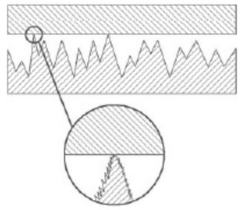


Наукоёмкие технологии в машиностроении. 2025. № 12 (174). С. 35-45.
Science intensive technologies in mechanical engineering. 2025. № 12 (174). P. 35-45.

Научная статья
УДК [621.7 + 621.9]/539.6
doi: 10.30987/2223-4608-2025-12-35-45

Моделирование контактного взаимодействия и изнашивания поверхностей трения

Анатолий Григорьевич Суслов[1], д.т.н.
Виктор Петрович Тихомиров[2], д.т.н.
Михаил Геннадьевич Шалыгин[3], д.т.н.
Михаил Александрович Измеров[4], д.т.н.
Анна Павловна Ващишина[5], к.т.н.
[1, 2, 3, 4, 5] *Брянский государственный технический университет, Брянск, Россия*
[1] naukatm@yandex.ru, https ://orcid.org/0000-0003-2566-2759
[2] dm-bgtu@yandex.ru, https ://orcid.org/0000-0002-7269-8175
[3] migshalygin@yandex.ru, https ://orcid.org/0000-0002-8102-9918
[4] m.izmerov@yandex.ru, https ://orcid.org/0000-0003-4170-6184
[5] vashhi.anya@yandex.ru, https ://orcid.org/0000-0002-1930-3912

Аннотация. *В статье предложены математические модели, разработанные в Брянском государственном техническом университете. Модель контактного взаимодействия слабонагруженных поверхностей, базирующаяся на основе фрактальной теории А. Маджумдара. Модель учитывает упруго-пластический контакт шероховатых поверхностей и уточняет теорию контактного взаимодействия Герца для малых нагрузок. Модель изнашивания наногеометрии (субшероховатости) поверхностей трения, базирующаяся на молекулярно-механической теории трения и усталостной теории изнашивания И.В. Крагельского. Модель описывает молекулярное изнашивание нанонеровностей, основанное на силах Лондона и механическое изнашивание нанонеровностей на основе наногеометрии фактической площади контакта. Модель изнашивания поверхностей трения при ударной нагрузке и наличии пластичного смазочного материала, базирующаяся на усталостной теории изнашивания И.В. Крагельского. Модель описывает контактное взаимодействие поверхностей трения при единичной ударной нагрузке при наличии пластичного смазочного материала, разделяющего поверхности в начальный момент трения. Данная модель справедлива при значительных скоростях относительного скольжения поверхностей трения. Рассмотрены условия перехода от одной модели к другой для слабонагруженного стыка шероховатых поверхностей с учетом их фрактальных особенностей. Показаны сходимости моделей с результатами экспериментальных данных. Приведены условия выделения диффузионно-активного водорода из смазочного материала в процессе трения и его влияние на скорость изнашивания. Описана методика прогнозирования ресурса работоспособного состояния узла трения на основе полученных закономерностей скорости изнашивания с учетом наличия смазочного материала.*

Ключевые слова: моделирование, трение, изнашивание, контактное взаимодействие, качество поверхности

Для цитирования: Суслов А.Г., Тихомиров В.П., Шалыгин М.Г., Измеров М.А., Ващишина А.П. Моделирование контактного взаимодействия и изнашивания поверхностей трения // Наукоёмкие технологии в машиностроении. 2025. № 12 (174). С. 35–45. doi: 10.30987/2223-4608-2025-12-35-45

Contact interaction modeling and analog computation of slide surfaces wear

Anatoly G. Suslov[1], D. Eng.
Viktor P. Tikhomirov[2], D. Eng.
Mikhail G. Shalygin[3], D. Eng.
Mikhail A. Izmerov[4], D. Eng.
Anna P. Vashchishina [5], PhD. Eng.
[1, 2, 3, 4, 5] *Bryansk State Technical University, Bryansk, Russia*
[1] naukatm@yandex.ru
[2] dm-bgtu@yandex.ru
[3] migshalygin@yandex.ru
[4] m.izmerov@yandex.ru
[5] vashhi.anya@yandex.ru

Abstract. *The article offers mathematical models developed at Bryansk State Technical University. There is a model of contact interaction for low-load surfaces based on A. Majumdar's fractal theory. The model takes into account the elastic-plastic contact of rough surfaces and clarifies the Hertz theory of contact interaction for low loads. There is a wear model of nanogeometry (sub-roughness) of friction surfaces based on I.V. Kragelsky's molecular mechanical theory of friction and fatigue theory of wear. The model describes the molecular wear of nanoirreguliarities based on London forces and the mechanical wear of nanoirreguliarities based on the nanogeometry of the actual contact area. There is a model of the slide surface wear under shock load and the presence of a plastic lubricant, based on the fatigue theory of I.V. Kragelsky. The model describes the contact interaction of slide surfaces under a single impact load in the presence of a plastic lubricant separating the surfaces at the initial moment of friction. This model is valid for significant slipage speeds of slide surfaces. The conditions of transition from one model to another for a underloaded joint of rough surfaces are viewed, taking into account their fractal features. The convergence of the models with the results of experimental data is shown. The conditions for the release of diffusionally active hydrogen from a lubricant during friction and its effect on the wear rate are given. A prediction technique for the service life of a friction unit based on the obtained wear rate patterns, taking into account the presence of a lubricant, is described.*

Keywords: modeling, friction, wear, contact interaction, surface quality

For citation: Suslov A.G., Tikhomirov V.P., Shalygin M.G., Izmerov M.A., Vaschishina A.P. Contact interaction modeling and analog computation of slide surfaces wear / Science intensive technology in mechanical engineering. 2025. № 12 (174). P. 35–45. doi: 10.30987/2223-4608-2025-12-35-45

Введение

При решении трибологических задач необходимо знать параметры контактного взаимодействия сопряжённых поверхностей с учетом наличия макро-отклонений, волнистости и шероховатости [1]. Исследования показали, что при больших нагрузках пластические и упругие деформации микронеровностей приближают фактический контакт к номинальному, что снижает влияние шероховатости при расчётах и позволяет с достаточной степенью точности выполнять расчёты с помощью существующих методик и зависимостей. Для малых нагрузок влияние шероховатости возрастает, и применение современных методов расчёта при этих условиях приводит к значительным ошибкам. При использовании смазочного материала контакт микронеровностей носит локальный характер. Моделирование контактного взаимодействия и изнашивания поверхностей трения призвано способствовать развитию триботехнологии [2].

