

Научная статья

Статья в открытом доступе

УДК 621.313.333

doi: 10.30987/2782-5957-2026-2-58-65

МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С ДВОЙНОЙ СТАТОРНОЙ ОБМОТКОЙ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

Юрий Сергеевич Кабалык✉

Дальневосточный государственный университет путей сообщения, Хабаровск, Россия
kabalyyk-dvgups@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3662-1816>

Аннотация

Представлен процесс создания математической модели, описывающей электромагнитные процессы в асинхронном двигателе с двойной статорной обмоткой. Модель описана во вращающейся системе координат, ориентированной по потоку сцепления ротора. Представлены дифференциальные уравнения, описывающие токи в обмотках статора и ротора, потокосцепление ротора, частоту вращения магнитного поля и электромагнитный момент на валу. Математическая модель двигателя

была проверена в компьютерной среде схемотехнического моделирования. Разработанная математическая модель может применяться при исследованиях частотно-регулируемого асинхронного тягового привода, в т.ч. тягового привода локомотивов.

Ключевые слова: математическая модель, двигатель, система координат, электрический привод, инвертор, напряжение, пульсация.

Финансирование: Работа выполнена при поддержке гранта ОАО «РЖД» на развитие научно-педагогических школ в области железнодорожного транспорта.

Ссылка для цитирования:

Кабалык Ю.С. Модель асинхронного двигателя с двойной статорной обмоткой во вращающейся системе координат / Ю.С. Кабалык // Транспортное машиностроение. – 2026. – № 2. – С. 58-65. doi: 10.30987/2782-5957-2026-2-58-65.

Original article

Open Access Article

MODEL OF INDUCTION MOTOR WITH DOUBLE STATOR WINDING IN ROTATING COORDINATE SYSTEM

Yuri Sergeevich Kabalyk✉

Far Eastern State Transport University, Khabarovsk, Russia
kabalyyk-dvgups@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3662-1816>

Abstract

Creating a mathematical model describing electromagnetic processes in an induction motor with a double stator winding is presented. The model is described in a rotating coordinate system oriented along the flow coupling of the rotor. Differential equations describing currents in the stator and rotor windings, rotor flow coupling, magnetic field rotation frequency, and electromagnetic moment on the shaft are present-

ed. The mathematical model of the engine was tested in a computer schematic design. The developed mathematical model can be used in studies of frequency-controlled asynchronous traction drive, including traction drive of locomotives.

Keywords: mathematical model, motor, coordinate system, electric drive, inverter, voltage, pulsation.

Funding: The paper is funded by the grant of the Russian Railways for the development of scientific and pedagogical schools in the field of railway transport.

Введение

Асинхронные электрические двигатели широко используются в регулируемом электроприводе. Наиболее распространенной конструкцией таких двигателей является трехфазная электрическая машина с короткозамкнутым ротором (далее – АДКР). При создании систем электропривода с такими двигателями широко используют математические модели и схемотехническое моделирование на компьютере. Наиболее распространенной математической моделью асинхронного двигателя является модель в d - q -координатах с ориентацией по потоку ротора [1-5]. В такой модели используется меньшее число уравнений, а сами уравнения проще. Перевод из трехфазной системы в d - q осуществляется с помощью относительно

простых уравнений и не занимает много вычислительных мощностей.

При использовании трехфазных АДКР в частотно-регулируемом приводе со статическими преобразователями наблюдается целый ряд негативных эффектов, например дополнительные потери в стали и пульсации электромагнитного момента. Одним из путей развития АДКР является использование двойной статорной обмотки с компенсацией пульсаций тока [6-8]. В указанных ранее работах модель такого двигателя была составлена в неподвижных координатах. В настоящей работе предлагается рассмотреть процесс создания математической модели АДКР с двойной статорной обмоткой во вращающихся d - q -координатах.

Материалы, модели, эксперименты и методы

Расчетная схема обмоток для составления модели двигателя представлена на рис. 1.

