

Научная статья

Статья в открытом доступе

УДК 681.5

doi: 10.30987/2658-6436-2025-3-38-44

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СИНТЕЗА ИЗДЕЛИЙ ИЗ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПРОВОЛОКИ МЕТОДОМ *FDM*

Дмитрий Иванович Петрешин<sup>1</sup>, Никита Олегович Кузнецов<sup>2✉</sup>

<sup>1,2</sup> Брянский государственный технический университет, г. Брянск, Россия

<sup>1</sup> dipetreshin@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0001-9472-2167>

<sup>2</sup> Kyznikole97@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0004-0971-9369>

**Аннотация.** Рассматривается создание математической модели процесса синтеза изделий из металлической проволоки методом *FDM*. Вычисляется энергия, необходимая для фазового перехода от твердой проволоки к жидкому расплаву материала. С некоторыми допущениями используется уравнение Навье-Стокса для несжимаемой жидкости для вычисления средней скорости течения расплавленного материала, что позволяет определить общее время, требуемое на формирование капли материала. Вычисляется скорость перемещения сопла подающей головки и скорость подачи проволоки в рабочую зону для получения дорожки материала близкой к идеальной. Расчет изменения скорости перемещения сопла подающей головки и скорость подачи проволоки в рабочую зону для нивелирования дефектов печати, таких как провалы и наплывы материала.

**Ключевые слова:** моделирование, управление, математическая модель, плавление металла, скорость подачи проволоки, скорость перемещения сопла, синтеза деталей методом *FDM*

**Для цитирования:** Петрешин Д.И., Кузнецов Н.О. Моделирование процесса синтеза изделий из металлической проволоки методом *FDM* // Автоматизация и моделирование в проектировании и управлении. 2025. №3 (29). С. 38-44. doi: 10.30987/2658-6436-2025-3-38-44.

Original article

Open Access Article

## MODELLING THE SYNTHESIS PROCESS OF METAL WIRE PRODUCTS USING THE *FDM* METHOD

Dmitry I. Petreshin<sup>1</sup>, Nikita O. Kuznetsov<sup>2✉</sup>

<sup>1,2</sup> Bryansk State Technical University, Bryansk, Russia

<sup>1</sup> dipetreshin@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0001-9472-2167>

<sup>2</sup> Kyznikole97@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0004-0971-9369>

**Abstract.** The paper considers creating a mathematical model for the synthesis process of metal wire products using the *FDM* method; calculates the energy required for the phase transition from solid wire to liquid material. The authors use with certain assumptions the Navier-Stokes equation for incompressible fluid to calculate the average flow velocity of the molten material, which allows determining the total time required to form a material droplet. The paper calculates the movement speed of the feed head nozzle and wire feed rate into the working zone to obtain a material track close to ideal; the change in the movement speed of the feed head nozzle and wire feed rate into the working zone to mitigate printing defects such as material gaps and overhangs.

**Keywords:** modelling, control, mathematical model, metal melting, wire feed rate, nozzle movement speed, *FDM* synthesis of parts

**For citation:** Petreshin D.I., Kuznetsov N.O. Modelling the Synthesis Process of Metal Wire Products Using the *FDM* Method. Automation and modeling in design and management, 2025, no. 3 (29). pp. 38-44. doi: 10.30987/2658-6436-2025-3-38-44.

## Введение

В настоящее время существуют несколько методов позволяющих контролировать точность синтеза деталей, такие как ситуационное управление качеством изготавливаемых изделий [1], нейросетевое управления процессом электродугового послойного формирования [2].

Использование методов, позволяющих контролировать качество синтезируемых деталей часто требует применения большого количества дополнительных устройств и сложных алгоритмов обработки информации и принятия решений.

Одним из альтернативных методов управления качеством синтезируемых изделий является контроль за высотой наплавляемого слоя материала и соответствующая корректировка управляющих воздействия для компенсации обнаруженных дефектов. Такая система обнаруживает разницу в высоте слоя между *CAD*-файлом и синтезируемым изделием. При обнаружении расхождений корректируется скорость подачи материала или скорость перемещения подающей головки, что приводит к изменению объема наплавленного в единицу времени материала.

### Разработка математической модели процесса синтеза металлических изделий из проволоки

Процесс синтеза деталей методом *FDM* заключается в подаче металлической проволоки в рабочую зону, где проволока расплавляется лазерным лучом (рис. 1, а), в результате чего образуется капля расплавленного материала (рис. 1, б), подающая головка смещается и цикл повторяется.