В настоящей статье приведены теоретические модели, разработанные в Брянском государственном техническом университете.

Результаты и обсуждение

Предлагается трёхмерная многоуровневая модель межконтактного зазора (рис. 1) и программные средства ее реализации.

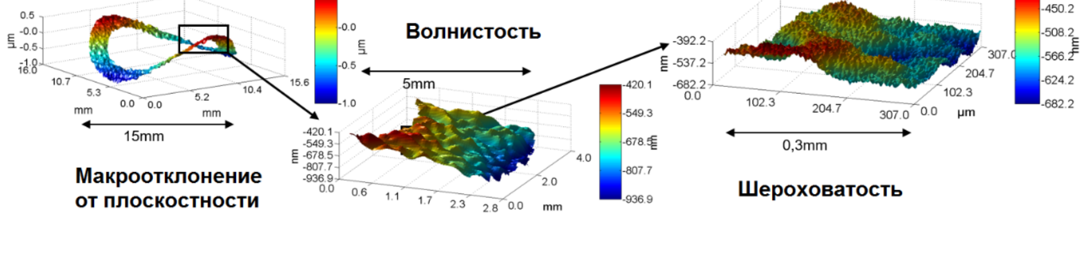
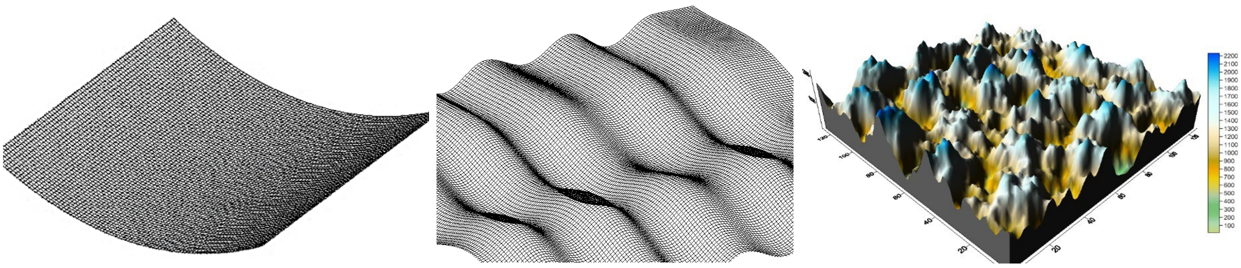


Рис. 1. Многоуровневая модель межконтактного зазора

Fig. 1. Multilevel model of the contact gap

В зависимости от необходимой степени точности при решении конкретной задачи модель предусматривает соответствующее число уровней. На первом уровне для получения контурных пятен контакта создается трехмерную поверхность, имеющую макро-отклонения. Эта задача решается искривлением, перекосом или изгибом исходной плоской трёхмерной карты поверхности (рис. 2, *а*).



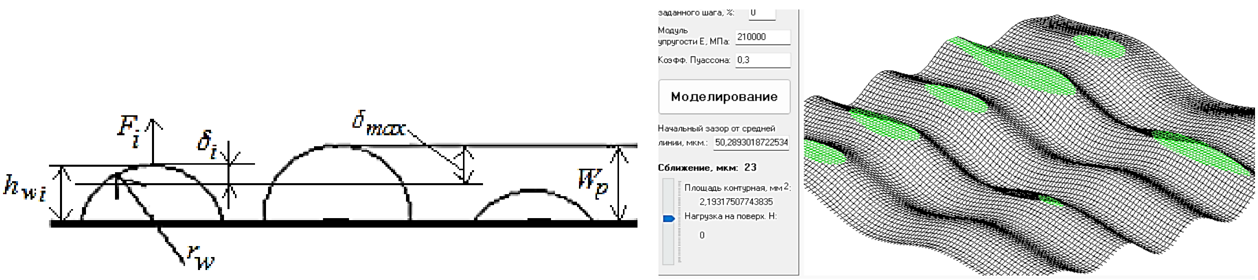
а) *б)* *в)*

Рис. 2. Модели инженерных поверхностей:
а – моделирование макроотклонений; *б* – волнистость; *в* – шероховатость

Fig. 2. Models of engineering surfaces:
a – modeling of macro deviations; *b* – undulation; *c* – roughness

На втором уровне учитывается волнистость поверхности (рис. 2, *б*), основой которой являются сплайны с заданными параметрами во взаимно-перпендикулярном направлении в полярных или ортогональных координатах. На третьем уровне воспроизводится шероховатость по заданным параметрам с помощью функции Вейерштрасса-Мандельброта или алгоритма Фосса [3, 4]. Такой способ позволяет воспроизвести шероховатость модели максимально точно. Следует сказать, что проверка адекватности моделей с реальными поверхностями по четырём разным критериям (равенство спектральной плотности выступов, фрактальной размерности, а также полученного на основе анализа размерностей, критерия подобия π и сравнения опорной кривой поверхностей) показало высокую адекватность моделей с погрешностью в районе 15 %.