Примем условие, что обмотки статора имеют одинаковые индуктивное и активное сопротивление, а также одинаковую взаимоиндуктивность с обмоткой ротора. Основные уравнения обмоток статора и ротора в d - q -координатах, ориентированных по потокосцеплению ротора, можно описать следующим образом

$$\begin{aligned} u_{S1d} &= \frac{d\psi_{S1d}}{dt} + i_{S1d}R_s - \omega_e\psi_{S1q}; \\ u_{S2d} &= \frac{d\psi_{S2d}}{dt} + i_{S2d}R_s - \omega_e\psi_{S2q}; \\ u_{S1q} &= \frac{d\psi_{S1q}}{dt} + i_{S1q}R_s + \omega_e\psi_{S1d}; \\ u_{S2q} &= \frac{d\psi_{S2q}}{dt} + i_{S2q}R_s + \omega_e\psi_{S2d}; \\ 0 &= \frac{d\psi_{Rd}}{dt} + i_{Rd}R_r; \\ 0 &= i_{Rq}R_r + \Delta\omega\psi_{Rd} \end{aligned} \quad (1)$$

где u_{S1d} , u_{S2d} , u_{S1q} , u_{S2q} – проекции напряжения на первой и второй обмотках статора на соответствующую ось d - q -пространства; i_{S1d} , i_{S2d} , i_{S1q} , i_{S2q} – проекции тока первой и второй обмоток статора на соответствующую ось d - q -

пространства; i_{Rd} , i_{Rq} – проекции тока обмотки ротора на соответствующую ось d - q -пространства; R_s – активное сопротивление обмотки статора; R_r – активное сопротивление обмотки ротора; ω_e – угловая частота магнитного поля; $\Delta\omega$ – угловая частота скольжения; ψ_{S1d} , ψ_{S2d} , ψ_{S1q} , ψ_{S2q} – проекции потокосцепления обмоток статора на соответствующую ось d - q -пространства; ψ_{Rd} , ψ_{Rq} – проекции потокосцепления обмотки ротора на соответствующую ось d - q -пространства.

Потокосцепления статора и ротора определяются по формулам

$$\begin{aligned} \vec{\psi}_{S1} &= \vec{I}_{S1}L_s + \vec{I}_{S2}L_{sm} + \vec{I}_R L_m \\ \vec{\psi}_{S2} &= \vec{I}_{S2}L_s + \vec{I}_{S1}L_{sm} + \vec{I}_R L_m; \\ \vec{\psi}_R &= \vec{I}_{S1}L_m + \vec{I}_{S2}L_m + \vec{I}_R L_R \end{aligned} \quad (2)$$

где \vec{I}_{S1} , \vec{I}_{S2} – векторы токов первой и второй обмоток статора; L_s – полная индуктивность обмотки статора; L_{sm} – взаимоиндуктивность между обмотками статора; L_m – взаимоиндуктивность между обмотками статора и ротора; \vec{I}_R – вектор тока обмотки ротора; L_R – полная индуктивность обмотки ротора.

Из уравнения потокосцепления ротора выразим ток ротора

$$\vec{I}_R = \frac{1}{L_R} \vec{\psi}_R - \frac{L_m}{L_R} \vec{I}_{S1} - \frac{L_m}{L_R} \vec{I}_{S2}. \quad (3)$$

Для упрощения описания модели введем следующие коэффициенты:

$$K_1 = L_S - \frac{L_m^2}{L_R}; K_2 = L_{Sm} - \frac{L_m^2}{L_R}; K_R = \frac{L_m}{L_R}; T_R = \frac{L_R}{R_R}. \quad (4)$$

С применением уравнений (3) и (4) можно записать обновленные уравнения потокосцеплений статора:

$$\begin{aligned} \vec{\psi}_{S1} &= \vec{I}_{S1} K_1 + \vec{I}_{S2} K_2 + K_R \vec{\psi}_R \\ \vec{\psi}_{S2} &= \vec{I}_{S2} K_1 + \vec{I}_{S1} K_2 + K_R \vec{\psi}_R; \end{aligned} \quad (5)$$

Подставив соответствующие проекции на оси d - q -координат из (5) в (1), получим полные уравнения напряжений обмотки статора

