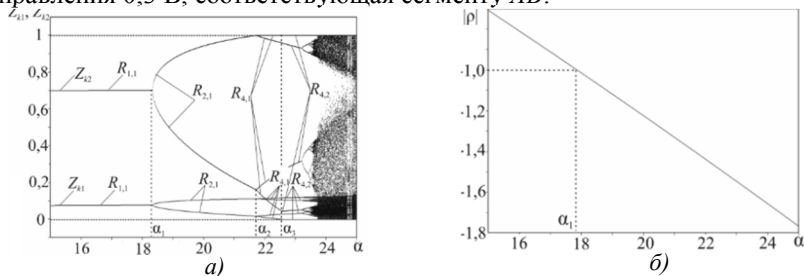


Рис. 3. Карты динамических режимов SEPIC:

а – бифуркационная диаграмма при $U_3=0,3$ В;

б – диаграмма эволюции старшего мультипликатора 1-цикла

На бифуркационной диаграмме символами $R_{i,j}$ отмечены различные динамические режимы (i – m -цикл, j – номер режима на диаграмме). Точка $\alpha_1=18,33$ соответствует суперкритической бифуркации удвоения периода [6]. Это подтверждается рис. 3б, где представлена диаграмма действительной части старшего мультипликатора, которая пересекает «-1» в точке α_1 . После точки α_1 возникает 2-цикл $R_{2,1}$ (область $\Pi_{2,1}$ на рис. 2, а), а 1-цикл $R_{1,1}$ становится седловым. Режим $R_{2,1}$ существует до точки $\alpha_2=21,71$. В точке α_2 момент коммутации z_{k2} становится равным единице (рис. 3, а) и происходит суперкритическая С-бифуркация удвоения периода [7] с возникновением 4-цикла $R_{4,1}$ (область $\Pi_{4,1}$ на рис. 2а). В точке $\alpha_3=22,54$ момент коммутации z_{k1} на одном из тактовых интервалов пересекает нуль и происходит С-бифуркация смены типа решения после которой в системе возникает 4-цикл $R_{4,2}$ другого типа (рис. 3а). При дальнейшем увеличении параметра α наблюдается каскад локальных суперкритических бифуркаций [7] с переходом к хаотическим колебаниям.

Линия BC на карте динамических режимов соответствует суперкритической C -бифуркации Неймарка-Саккера [7]. Пример бифуркационной диаграммы, соответствующей этой границе, представлен на рис. 4. До точки бифуркации $\alpha_1=4,26$ в системе существует 1-цикл $R_{1,1}$. В точке α_1 в системе возникают квазипериодические колебания и интервалы синхронизации на торе [6]. В точке α_2 начинается наиболее выраженный интервал

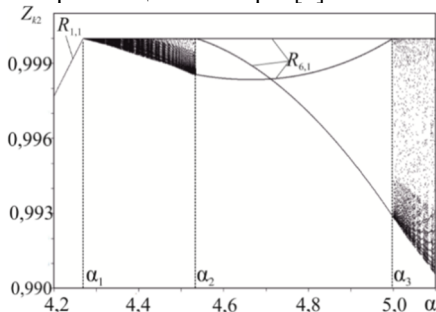
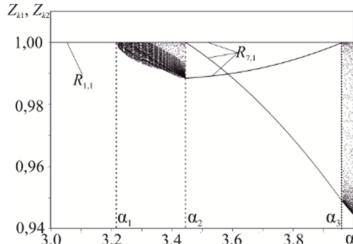


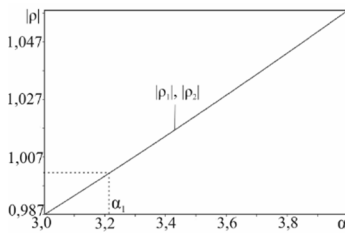
Рис. 4. Бифуркационная диаграмма
при $U_3=2,38$ В

интервал синхронизации, соответствующий 6-циклу $R_{6,1}$ (область $\Pi_{6,1}$ на рис. 4а). Границы этого интервала являются точками C -бифуркаций [7]. В точке $\alpha_2=4,53$ при движении вдоль оси α справа налево момент коммутации z_{k2} становится равным единице. Так же и на правой границе интервала (точка $\alpha_3=4,99$), при движении вдоль оси α слева направо момент коммутаций z_{k2} на одном из тактовых интервалов пересекает единицу.