Одни из самых точных результатов даёт имитационная модель контактного взаимодействия волнистых поверхностей [5]. Полагаем, что функциональные и триботехнические параметры трибосистемы будут определяться контурными площадками, которых, в зависимости от заданных параметров, будет n_w. Для оценки упругой деформации волн для плоской задачи в первом приближении представим волнистую поверхность в виде набора цилиндров одинакового радиуса r_w, расположенных с β-распределением по высоте (рис. 3, *а*).



а) *б)*

Рис. 3. Модель волнистой поверхности:
а – плоская задача; *б* – 3D-контакт

Fig. 3. Model of a wavy surface:
a – flat problem; *b* – 3D-contact

Зададим нагрузку F (согласно исходным данным), приходящуюся на n_w смоделированных волн. Определим начальное сближение δ_{max} волн по Герцу для цилиндрической аналогии, считая, что имеем только одну волну:

$$\delta = \frac{F}{L}(\lambda_1 + \lambda_2)\left\{\ln\left[\frac{L^3}{4(\lambda_1+\lambda_2)F\cdot r_w}\right] + 2{,}38629\right\}, \quad (1)$$

где L – длина линии контакта; $\lambda_i = (1-\mu_i^2)/(\pi E_i)$; где μ – коэффициент Пуассона; E – модуль упругости; r_w – радиус волны; F – нагрузка, приходящаяся на волну, которая подверглась деформации до сближения δ.

При сближении δ_{max} деформация i-ой волны, согласно (рис. 3, *а*), будет

$$\delta_i = h_{wi} - \left(W_p - \delta_{max}\right). \quad (2)$$

Оценить воспринимаемую нагрузку для каждого i-го контурного пятна по представленной формуле можно методом дихотомии (половинного деления): нужно менять в большую или меньшую сторону величину сближения, пока сумма реакций ΣF_i, приходящихся на n_w волн, не станет равной внешней заданной нагрузке F в пределах заданной степени точности [ε]: $\frac{F-\sum_{i=1}^{\le n_w} F_i}{F} \le [\varepsilon]$. Для трёхмерного случая (рис. 3, *б*) задача решается аналогично с учётом реальных площадей пятен контакта. Для учёта микрогеометрии поверхностей (при малых нагрузках) применяются фрактальные модели шероховатости, и для их практического применения А. Маджумдар установил связь между фрактальными параметрами (рис. 4) и основными статистическими показателями качества инженерных поверхностей в виде:

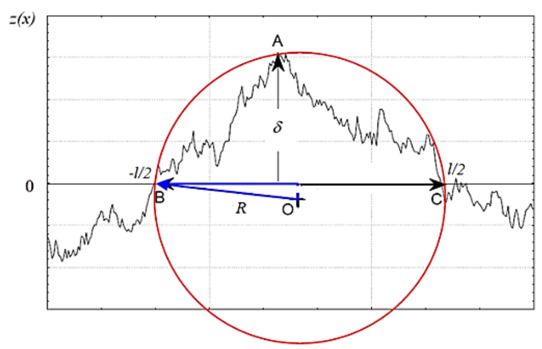


Рис. 4. Связь фрактального микро-выступа со сферическим

Fig. 4. The relationship of a fractal micro-projection with a spherical one

Главной особенностью фрактальной модели является то, что она на более высоком уровне учитывает особенности микрогеометрии поверхности, а именно – влияние отдельных, относительно острых микровыступов, расположенных по контуру профиля, как на рис. 4. Это влияние заключается в том, что при первичном контакте сначала преимущественно пластически деформируются относительно острые пики микровыступов из-за больших контактных давлений. Увеличение сближения и расплющивание выступов увеличивает фактическую площадь и снижает контактные давления, из-за чего взаимодействие переходит в преимущественно упругий контакт, который хорошо описывается существующими моделями.

Для определения области применения классических моделей и предлагаемой фрактальной, предположим, что существует некоторое сближение поверхностей, для которого обе модели дают одинаковое решение. До этого сближения адекватной будет фрактальная модель, а после – классические модели на основе решения Герца. Подстановка в предыдущую формулу площади пятна контакта по Герцу позволило найти критическую площадь, соответствующую переходу из пластического состояния в упругое:

$$a_c = \left[\frac{\pi^3}{2{,}4(H/E^*)^2}\right]^{\frac{1}{D_p-1}} G^2 \quad (3)$$

Здесь H – твёрдость поверхности, E^* – приведенный модуль упругости.

На основании распределения Корчака и предположения о степенной функции распределения пятен контакта была разработана методика определения функции распределения путём моделирования контактного взаимодействия трёхмерных поверхностей с подсчётом площадей (рис. 5, *а*). Функция распределения пятен контакта выглядит как $f(a^*) = (a^*)^{1-\alpha}$, где α – искомый показатель функции распределения, соответствующий микрогеометрии сопряжённых поверхностей, определяемый моделированием.

С учётом критерия перехода пятна контакта из упругого состояния в пластическое и связи фрактальных параметров со статистическими, можно найти нагрузку на единичное пятно контакта как: для пластического контакта: $F_p^0 = Ha,\ a \le a_c$; для упругого контакта:

$$F^0{}_e = \frac{16}{3} E\pi^{(1/2)} G^{(D-2)} (ln\gamma)^{\frac{1}{2}} a^{(4-D)/2}, \qquad a > a_c$$