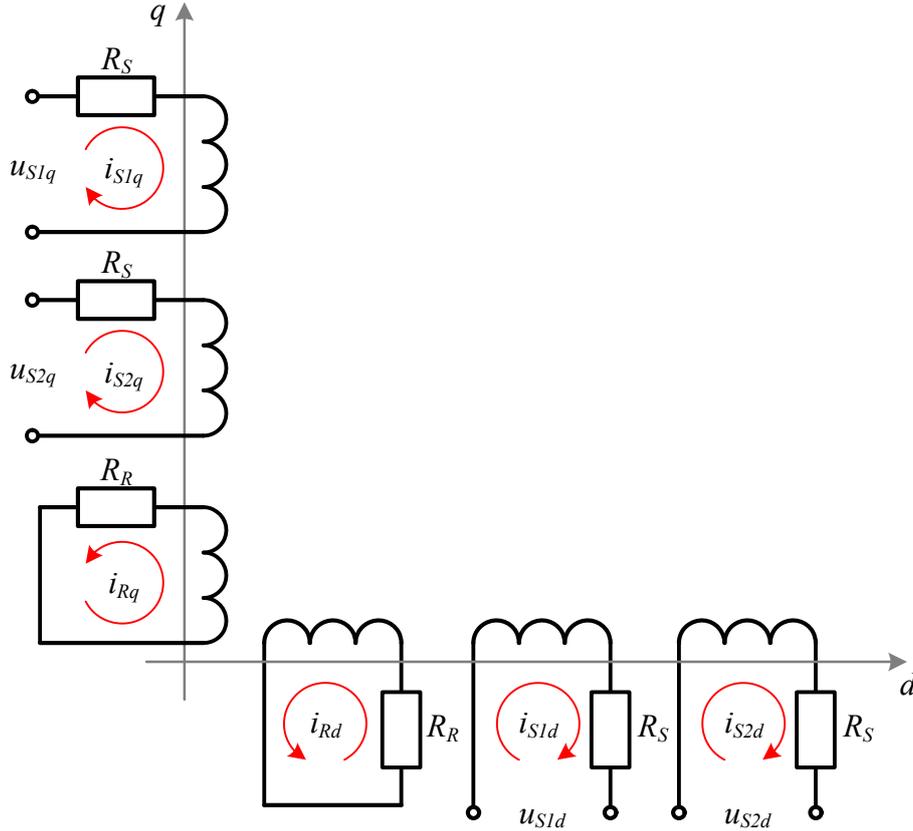


Рис. 1. Расчетная схема обмоток асинхронного двигателя с двойной статорной обмоткой в d - q -координатах
Fig. 1. Design scheme of windings of an induction motor with a double stator winding in d - q coordinates

$$\begin{aligned} u_{S1d} &= \frac{d(i_{S1d}K_1 + i_{S2d}K_2 + K_R\psi_R)}{dt} + i_{S1d}R_S - \omega_e(i_{S1q}K_1 + i_{S2q}K_2); \\ u_{S2d} &= \frac{d(i_{S2d}K_1 + i_{S1d}K_2 + K_R\psi_R)}{dt} + i_{S2d}R_S - \omega_e(i_{S2q}K_1 + i_{S1q}K_2); \\ u_{S1q} &= \frac{d(i_{S1q}K_1 + i_{S2q}K_2)}{dt} + i_{S1q}R_S + \omega_e(i_{S1d}K_1 + i_{S2d}K_2 + K_R\psi_R); \\ u_{S2q} &= \frac{d(i_{S2q}K_1 + i_{S1q}K_2)}{dt} + i_{S2q}R_S + \omega_e(i_{S2d}K_1 + i_{S1d}K_2 + K_R\psi_R). \end{aligned} \quad (6)$$

Выразим из этих уравнений производные токов в обмотках статора:

$$\begin{aligned} \frac{di_{S1d}}{dt} &= \frac{u_{S1d} - i_{S1d}R_S - K_2 \frac{di_{S2d}}{dt} - K_R \frac{d\psi_R}{dt} + \omega_e i_{S2q}K_2}{K_1} + \omega_e i_{S1q}; \\ \frac{di_{S2d}}{dt} &= \frac{u_{S2d} - i_{S2d}R_S - K_2 \frac{di_{S1d}}{dt} - K_R \frac{d\psi_R}{dt} + \omega_e i_{S1q}K_2}{K_1} + \omega_e i_{S2q}; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{di_{S1q}}{dt} = \frac{u_{S1q} - i_{S1q}R_s - K_2 \frac{di_{S2q}}{dt} - \omega_e i_{S2d} K_2 - \omega_e K_R \psi_R}{K_1} - \omega_e i_{S1d};$$

$$\frac{di_{S2q}}{dt} = \frac{u_{S2q} - i_{S2q}R_s - K_2 \frac{di_{S1q}}{dt} - \omega_e i_{S1d} K_2 - \omega_e K_R \psi_R}{K_1} - \omega_e i_{S2d}.$$