Бифуркационная диаграмма, соответствующая участку CD , представлена на рис. 5а. Первая точка бифуркации на данной диаграмме связана предположительно с локальной суперкритической бифуркацией Неймарка-Саккера [7], которая реализуется при пересечении модулей пары комплексно сопряжённых мультипликаторов единицы. Модули двух старших комплексно сопряжённых мультипликаторов 1-цикла представлены на рис. 5б. Интервал синхронизации на торе $[\alpha_2, \alpha_3]$ соответствует 7-циклу $R_{7,1}$ (область $\Pi_{7,1}$ на рис. 2а), а его границы ($\alpha_2=3,44$ и $\alpha_3=3,96$) являются точками C -бифуркаций, аналогично интервалу $[\alpha_2, \alpha_3]$ на рис. 5а.



а)



б)

Рис. 5. Карты динамических режимов SEPIC:

а – бифуркационная диаграмма при $U_3=3,3$ В;

б – диаграмма эволюции двух старших мультипликаторов 1-цикла

На протяжении первой бифуркационной границы $ABCD$ происходят мягкие бифуркации, не связанные с существенным ростом амплитуды колебаний, однако рис. 5б показывает, что области $\Pi_{20,1}$, $\Pi_{19,1}$ и ряд других, лежащие недалеко от бифуркационной границы, соответствуют периодическим колебаниям с очень большой амплитудой, что нужно учитывать при выборе коэффициента усиления регулятора. Область $\Pi_{1,2}$,

наблюдающаяся при высоких значениях задающего воздействия U_3 , связана с достижением коэффициентом заполнения своего максимального значения 0,75, т.е. система переходит в режим насыщения.

Карта динамических режимов преобразователя Кука

Моделирование проводилось при следующем наборе параметров: $E_0=100$ В; $L1=0,001$ Гн; $C1=0,68$ мкФ; $R1=4$ Ом; $L2=0,001$ Гн; $C2=0,33$ мкФ; $R2=4$ Ом; $R_{1Doff}=500$ кОм; $R_H=100$ Ом; $\beta=-0,02$; $U_p=10$ В; $a=0,00002$ с, $\gamma_{max}=0,75$.

Из рис. 6а видно, что форма первой бифуркационной границы отлична от SEPIC, но при этом тренд сужения 1-циклового режима от коэффициента α с ростом задающего напряжения аналогичен. Первая бифуркационная граница карты динамических режимов преобразователя Кука разбивается на три сегмента.

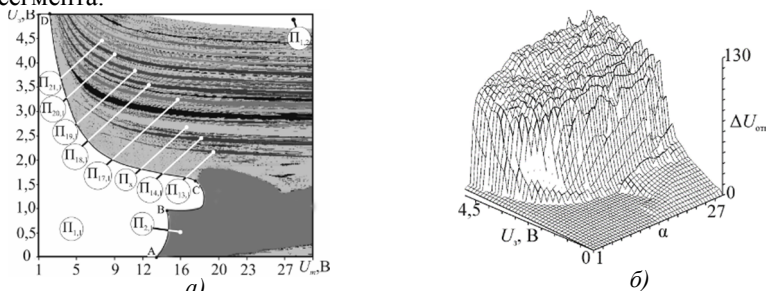


Рис. 6. Двухпараметрические диаграммы для преобразователя Кука:

а – карта динамических режимов;

б – диаграмма относительного размаха колебаний выходного напряжения

На рис. 7а, соответствующему сегменту АВ, в точке бифуркации $\alpha_1=14,61$ происходит локальная суперкритическая бифуркация, после которой возникает 2-цикл $R_{2,1}$, а 1-цикл $R_{1,1}$ становится седловым [6]. В точке $\alpha_2=15,02$ происходит С-бифуркация смены типа решения, которая приводит к возникновению 2-цикла $R_{2,2}$ другого типа.