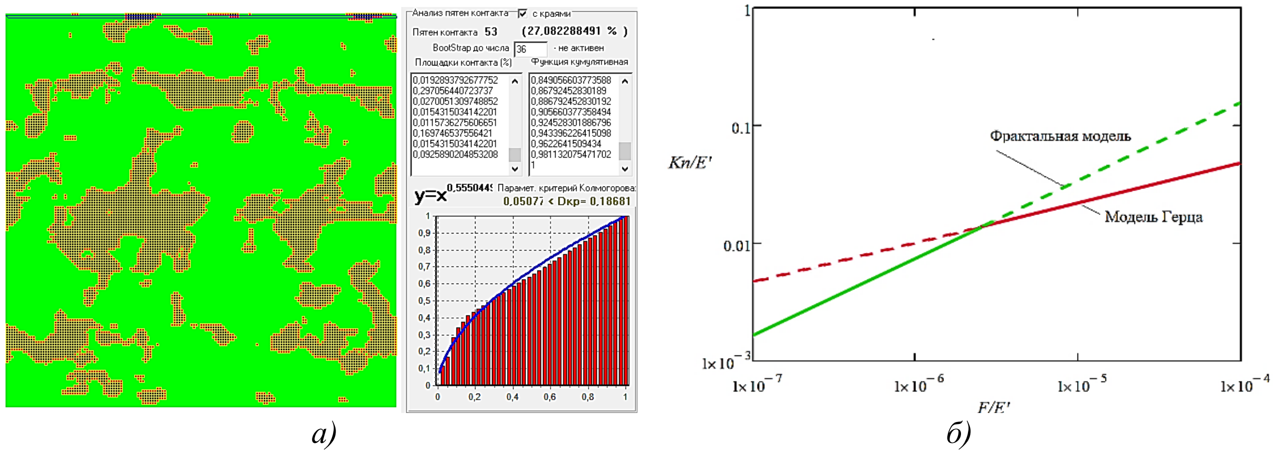


Рис. 5. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей:
а – оценка функции распределения пятен контакта; *б* – область применения моделей

Fig. 5. Contact interaction of rough surfaces:
a – estimation of the distribution function of contact spots; *b* – the scope of the models

Для множественного контакта необходимо провести имитационное моделирование контактного взаимодействия небольшого участка шероховатых поверхностей или их моделей с оценкой параметров контактирования (рис. 6).

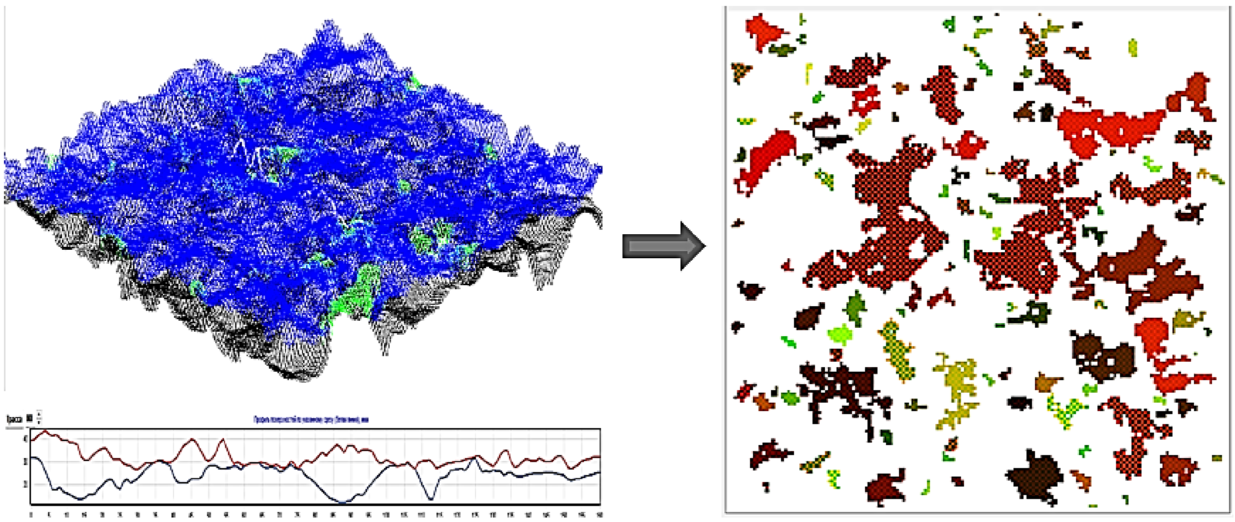


Рис. 6. Моделирование контактного взаимодействия поверхностей

Fig. 6. Modeling of contact interaction of surfaces

Для каждой величины сближения вклад в нагрузочную способность стыка будут вносить пятна, находящиеся как в упругом, так и в пластическом состоянии, и по мере сближения их соотношение будет меняться. Сравнение зависимости контактного давления от сближения для реальных образцов (эксперимент) и их фрактальных моделей относительно грубых (Ra = 1,2 мкм) и гладких (Ra = 0,4 мкм) образцов представлено на рис. 7.