Подставив уравнение (3) уравнение обмотки ротора из (1) получим уравнение производной потокосцепления ротора

$$\frac{d\psi_{Rd}}{dt} = \frac{L_m i_{S1d} + L_m i_{S2d} - \psi_R}{T_R}. \quad (8)$$

Объединив уравнение напряжения обмотки ротора из (1) и уравнения (3) по

$$\omega_e = Z_P \omega_R + \Delta\omega = Z_P \omega_R + \frac{L_m}{T_R \psi_{Rd}} (i_{S1q} + i_{S2q}), \quad (10)$$

где Z_P – число пар полюсов; ω_R – угловая частота вращения ротора.

Электромагнитный вращающий момент двигателя определяется взаимодей-

$$M_e = Z_P K_R \frac{L_m}{T_R \psi_{Rd}} (i_{S1q} + i_{S2q}). \quad (11)$$

Уравнения (7), (8), (10) и (11) являются математической моделью электро-

Результаты

Для проверки применимости разработанной математической модели она была реализована в компьютерной среде схемотехнического моделирования REPEAT [9]. Внешний вид общей модели представлен на рис. 2. Дифференциальные уравнения математической модели описаны в блоке 7. Напряжения на обмотках статора создаются в блоке 10 путем сравнения модулирующих (UmA , UmB , UmC) и опорного ($Usaw$) сигналов, что соответствует работе автономного трехфазного инвертора напряжения с широтно-импульсной модуляцией. Блок «Усилитель» 80 используется для изменения опорного сигнала в подсистеме формирования напряжения для второй обмотки. Блок содержит одно из двух значений:

– «1» – в этом случае на обе подсистемы формирования напряжений подается одинаковый опорный сигнал, что приводит к одинаковому напряжению на обмотках статора;

оси q, можно найти уравнение угловой частоты скольжения

$$\Delta\omega = \frac{L_m}{T_R \psi_{Rd}} (i_{S1q} + i_{S2q}). \quad (9)$$

На основании уравнения (9) можно найти уравнение угловой частоты магнитного поля

ствием тока в обмотках статора и потокосцеплением ротора, и рассчитывается по формуле

магнитных процессов в асинхронном двигателе с двойной статорной обмоткой.

– «-1» – в этом случае на вторую подсистему формирования напряжения подается инверсный опорный сигнал. Это приводит к разнофазному характеру пульсаций тока в обмотках статора [6-8].

Полученные напряжения преобразуются в систему $d-q$ -координат с помощью типовых блоков «Преобразование Парка ($abc-dq0$)», после чего подаются на блок 7, содержащий описанную в настоящей статье математическую модель асинхронного двигателя. На выходе блока 7 формируются рассчитанные значения токов статора для двух обмоток в системе $d-q$ -координат, угловая частота магнитного поля и электромагнитный момент на валу.

Механическая часть асинхронного двигателя представлена в упрощенном виде – с помощью источника момента 5 и массы с трением 6. На вход блока 5 от блока 7 поступает рассчитанное значение электромагнитного момента на валу, а частота вращения массы 6 считывается с помощью датчика 8 и поступает в блок 7.