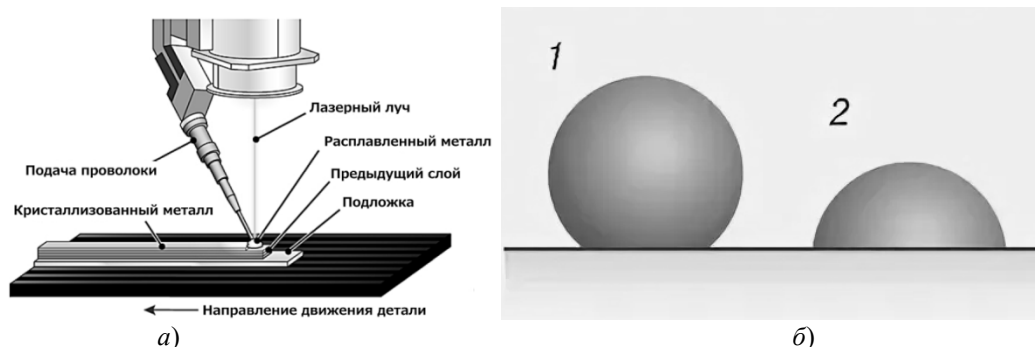


Рис. 1. Схематическое изображение процесса:  
а – синтез детали из металлической проволоки; б – формирования капли металла.

Fig. 1. Schematic representation of the process:  
a – synthesis of a part from metal wire; b – formation of a drop of metal.

В первом приближении, энергию, которую необходимо сообщить телу для изменения его агрегатного состояния из твердого в жидкое можно разделить на следующие составляющие [3, 4]:

– энергия для нагрева твердого тела до температуры плавления, определяется как произведение удельной теплоемкости  $c$ ,  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$  на массу нагреваемого тела  $m$ , кг на величину изменения температуры тела  $\Delta t$ ,  $^\circ\text{C}$ :

$$Q = cm\Delta t, \quad (1)$$

где  $\Delta t = t_2 - t_1$  – изменение температуры тела,  $^\circ\text{C}$ .

– энергия, необходимая для фазового перехода от твердого к жидкому состоянию (теплота плавления):

$$Q = \lambda m, \quad (2)$$

где  $\lambda$  – удельная теплота плавления,  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ .

В результате получаем следующую формулу:

$$Q = cm\Delta t + \lambda m. \quad (3)$$

Определяем массу тела, которая будет расплавлена в единицу времени:

$$m = \rho V = \rho \pi \frac{d^2}{4} h, \quad (4)$$

где  $\rho$  – плотность тела, г/см<sup>3</sup>;  $d$  – диаметр, см;  $h$  – высота, см.

– энергия, необходимая для плавления, поступает с некоторой мощностью  $P$ . Время плавления ( $t_{\text{плавления}}$ ) может быть выражено как отношение энергии к мощности источника тепла:

$$t_{\text{плавления}} = \frac{Q}{P} = \frac{cm\Delta t + \lambda m}{P}, \quad (5)$$

где  $P$  – мощность теплового источника, нагревающего тело, Вт.

Для дальнейших вычислений рассмотрим плоскость, наклоненную к горизонту под углом  $\theta$ , °. По плоскости под действием силы тяжести течет жидкость с толщиной слоя  $h$ . Для нахождения скорости течения жидкости воспользуемся уравнением Навье-Стокса для несжимаемой жидкости:

$$\rho \left( \frac{dv}{dt} + v \cdot \nabla v \right) = -\nabla P + \mu \nabla^2 v + f, \quad (6)$$

где  $v$  – вектор скорости, м/с;  $\nabla P$  – градиент давления, Па/м;  $\mu$  – вязкость жидкости, Па\*с;  $f$  – внешние силы (сила тяжести).

Принимаем следующие допущения:

Слой жидкости тонкий, поэтому градиент давления отсутствует ( $\nabla P = 0$ ), с учетом симметрии и несжимаемости жидкости  $v_x = v_y = 0$ .

Получаем уравнение:

$$\mu \frac{d^2 v}{dy^2} + \rho \cdot g \cdot \sin \theta = 0, \quad (7)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

Откуда выводим уравнение средней скорости течения жидкости:

$$v_{\text{ср}} = \frac{\rho \cdot g \cdot h^2 \cdot \sin \theta}{3\mu}. \quad (8)$$

Таким образом, приблизительное время стекания расплавленного материала на расстояние  $L$ , см под углом 90° к горизонту можно вычислить по формуле:

$$t_{\text{стекания}} = \frac{3\mu L}{\rho \cdot g \cdot h^2 \cdot \sin \theta}. \quad (9)$$