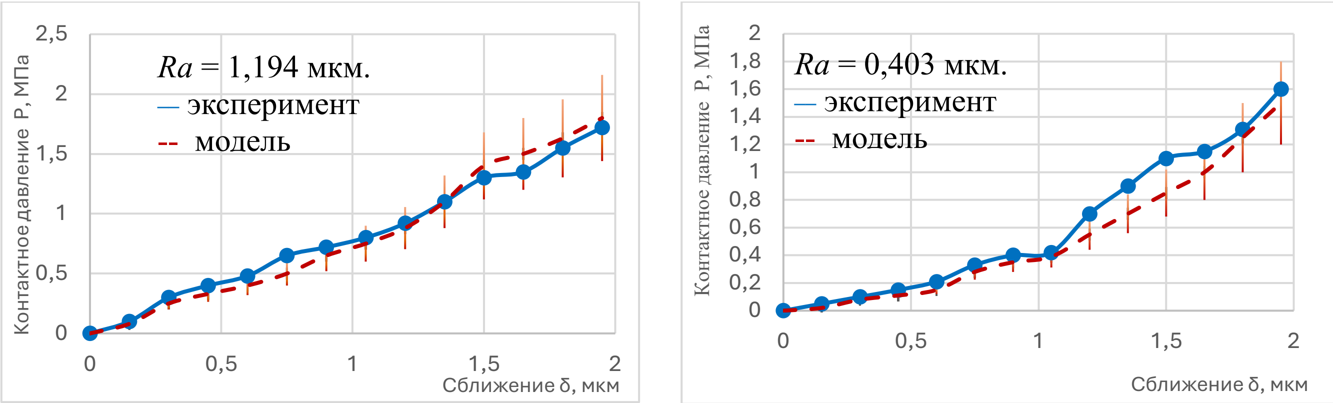


Рис. 7. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей

Fig. 7. Contact interaction of rough surfaces

На основе системы управления Microsoft SQL Server была создана база данных микрогеометрии реальных поверхностей и их моделей, которая позволяет хранить трёхмерные карты поверхностей вместе с их физико-механическими характеристиками и по запросу выводить информацию, удовлетворяющую заданным условиям. Используя предложенную теорию контактного взаимодействия, представляется возможным прогнозировать площади фактического контакта, деформации и износ поверхностей трения.

Развитие исследований в области трибологии и средств профилирования поверхностей деталей высокого разрешения позволяет при обеспечении износостойкости учесть микронеровности в нанометровом диапазоне (субшероховатость), сформировавшиеся в процессе приработки на фактических площадках контакта [6]. Введение национального стандарта ГОСТ Р ИСО 25178-2-2014 позволило использовать зондовые методы измерения топографии поверхности.

Как показывают результаты экспериментальных исследований поверхностей трения на износ в период приработки целесообразно использовать модель изнашивания, основанную на геометрии шероховатости поверхности, тогда как в период установившегося износа необходимо учитывать субшероховатость поверхности (рис. 8) [7].

Принимая, что износ контактирующих пиков субшероховатости обусловлен усталостными свойствами, механический удельный износ определяется как сумма удельных износов при пластической и упругой деформациях и их срезе

$$u_{\text{с}} = \frac{V_{\text{деф.пл}} + V_{\text{деф.упр}} + V_{\text{деф.ср}}}{A_r L}, \qquad (4)$$

где $V_{\text{деф.пл}}$, $V_{\text{деф.упр}}$, $V_{\text{деф.ср}}$ – объем деформируемого материала субшероховатости при пластическом, упругом контакте и срезе; A_r – площадь фактического контакта.

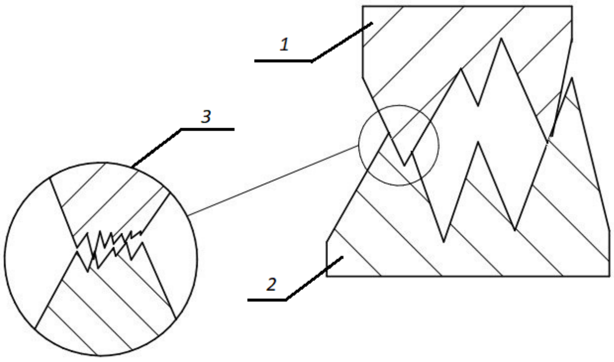


Рис. 8. Схема контактирования субшероховатости поверхности в процессе трения:
1 – тело; *2* – контртело; *3* – контакт пиков нанонеровностей

Fig. 8. The scheme of surface roughness contact during the friction process.:
1 – the body; *2* – the counterbody; *3* – the contact of the peaks of nanometers

Объем деформируемого материала при упругом, пластическом контакте или срезе определяется как сумма объемов деформируемых пиков на число циклов до разрушения, тогда как суммарный объем деформируемых пиков определяется как объем единичного деформируемого пика $V_{деф.в.}$ на число взаимодействующих пиков $n_{вз}$:

$$V_{деф} = n_ц \sum V_{деф.в} = n_ц \left(V_{ф.пл} n_{вз.пл} + V_{ф.упр} n_{вз.упр} + V_{ф.ср} n_{вз.ср} \right). \quad (5)$$

Исходя из предположения, что вершина пика субшероховатости стремится к сферической форме, объем фактически деформируемого материала можно смоделировать частью эллипсоида вращения, который деформируется под действием контртела на основе общего выражения

$$V_ф = \pi \Phi_{деф} \frac{abh_{вн}^2}{4Rp^2} \left(2Rp - \frac{h_{вн}}{3} \right). \quad (5)$$

где a, b – параметры эллипсоида вращения, определяющие фактическую площадь контакта; $\Phi_{деф}$ – параметр, зависящий от типа деформации: $\Phi_{пл} = (\tau_{сдв}/\sigma_{вр})$; $\Phi_{упр} = (\sigma_н/\sigma_{вр})$; $\Phi_{ср} = 1{,}0$.

Число взаимодействий выступов субшероховатости поверхности с контртелом определяется как отношение среднего числа зерен на поверхности детали $\chi_{ср}$ и относительного сближения ε трущихся поверхностей, которое можно определить из предложенной модели контактного взаимодействия. Как показали исследования связи субшероховатости поверхности и размеров зерен материала [1], наибольший пик субшероховатости не будет превышать наибольшего размера зерна $R_{max} < l_{д.кр.}$, тогда число взаимодействий субшероховатости поверхности с контртелом можно определить по выражению $n_{вз} = \chi_{ср} l_{д.кр} h_{вн}^{-1}$, при этом глубину внедрения $h_{вн}$. можно описать предложенной моделью контактного взаимодействия.