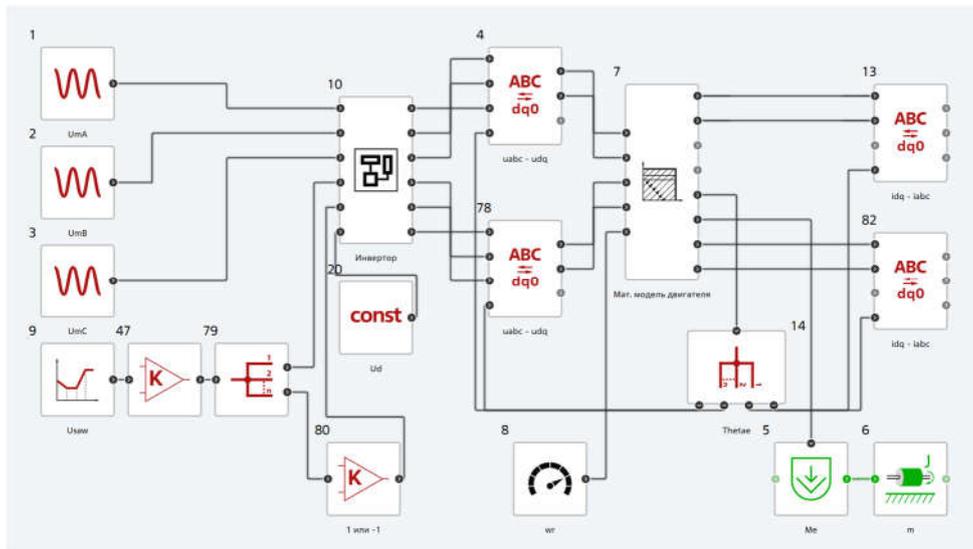


Рис. 2. Реализация системы в среде моделирования REPEAT для проверки разработанной математической модели асинхронного двигателя
 Fig. 2. Implementation of the system in the REPEAT simulation environment for testing the developed mathematical model of an induction motor

Сначала проверим работу модели при подаче на обмотки статора одинакового напряжения (блок 80 содержит значение «1»). Этот случай имитирует работу двигателя с одной статорной обмоткой и

позволяет оценить процессы, происходящие в нем. Результаты расчета разработанной математической модели представлены на рис. 3.

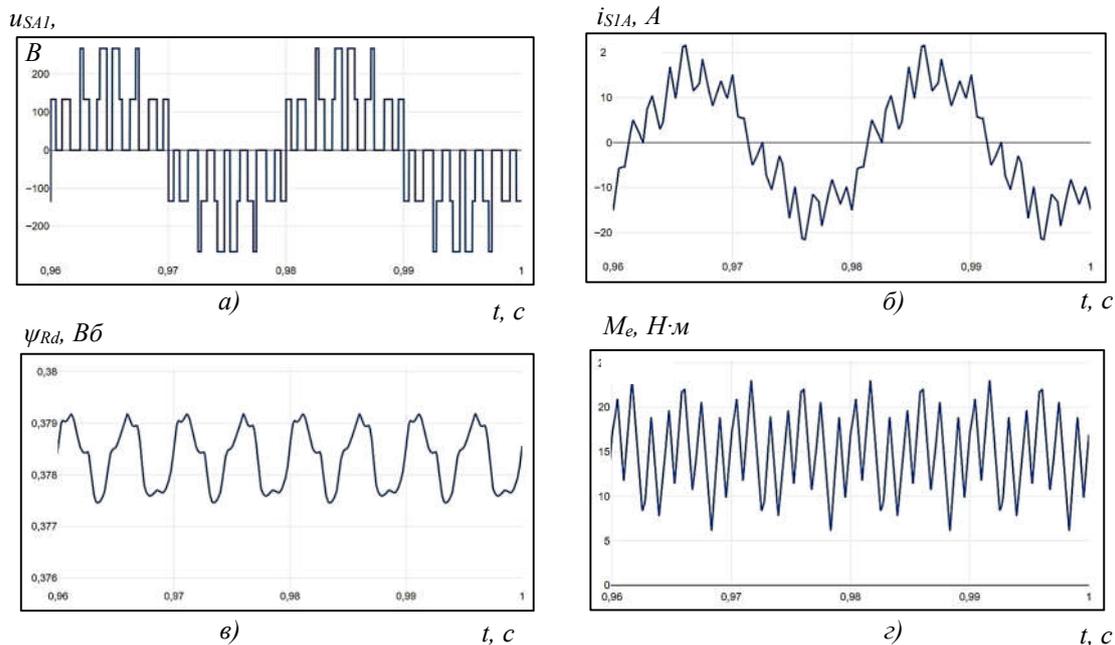


Рис. 3. Результат моделирования разработанной математической модели асинхронного двигателя при одинаковых опорных сигналах в подсистеме формирования напряжений статора: а – осциллограмма напряжения на первой фазе первой обмотки статора (u_{S1A}); б – осциллограмма тока в первой фазе первой обмотки статора (i_{S1A}); в – осциллограмма потокосцепления ротора (ψ_{Rd}); г – осциллограмма вращающего электромагнитного момента (M_e)