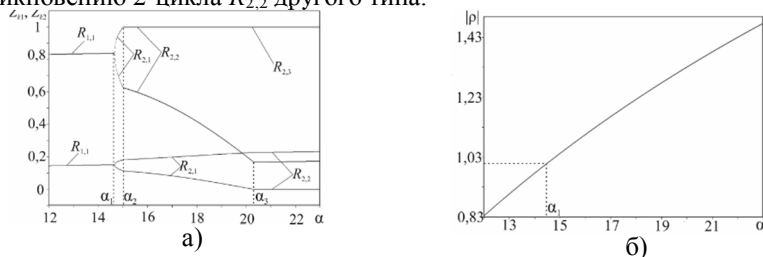


Рис. 7. Диаграммы динамических режимов преобразователя Кука при $U_3=0,5$ В:

а – бифуркационная диаграмма;

б – диаграмма эволюции двух старших мультипликаторов 1-цикла

Данная бифуркация связана с пересечением момента коммутации z_{k2} на одном из двух тактовых интервалов 2-цикла $R_{2,1}$ единицы. В точке $\alpha_3=20,30$ происходит еще одна С-бифуркация смены типа решения, которая связана с достижением момента времени z_{k1} на одном из двух тактовых интервалов нуля. В результате этого возникает 2-цикл $R_{2,3}$.

Бифуркационная диаграмма сегмента ВС представлена на рис. 8а. В точке $\alpha_1=18,56$ происходит локальная седло-узловая бифуркация. На рис. 8б видно, что в точке бифуркации мультипликаторы режимов $R_{2,1}$ и $R_{2,2}$ пересекают единицу, т.е. в данной точке происходит слияние устойчивого ($R_{2,2}$) и неустойчивого ($R_{2,1}$) 2-циклов.

В точке $\alpha_2=18,79$ происходит локальная суперкритическая бифуркация, когда в точке бифуркации возникает 2-цикл $R_{2,3}$, а 1-цикл $R_{1,1}$ становится седловым. В точке $\alpha_3=18,85$ 2-цикл $R_{2,3}$ сливается с неустойчивым 2-циклом $R_{2,1}$, и они оба исчезают в результате субкритической С-бифуркации.

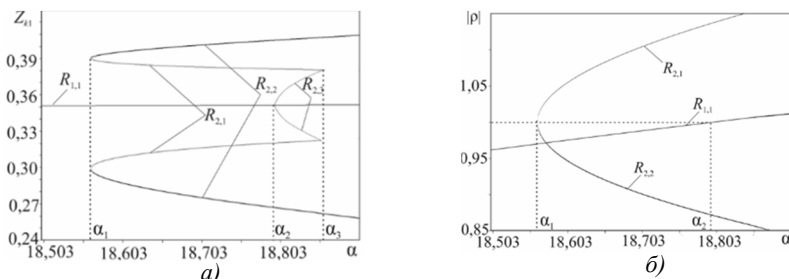


Рис. 8. К пояснению карты динамических режимов преобразователя Кука при $U_3=1,2$ В: а – бифуркационная диаграмма; б – диаграмма эволюции двух старших мультипликаторов 1-цикла

На рис. 9а изображена бифуркационная диаграмма, соответствующая сегменту CD первой бифуркационной границы. В точке α_2 происходит предположительно локальная субкритическая бифуркация Неймарка-Саккера [6]. На рис. 9б представлены модули двух комплексно-сопряженных старших мультипликаторов 1-цикла $R_{1,1}$. После точки бифуркации α_1 на диаграмме можно наблюдать многочисленные области синхронизации на торе. При задающих воздействиях более 2 В на карте динамических режимов наблюдаются области синхронизации на торе ($\Pi_{13,1}$, $\Pi_{14,1}$, $\Pi_{17,1}$, $\Pi_{18,1}$, $\Pi_{20,1}$, $\Pi_{21,1}$ на рис. 6а). Амплитуда колебаний в этих режимах достаточно высока (рис. 6б), но в то же время существенно меньше, чем в SEPIC.