В процессе приработки в местах действия локальных контактных пластических и упругих деформаций будет разрушаться окисная пленка и образовываться ювенильный контакт трущихся поверхностей. Учитывая относительно малые геометрические размеры субшероховатости, очевидно, что субшероховатость наряду с механической составляющей изнашивания будет подвержена молекулярному износу, обусловленному схватыванием поверхностей при трении. Молекулярный износ осуществим в случае, когда энергия взаимодействия молекул контртела $E_{вз.к}$ больше энергии адгезионного взаимодействия $E_а$ и энергии взаимодействия молекул тела $E_{вз.т}$, т.е. $E_{вз.к} > E_а > E_{вз.т}$. Приведенное неравенство по своей сути является необходимым условием осуществления молекулярного износа тела или контртела. Проведя простейшие преобразования неравенства, получим следующий параметр

$$A = \frac{E_а - E_{вз.т}}{E_{вз.к}}. \quad (6)$$

При значениях параметра $A \leq 0$ будет осуществляться молекулярный износ контртела, при $A > 0$ – молекулярный износ тела. В некоторых случаях, при условии $E_а > E_{вз.т}$ и, одновременно, $E_а > E_{вз.к}$ возможен как износ тела, так и контртела. На границе двух фаз находятся некомпенсированные связи, которые направлены в сторону менее плотной среды. Эти связи испытывают избыточное силовое воздействие со стороны частиц твердого тела, которое стремится «втянуть» частицы поверхностного слоя внутрь более плотной среды.

Молекулярная составляющая удельного износа субшероховатости определяется как объем адгезионных «вырывов» на фактической площади контакта за путь трения. Молекулярное изнашивание стальных поверхностей напрямую будет зависеть от числа дефектов, размеров и формы зерен, типа решетки. Тогда

$$s_с = \frac{k_{реш} V_{а.т.}}{A_r L}, \quad (7)$$

где $V_{а.т.}$ – объем, отделяемый при молекулярном износе; $k_{реш}$ – коэффициент, учитывающий процентное соотношение структуры рассматриваемого типа в изнашиваемом материале.

Если молекулярный изнашивание субшероховатости происходит близко к границе зерна или месту скопления дислокаций, тогда определение параметра $V_{а.т.}$ представляет трудно решаемую задачу. Общая величина молекулярного износа, в жизненном цикле изделия, напрямую зависит от числа циклов взаимодействий поверхностей $n_{ц.а.}$. Представляет интерес его определение при единичном контакте поверхностей ($n_{ц.а.} = 1$). Пластическая деформация способствует возникновению молекулярного изнашивания. При пластических деформациях дислокации перемещаются к краю зерна, следовательно, в начальный момент трения молекулярное изнашивание будет больше, чем при установившемся режиме. Атомы кристаллических решеток сопряженных поверхностей, расположенные близко к зоне пластических деформаций и образовавшие молекулярную связь, приведут к увеличению отделяемого объема V_1 в процессе изнашивания. Возможны случаи, когда неровности трущихся поверхностей оказываются на некотором расстоянии друг от друга, однако достаточном, чтобы между ними образовалась межмолекулярная связь и при этом на некотором удалении от зоны фактического контакта. В таком случае также произойдет увеличение отделяемого объема V_2 при износе. В этом случае, объем отделяемый при молекулярном износе, можно определить с учетом формы и характеристик кристаллической решетки, а также из физико-механических свойств зерен материала и параметров субшероховатости.

Энергия единицы связи определяется из энергии активации адгезии E_H и расстояния, на котором взаимодействие молекул стремится к нулю $z_о$. Число связей, приходящихся на единицу площади контакта, если за единицу площади принять единичную молекулу, образовавшую связь, определяется как отношение числа некомпенсированных связей молекулы, образовавших адгезионную связь на число некомпенсированных связей адгезива и субстрата. Тогда энергия адгезионного взаимодействия, с учетом сил Лондона, определяется по формуле

$$E_а = \frac{A_H w^2}{z_о^2 w_1 w_2}, \tag{8}$$

где A_H – константа Гамакера; $w_{1,2}$ – число некомпенсированных связей тела и контртела; w – число некомпенсированных связей молекулы, образовавших адгезионную связь; $z_о$ – компенсированное расстояние, на котором энергия взаимодействия равна нулю.

Адгезионное взаимодействие осуществимо, когда свободная молекулярная связь активирована, поэтому в выражении (8) константа Гамакера по своей сути характеризует энергию активации адгезии $A_H = E_H$. Число некомпенсированных связей у единичной молекулы, находящейся на границе раздела фаз, определяется исходя из кристаллической решетки твердого тела. Компенсированное расстояние $z_о$ в реальных условиях является постоянно изменяющейся функцией, зависящей от частоты собственных колебаний молекул и других факторов. Энергию взаимодействия единичной молекулы внутри твердого тела можно описать потенциалом Букиннгема или потенциалом Штокмайера.

С учетом рассмотренной картины молекулярно-механического изнашивания субшероховатости поверхностей трения – интенсивность изнашивания субшероховатости поверхности, а именно его усталостная $u_с$ и адгезионная $s_с$ составляющие, определенные через удельный износ

$$I_h = \frac{(u_с + s_с)\left(\frac{A_r}{A_a}\right)}{\rho}, \tag{9}$$

где ρ – плотность материала; A_a – номинальная площадь (здесь под номинальной площадью понимается площадь контакта единичного выступа шероховатости).

Экспериментальные исследования показали, что полученные теоретические модели износа субшероховатости адекватны для процесса установившегося изнашивания и неадекватны для процесса приработки. При наличии смазочного материала наногеометрия будет играть незначительную роль в процессе изнашивания.

Моделирование изнашивания при граничной смазке

На практике в узлах трения используется смазочный материал для уменьшения коэффициента трения и уменьшения износа сопряженных поверхностей. В некоторых случаях слой смазочного материала не полностью разделяет поверхности оставляя контакт между выступами микронеровностей (рис. 9).