Fig. 3. The simulation result of the developed mathematical model of an induction motor with identical reference signals in the stator voltage generation subsystem: а – voltage oscillogram in the first phase of the first stator winding (u_{S1A}); б – current oscillogram in the first phase of the first stator winding (i_{S1A}); в – rotor flux linkage oscillogram (ψ_{Rd}); г – the rotating electromagnetic torque oscillogram (M_e)

Как видно из рис. 3, при питании асинхронного двигателя от инвертора напряжения, наблюдаются пульсации во всех представленных осциллограммах. Амплитуды этих пульсаций определяется параметрами двигателя и частотой опорного сигнала в си-стеме формирования напряжения.

Теперь проверим работу разработанной модели при разном напряжении на обмотках статора (блок 80 содержит значение «-1»). Напряжение

будет различаться тем, что при их формировании будут использоваться разные опорные сигналы: второй сигнал получается путем инверсии первого сигнала. Этот случай позволит оценить эффект компенсации пульсаций потокосцепления и вращающего электромагнитного момента в двигателе с двойной статорной обмоткой. Результаты расчета разработанной математической модели представлены на рис. 4.

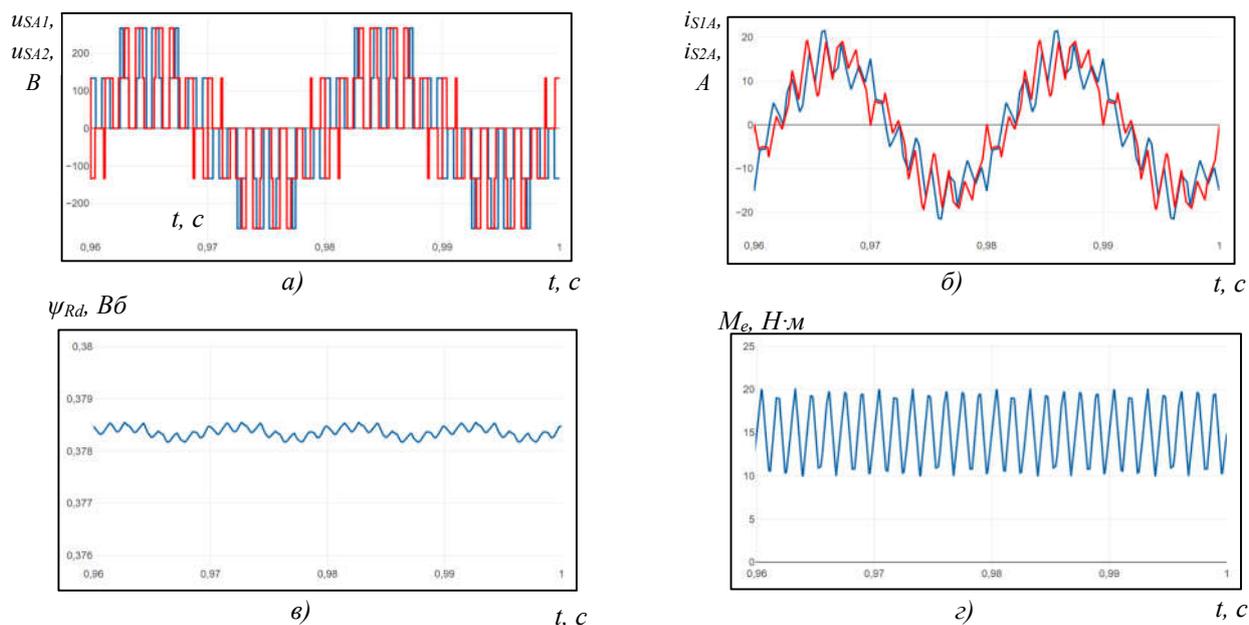


Рис. 4. Результат моделирования разработанной математической модели асинхронного двигателя при различных опорных сигналах в подсистеме формирования напряжений статора: а – осциллограмма напряжения на первых фазах первой и второй обмоток статора (u_{S1A} , u_{S2A}); б – осциллограмма тока в первых фазах первой и второй двух обмоток статора (i_{S1A} , i_{S2B}); в – осциллограмма потокосцепления ротора (ψ_{Rd}); г – осциллограмма вращающего электромагнитного момента (M_e)