Тогда общее время, требуемое на формирование капли:

$$t_{\text{общее}} = t_{\text{стекания}} + t_{\text{плавления}}. \quad (10)$$

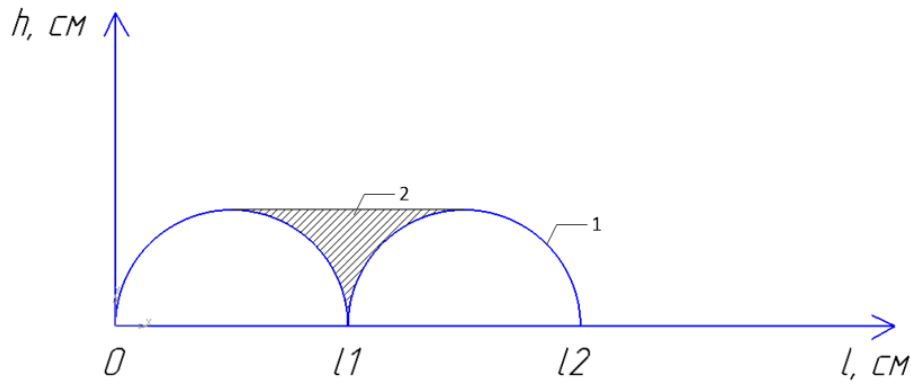
Стоит отметить, что данная математическая модель не учитывает свойства подложки, на которую будет наноситься расплав, что в свою очередь делает невозможным учет эффекта смачивания. А также для упрощения вычислений было принято, что телу сообщается энергии не больше, чем требуется для поддержания его в состоянии расплава [5, 6].

Зная время, за которое проволока расплавится до состояния формирования дорожки и зная длину проволоки  $L$ , которая может быть расплавлена в единицу времени можно найти скорость, с которой необходимо подавать проволоку для ее непрерывного плавления:

$$v_{\text{подачи}} = \frac{L}{t_{\text{общее}}}. \quad (11)$$

Необходимо найти скорость перемещения сопла, при которой синтезируемая дорожка будет приближена к идеальной.

Для этого необходимо разделить процесс синтеза дорожки на равные временные участки [7 – 9], где каждый временной участок равен  $t_{\text{общее}}$ . По прошествии времени  $t_{\text{общее}}$  будет сформирована капля расплавленного материала длины  $l$ , как указано на рис. 2.



**Рис. 2. Идеальная дорожка материала:**

1 – капля материала; 2 – недостающий объем материала

**Fig. 2. Ideal material path:**

1 – drop of material; 2 – missing volume of material

Объем, получившийся капли (без учета потери объема при испарении металла):

$$V_k = \pi \frac{d^2}{4} h. \quad (12)$$

Радиус капли (принимается допущение, что капля принимает форму полусферы):

$$R = \sqrt[3]{\frac{2V_k}{4\pi}}. \quad (13)$$

Недостающий объем материала (на рис. 2 заштрихованная область):

$$V_{\pi} = \pi R^3 - V_k. \quad (14)$$

Недостающий объем  $V_{\pi}$  будет заполняться по мере уменьшения расстояния между центрами капель расплава. Из интегрального уравнения объема тела вращения необходимо найти пределы ограничивающие кривую, объем которой, при вращении ее вокруг оси абсцисс даст объем равный объему  $2V_{\pi}$ .

$$\int_a^b \pi(\sqrt{r^2 - (x-r)^2})^2 dx, \quad (15)$$

где  $r$  – радиус тела вращения, см;  $a$  – нижний предел интегрирования, см;  $b$  – верхний предел интегрирования, см.

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a). \quad (16)$$

$$F(b) = \pi b r^2 - \frac{\pi(b-r)^3}{3}. \quad (17)$$

$$F(a) = \pi a r^2 - \frac{\pi(a-r)^3}{3}. \quad (18)$$

Результат решения интегрального уравнения:

$$V = \frac{(3\pi b^2 - 3\pi a^2)r - \pi b^3 - \pi a^3}{3}. \quad (19)$$

$$\pi a^3 - 3\pi a^3 R + (-\pi b^3 + 3\pi b^2 R - 3V) = 0. \quad (20)$$

Верхний предел интегрирования  $b$  известен и равен  $2R$  – необходимо найти нижний предел интегрирования  $a$ :