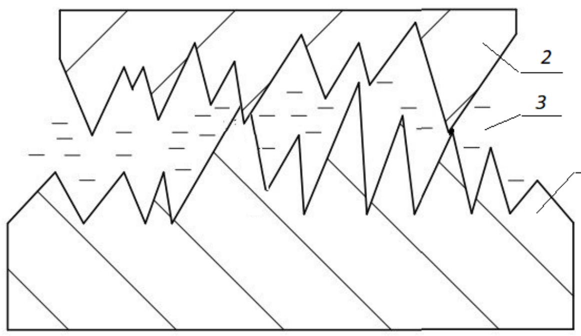


Рис. 9. Схема контактирования шероховатой поверхности при наличии смазочного материала:
1 – тело; *2* – контртело; *3* – слой смазочного материала

Fig. 9. Scheme of contacting a rough surface in the presence of a lubricant:
1 – body; *2* – counterbody; *3* – layer of lubricant

Рассмотрим изнашивание гребня бандажа локомотива при контактировании с гребнем рельса при вхождение подвижного состава в криволинейный участок пути [8]. Моделирование скорости изнашивания можно осуществить на основе теории подобия. К определяющим факторам отнесём P − давление гребня на рельс (максимальное) в криволинейном участке пути; KC − ударная вязкость более мягкого материала (бандажа); характеристики смазочного материала: η − динамическая вязкость; τ − напряжение сдвига в пластичном смазочном материале; условия протекания процесса изнашивания: L − путь трения; V − объём, отделяемый в процессе изнашивания; υ − скорость изнашивания.

Для определения числа независимых решений воспользуемся π-теоремой Букингема. Наличие трёх тел в зоне контакта при рассмотрении факторов, оказывающих влияние на скорость изнашивания, позволил получить критериальное уравнение. Так как ранг матрицы равен 3, тогда число независимых решений, то есть критериев подобия, s = 4:

$$\pi = \varphi(\pi_1\pi_2\pi_3\pi_4). \qquad (10)$$

Достоверность влияния на износ различных факторов устанавливалась методами регрессионного анализа. Критерий значимости отдельных коэффициентов представляет собой проверку значения переменных. С учетом всех критериев получено линейное уравнение регрессии:

$$I=185,366+0,243H_2-22,297\mu+24,796f_{тр}+232905,486I_{H2}, \qquad (11)$$

где H_2 – выделение водорода в процессе трения; μ – вязкость, Па·с; $f_{тр}$ − коэффициент трения; I_{H2} – интенсивность выделения водорода.

Значение F свидетельствует о значимости регрессионной модели. Значение коэффициента детерминации R^2 подтверждает, что величина износа обусловлена вариацией исследуемых переменных. Полученные результаты свидетельствуют о том, что износ зависит главным образом от вязкости смазочного материала, и интенсивности выделения водорода и гораздо меньше от выделения диффузионно-активного водорода, коэффициента трения и температуры в зоне трения.

Полученная по теореме Букингема система уравнений имеет единственное решение если определитель матрицы не равен нулю det ≠ 0, который можно найти, используя минор матрицы. Критерий π_1 определили по анализу размерностей:

$$\pi_1 = \frac{P\tau V}{L\eta KC\upsilon}. \qquad (12)$$

Из выражения (12) видно, что отношение величины объёма изношенного материала V на путь трения L это объёмная интенсивность изнашивания $I_v=V/L$. Отношение давления к ударной вязкости K_c характеризует способность материала разрушаться при ударных нагрузках. Критерии подобия имеют нулевую размерность, с учетом этого имеем выражение: $\pi_1(\upsilon) = 1$; $\frac{P\tau V}{L\eta KC\upsilon} = 1$, откуда с учетом критериев π_2, π_3, π_4 поучим скорость изнашивания $\upsilon = P\tau V L^{-1}\eta^{-1}KC^{-1}f(\pi_2)f(\pi_3)f(\pi_4)$.

В рассматриваемой системе критерий π_2 должен характеризовать процесс трения, тогда $f(\pi_2) = f_{тр}$. Критерий π_3 запишем как характеристику активности водорода в зоне трения: $f(\pi_3) = I_{H2}$. Критерий π_4 характеризует отклик системы (под откликом понимается изменение системы в процессе трения) и может быть определен эмпирически. Тогда скорость изнашивания гребня бандажа колеса локомотива:

$$\upsilon = f_{\text{тр}} \frac{P\tau V}{L\eta KC} I_{\text{H2}} f(\pi_4). \qquad (13)$$

Используя эмпирические значения, можно провести расчет по выражению (13). По результатам лабораторных испытаний на износ пары трения гребень-рельс получено значение скорости изнашивания для смазочного материала Пума $\upsilon_{\text{эксп}} = 3 \cdot 10^{-7}$ м/с. Время испытаний 10 мин на пути трения L = 94,2 м, давление в зоне контакта находили исходя из теории Герца. Площадь контакта можно определить по модели предложенной модели контактного взаимодействия.

Интенсивность выделения диффузионно-активного водорода определяли по методики и выражению, представленному в работе [9]. Объем изношенного материала определим как фактор свойств материала $V = dm \cdot \rho^{-1}$. Где dm − изменение массы частиц износа; ρ – плотность материала г/см^3. Анализируя результаты теоретических расчётов и экспериментальных исследований, было получено значение критерия $\pi_4 = 10^{-9}$. Тогда

$$\upsilon = f_{\text{тр}} \frac{P\tau V}{L\eta KC} I_{\text{H2}} * 10^{-9}. \qquad (14)$$

Сопоставление расчетной модели и результатов стендовых испытаний для смазочного материала Пума представлено на рис. 10.