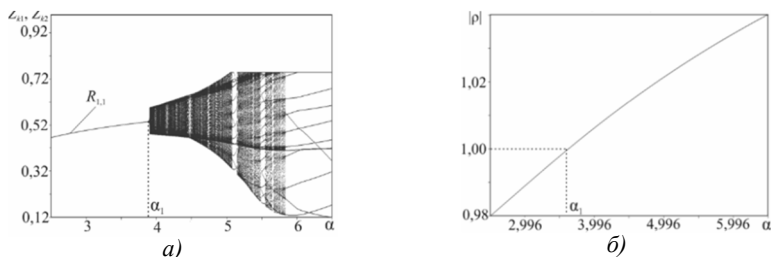


Рис. 9. К пояснению карты динамических режимов преобразователя Кука при $U_3=3,5$ В: а – бифуркационная диаграмма; б – диаграмма эволюции двух старших мультипликаторов 1-цикла

Карта динамических режимов ZETA-преобразователя

Данная карта представлена на рис. 10а. Моделирование проводилось при следующем наборе параметров: $E_0=100$ В; $L_1=0,001$ Гн; $C_1=1,3$ мкФ; $R_1=4$ Ом; $L_2=0,001$ Гн; $C_2=0,16$ мкФ; $R_2=4$ Ом; $R_{V\text{Doff}}=500$ кОм; $R_H=100$ Ом; $\beta=0,02$; $U_p=10$ В; $T=0,00002$ с, $\gamma_{\text{max}}=0,75$.

Как видно из рис. 10а, форма первой бифуркационной границы отлична от SEPIC и Кука, но при этом тренд сужения 1-циклового режима от коэффициента α с ростом задающего напряжения аналогичен. Граница разбивается на два сегмента, каждый из которых, как и ранее, соответствует своему типу бифуркационного перехода.

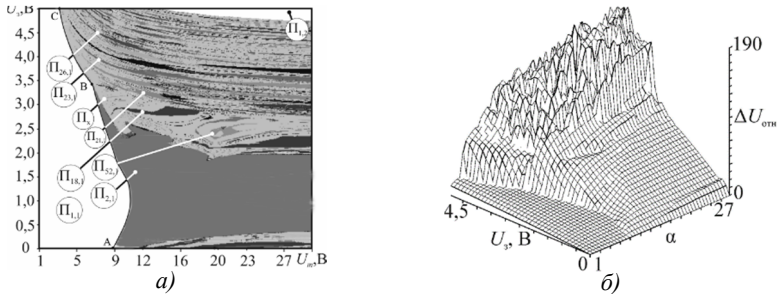


Рис. 10. Двухпараметрические диаграммы для ZETA: а – карта динамических режимов; б – диаграмма относительного размаха колебаний выходного напряжения

На рис. 11а соответствующему сегменту АВ, первые две бифуркации в точках $\alpha_1=8,9$ и $\alpha_2=9,82$ аналогичны бифуркациям в преобразователе Кука (рис. 7а). В точке $\alpha_3=18,56$ возникает двухоборотный тор [6], после чего наблюдаются многочисленные интервалы синхронизации малого размера, чередующиеся с областями квазипериодических колебаний. На рис. 11б представлена диаграмма мультипликаторов 2-цикла $R_{2,2}$. В точке α_3 модули двух старших мультипликаторов пересекают единицу.