Fig. 4. The simulation result of the developed mathematical model of an induction motor with different reference signals in the stator voltage generation subsystem: a – voltages oscillogram in the first phases of the first and second stator winding (u_{S1A} , u_{S2A}); b – currents oscillogram in the first phase of the first and second stator winding (i_{S1A} , i_{S2B}); c – rotor flux linkage oscillogram (ψ_{Rd}); d – the rotating electromagnetic torque oscillogram (M_e)

Как видно из рис. 4, изменение алгоритма формирования напряжения для второй обмотки приводит к снижению

пульсаций как в осциллограмме потокосцепления, так и в осциллограмме электромагнитного момента на валу.

Заключение

Разработана математическая модель асинхронного двигателя с двойной статорной обмоткой во вращающейся системе координат. Работоспособность модели была подтверждена путем её расчета в компьютерной среде схемотехнического моделирования. Кроме того, на разработанной модели исследовано влияние способа

формирования напряжения статора на параметры двигателя. Результаты моделирования показывают, что использование фазовой задержки в формировании опорного сигнала для второй статорной обмотки приводит к снижению пульсаций потокосцепления и вращающего момента на валу.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Калачёв Ю. Н. SimInTech: моделирование в электроприводе. М.: ДМК Пресс, 2019. 98 с. – ISBN 978-5-97060-766-4
2. Кулинич, Ю. М. Моделирование векторного управления асинхронным двигателем во вращающейся системе координат / Ю. М. Кулинич, Ю. С. Кабалык, В. К. Духовников // Транспорт Азиатско-Тихоокеанского региона. 2021. № 1(26). С. 3-8.
3. Моделирование векторного управления асинхронным двигателем во вращающейся системе координат / А. В. Каминский, С. В. Коваленко, А. В. Гуляев, С. А. Шухарев // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2021. № 3(71). С. 50-58. – DOI 10.26731/1813-9108.2021.3(71).50-58.
4. Моделирование векторного управления асинхронным приводом вспомогательных машин электроподвижного состава / Ю. М. Кулинич, С. А. Шухарев, В. К. Духовников, А. В. Гуляев // Вестник Научно-исследовательского института железнодорожного транспорта. 2022. Т. 81, № 1. С. 23-30. – DOI 10.21780/2223-9731-2022-81-1-23-30.
5. Доманов, В. И. Математическая модель асинхронного двигателя с фазным ротором в системе координат d-q / В. И. Доманов, Д. Г. Мурзаков,

Д. С. Халиуллов // Вопросы электротехнологии. 2021. № 3(32). С. 57-64.

6. Кабалык, Ю. С. Снижение пульсаций вращающего момента асинхронных двигателей при питании от инвертора напряжения / Ю. С. Кабалык // Вестник транспорта Поволжья. 2021. № 1(85). С. 7-12.
7. Кабалык, Ю. С. Исследование асинхронного электрического привода с пониженными пульсациями электромагнитного момента / Ю. С. Кабалык // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. 2021. № 4(84). С. 56-64. – DOI 10.46973/0201-727X2021456.
8. Kabalyk, Iu. A novel method to torque ripples reduction of induction motors with dual stator winding. Proceedings II International Scientific Conference on Advances in Science, Engineering and Digital Education (ASEDU-II-2021) : Conference Proceedings. AIP PUBLISHING, 2022; 60019. DOI 10.1063/5.0104713.
9. REPEAT : платформа модельно-ориентированной среды проектирования и математического моделирования : сайт. – Москва, АО "ИТЦ "ДЖЭТ", 2025. – URL: <https://repeatlab.ru> (дата обращения: 04.11.2025). – Текст : электронный.