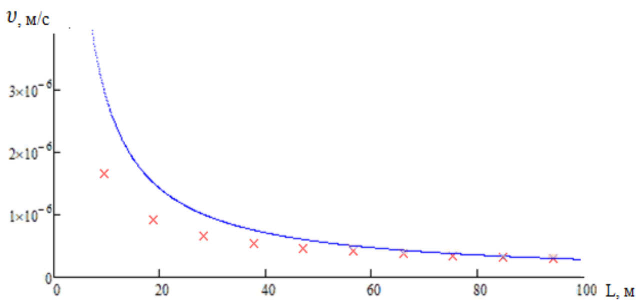


Рис. 10. Значения скорости изнашивания полученное по модели в сравнении с результатами экспериментальных исследований

Fig. 10. Values of the wear rate obtained by the model in comparison with the results of experimental studies

Приведенная на рис. 10 зависимость скорости изнашивания гребня железнодорожного колеса показала эффективность применения теории подобия при исследовании процесса износа твердых тел с учетом множества факторов, характеризующих свойства самих твердых тел и применяемого смазочного материала.

Выводы

1. Предложены модели шероховатой поверхности, соответствующие разным уровням контактного взаимодействия.
2. Рассмотрены условия перехода от одной модели к другой для слабонагруженного стыка шероховатых поверхностей с учетом их фрактальных особенностей.
3. Разработана модель изнашивания твердых тел на уровне субшероховатости и физико-механических свойств поверхности и смазочного материала.
4. Приведена методика прогнозирования ресурса работоспособного состояния узла трения на основе полученных закономерностей скорости изнашивания с учетом наличия смазочного материала.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. **Фундаментальные основы** технологического обеспечения и повышения надежности изделий машиностроения / под ред. А.Г. Суслова. М.: Инновационное машиностроение, 2022. 552 с.
2. **Суслов А.Г., Горленко А.О., Шалыгин М.Г., Шохиён А.Н.** Научные основы создания наукоемких триботехнологий // Наукоёмкие технологии в машиностроении. 2025. №. 6. С. 2−10. DOI: https://doi.org/10.30987/2223-4608-2025-5-3-10
3. **Zhao Y., Yang C., Cai L., Shi W., Hong, Y.** Stiffness and Damping Model of Bolted Joints with Uneven Surface Contact Pressure Distribution. Strojniški vestnik. Journal of Mechanical Engineering, 62 (11), Pp. 665−677. doi:http://dx.doi.org/10.5545/sv-jme.2016.3410
4. **Majumdar A. Bhushan B.** «Role of fractal geometry in roughness characterization and contact mechanics of surfaces» Trans. ASME: J. Tribology. Pp. 205-216.
5. **Тихомиров В.П., Шалыгин М.Г., Измеров М.А., Крутов А.В.** Фрактальная размерность дискретного контакта // Наукоёмкие технологии в машиностроении. 2024. №. 1. С. 41−48. DOI: https://doi.org/10.30987/2223-4608-2024-41-48
6. **Суслов А.Г** К вопросу трения и изнашивания

деталей машин // Трение и износ.1990. № 5. С. 801−807.

7. **Shalygin M.G., Vashchishina A.P.** Mathematical modeling of the wear rate of the friction pair of a locomotive wheel-rail. Journal of Friction and Wear-2023. T. 44, № 5. P. 279−285.

8. **Шалыгин М.Г., Ващишина А.П.** Прогнозирование межремонтного пробега колесной пары на основании модели изнашивания гребня бандажа локомотива // Вестник машиностроения. 2025. Т. 104, № 4. С. 267−269. DOI 10.36652/0042-4633-2025-104-4-267-269.

9. **Хрусталев Ю.А., Ляхов Б.Ф., Балабанов В.И., Мамыкин С.М.** Наводороживание поверхности качения колесной пары // Вестник машиностроения. 1997. № 11. С. 23−26.

REFERENCES

1. Fundamental basics of technological provision, and reliability improvement of the machine building items / ed. by A.G. Suslov. Moscow: Innovative engineering. 2022. 552 p.

2. Suslov A.G., Gorlenko A.O., Shalygin M.G., Shohien A.N. Scientific foundations of the creation of high-tech tribotechnologies // Science-intensive technologies in mechanical engineering. 2025, no. 6. pp. 2−10. DOI: https://doi.org/10.30987/2223-4608-2025-5-3-10

3. Zhao Y., Yang C., Cai L., Shi W., Hong, Y. Stiffness and Damping Model of Bolted Joints with Uneven Surface Contact Pressure Distribution. Strojniški vestnik. Journal of Mechanical Engineering, 62 (11). Pp. 665−677. doi:http://dx.doi.org/10.5545/sv-jme.2016.3410

4. Majumdar A. Bhushan B. «Role of fractal geometry in roughness characterization and contact mechanics of surfaces» Trans. ASME: J. Tribology. Pp. 205−216.

5. Tikhomirov V.P., Shalygin M.G., Izmerov M.A., Krutov A.V. Fractal dimension of discrete contact // Science-intensive technologies in mechanical engineering. 2024. no. 1. pp. 41−48. DOI: https://doi.org/10.30987/2223-4608-2024-41-48

6. Suslov A.G. Wear and friction problems in machine elements // Friction and wear. 1990. no. 5. pp. 801−807.

7. Shalygin M.G., Vashchishina A.P. Mathematical modeling of the wear rate of the friction pair of a locomotive wheel-rail. Journal of Friction and Wear-2023. T. 44, № 5. P. 279−285.

8. Shalygin M.G., Vashchishina A.P. Forecasting of the inter-repair mileage of a wheel pair based on a model of wear of the locomotive wheel flange // Bulletin of Mechanical Engineering. 2025. vol. 104. no. 4. pp. 267−269. DOI 10.36652/0042-4633-2025-104-4-267-269.

9. Khrustalev Yu.A., Lyakhov B.F., Balabanov V.I., Mamykin S.M. Hydrogen charging of the rolling surface of a wheel set // Vestnik Mashinostroeniya, 1997. no. 11. pp. 23–26.

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.
Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article.
The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 06.07.2025; одобрена после рецензирования 30.06.2025; принята к публикации 30.07.2025

The article was submitted 06.07.2025; approved after reviewing 30.06.2025; assepted for publication 30.07.2025