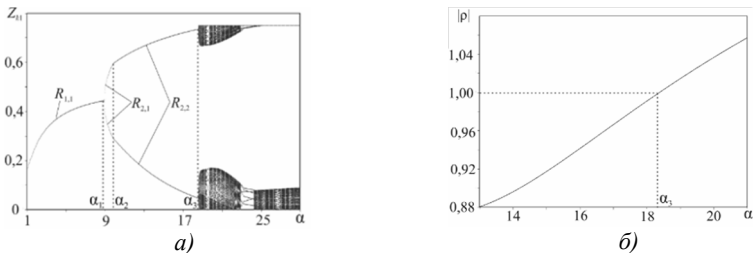


Рис. 11. Бифуркационная диаграмма ZETA при $U_3=2$ В: а – бифуркационная диаграмма; б – диаграмма эволюции двух старших мультипликаторов 1-цикла

На рис. 12 представлена бифуркационная диаграмма, соответствующая сегменту ВС. Первая точка бифуркации α_1 обусловлена субкритической бифуркацией Неймарка-Саккера. Данная бифуркация является жесткой. В точке α_2 коэффициент заполнения ШИМ-модулятора достигает значения

0,75, и происходит насыщение

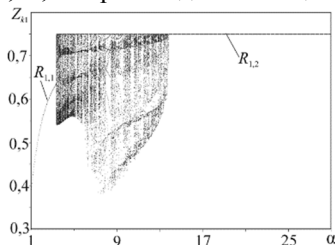


Рис. 12. Бифуркационная диаграмма ZETA при $U_3=5$ В

системы, сопровождающееся 1-циклом $R_{1,2}$. Как и в рассмотренных ранее преобразователях, при задающем воздействии больше 2 В в системе на карте динамических режимов присутствуют многочисленные области синхронизации на торе с большой амплитудой колебаний выходного напряжения ($P_{26,1}$, $P_{23,1}$, $P_{21,1}$, $P_{52,1}$ на рис. 10а).

Выводы

Выполненный анализ показал:

1. Наибольшая площадь области желаемого 1-цикла обеспечивается в преобразователе SEPIC, а наименьшая – в преобразователе ZETA.

2. Особенностью составных преобразователей является сужение области 1-цикла с увеличением задающего воздействия.

3. При больших значениях задающего воздействия и коэффициента усиления регулятора α наблюдаются динамические режимы с большой амплитудой колебаний, которые могут быть отнесены к опасным.

4. Наиболее оптимальным составным импульсным преобразователем постоянного напряжения с точки зрения нелинейной динамики является преобразователь Кука, который имеет приемлемую площадь желаемого 1-цикла и минимальную амплитуду колебаний в области нежелательных режимов.

Список литературы

1. D. C. Martins, A. H. D. Oliveira, and I. Barbi. "Three-phase rectifier using a SEPIC DC-DC converter in continuous conduction mode for power factor correction," in Proc. IEEE INTELEC'98, 1998, pp. 491–497.
2. J. B. Ejea, E. S. Kilders, J. A. Carrasco, R. D. L. Calle, and J. M. Espi. "High-frequency bi-directional three-phase rectifier with power factor correction," in Proc. IEEE PESC'01, 2001, pp. 1303–1308.
3. Falin, J. T. Design DC/DC converters based on SEPIC topology/ J.Falin // Analog Application Journal. 2008, Q4. P.18–23.
4. Falin, J. T. Design DC/DC converters based on ZETA topology/ J.Falin // Analog Application Journal. 2010, Q2. P.16–21.
5. Четти, П. Проектирование ключевых источников электропитания: [пер. с англ.] / П. Четти – М.: Энергоатомиздат, 1990. – С. 62–66.
6. Анищенко, В.С. Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем: Фундаментальные основы и избранные проблемы / В.С. Анищенко, Т.Е. Вадивасова, В.В. Астахов. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1999. – 368 с.
7. Жусубалиев, Ж.Т. Бифуркации и хаос в релейных и широтно-импульсных системах автоматического управления / Ж.Т. Жусубалиев, Ю.В. Колоколов – М.: Машиностроение-1, 2001. – 120 с.

Материал поступил в редколлегию 21.10.18.