REFERENCES

1. Kalachyov YuN. SimInTech: modeling in an electric drive. Moscow: DMK Press; 2019.
2. Kulnich YuM, Kabalyk YuS, Dukhovnikov VK. Modeling of vector control of induction motor in rotating coordinate system. Transport of the Asia-Pacific Region Scientific Journal. 2021;1(26):3-8.
3. Kaminsky AV, Kovalenko SV, Gulyaev AV, Shukharev SA. Modeling of vector control of induction motor in rotating coordinate system. Modern Technologies. System Analysis. Modeling. 2021;3(71):50-58. DOI 10.26731/1813-9108.2021.3(71).50-58.
4. Kulnich YuM, Shukharev SA, Dukhovnikov VK, Gulyaev AV. Modeling vector control of the asynchronous drive of electric rolling stock auxiliary machines. Russian Railway Science Journal. 2022;81(1):23-30. DOI 10.21780/2223-9731-2022-81-1-23-30.
5. Domanov VI, Murzakov DG, Khaliullov DS. Mathematical model of induction motor with a

phase rotor in d-q coordinate system. Journal of Electrotechnics. 2021;3(32):57-64.

6. Kabalyk YuS. Reduction of torque pulsations of induction motors when powered by a voltage inverter. / Yu.S. Kabalyk // Vestnik Transporta Povolzhya. 2021;1(85):7-12.
7. Kabalyk YuS. Study of induction electric drive with reduced pulsations of an electromagnetic moment. Vestnik RGUPS. 2021;4(84):56-64. DOI 10.46973/0201-727X2021456.
8. Kabalyk I. A novel method to torque ripples reduction of induction motors with dual stator winding. Proceedings of II International Scientific Conference on Advances in Science, Engineering and Digital Education (ASEDU-II-2021); AIP PUBLISHING; 2022. DOI 10.1063/5.0104713.
9. REPEAT [Internet]. Moscow: ITC "JET"; 2025 [cited 2025 Apr 11]. Available from: <https://repeatlab.ru>.

Информация об авторе:

Кабалык Юрий Сергеевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Транспорт железных дорог» Дальневосточного государственного университета путей сообщения; Scopus-Author ID 57192668627, Research- ID-Web of Science M-5776-2019, Author-ID-РИНЦ 541425, тел. 8 (4212) 407-076.

Kabalyk Yuri Sergeevich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Railway Transport at Far Eastern State Transport University; Scopus-Author ID 57192668627, Research- ID-Web of Science M-5776-2019, Author-ID-РИНЦ 541425, phone: 8 (4212) 407-076.

Статья опубликована в режиме Open Access.
Article published in Open Access mode.

Статья поступила в редакцию 03.12.2025; одобрена после рецензирования 21.12.2025; принята к публикации 27.01.2026. Рецензент – Петрешин Д.И., доктор технических наук, доцент Брянского государственного технического университета, член редсовета журнала «Транспортное машиностроение».

The article was submitted to the editorial office on 03.12.2025; approved after review on 21.12.2025; accepted for publication on 27.01.2026. The reviewer is Petreshin D.I., Doctor of Technical Sciences, Associate Professor at Bryansk State Technical University, member of the Editorial Council of the journal *Transport Engineering*.



***В Брянском государственном техническом университете в 2026 году
продолжается приём на новую специальность
23.05.03 – Подвижной состав железных дорог,
специализация «Технология производства и ремонта подвижного состава»***

Подготовка предусматривает освоения фундаментальных основ конструкции, технического обслуживания и ремонта подвижного состава железных дорог с применением предиктивной аналитики, систем искусственного интеллекта и работы с большими объемами данных. Обучение организовано в интересах крупнейших предприятий в области обслуживания и ремонта подвижного состава таких, как ООО «Локотех», ОАО «РЖД», ООО «Новая вагоноремонтная компания» и другие.

Начиная со второго курса обучения студентам предоставляется возможность оплачиваемой стажировки на структурных подразделениях компаний с целью приобретения практических навыков необходимых для освоения профессий технолога и инженера. В рамках освоения программы значительное внимание уделяется современным методам прогнозирования технического состояния подвижного состава, системам массового обслуживания и ремонта сложных технических систем, прогнозирования фактического состояния ответственных узлов подвижного состава и оценке рисков возникновения аварийных ситуаций.

Приобретённые по программе специалитета компетенции позволят обучающимся стать высококвалифицированными специалистами, которые смогут применить полученные знания и навыки на практике, участвуя в реализации стратегических проектов по развитию железнодорожной инфраструктуры страны.