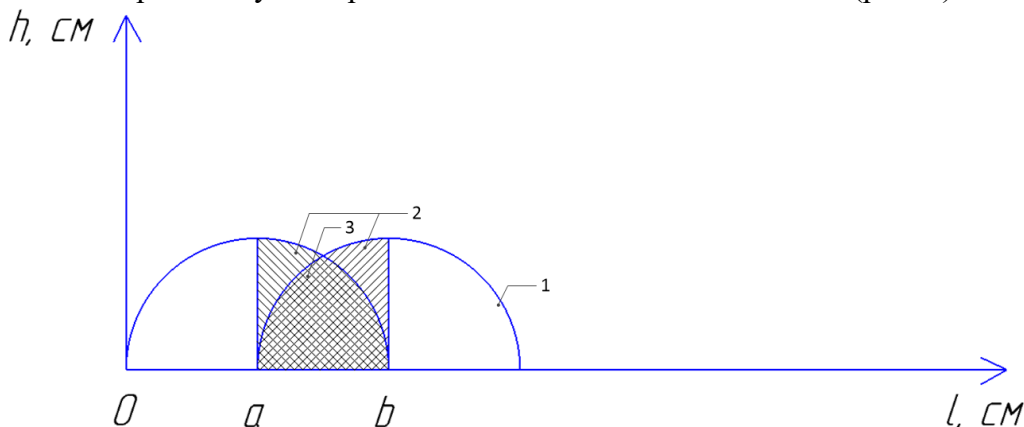
$$a = R - \frac{3R^2}{\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}\right) \sqrt[3]{\frac{27(-\pi b^3 + 3\pi b^2 R - 3V)}{2\pi} - 27R^3} + \sqrt{\frac{-2916R^6 + \left(\frac{27(-\pi b^3 + 3\pi b^2 R - 3V)}{\pi} - 54R^3\right)^2}{2}}}$$

$$\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}\right)^3 \sqrt{\frac{27(-\pi b^3 + 3\pi b^2 R - 3V)}{2\pi} - 27R^3} + \sqrt{\frac{-2916R^6 + \left(\frac{27(-\pi b^3 + 3\pi b^2 R - 3V)}{\pi} - 54R^3\right)^2}{2}} \quad (21)$$

После нахождения верхнего предела интегрирования скорость перемещения головки:

$$v_{\text{перемещ}} = \frac{a}{t_{\text{общее}}}. \quad (22)$$

Как видно из рис. 3 из-за того, что капли имеют сферическую форму, их сближении на рассчитанное расстояние приведет к выдавливанию недостаточного для заполнения пустоты объема материала. Следовательно, необходимо ввести поправочный коэффициент, обеспечивающий приемлемую скорость синтеза изделия и их качество (рис. 4).

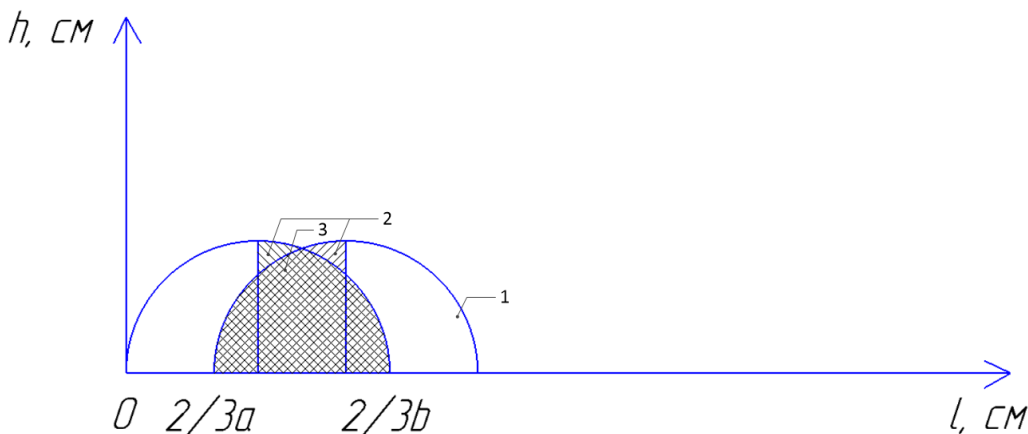


**Рис. 3. Визуализация результата вычислений:**

1 – капля материала; 2 – расчетный объем материала для выдавливания; 3 – выдавливаемый объем материала

**Fig. 3. Visualization of calculation results:**

1 – is a drop of material; 2 – is the calculated volume of the material to be extruded; 3 – is the volume of the material to be extruded



**Рис. 4. Визуализация результата вычислений с поправкой:**

1 – капля материала; 2 – расчетный объем материала для выдавливания; 3 – выдавливаемый объем материала с учетом поправки

**Fig. 4. Visualization of the calculation result with correction:**

1 – is a drop of material; 2 – is the calculated volume of the material to be extruded; 3 – the volume of material being squeezed out, taking into account the correction

Используя полученные формулы, можно произвести расчет поправочного коэффициента скорости перемещения сопла или подачи проволоки, для компенсации дефектов синтеза изделий. Для этого в равные интервалы времени измеряем высоту наплавленного слоя материала и при определении расхождении между заданной высотой слоя и измеренными данными производится корректировка скорости подачи проволоки или скорости перемещения сопла, что позволит исправлять дефекты нивелируя их влияние на последующие слои [10].

Опираясь на разработанную математическую модель, было вычислено изменение

скорости перемещения сопла и подачи проволоки для корректировки провала и выпуклого дефекта для процесса синтеза изделия со следующими параметрами: материал алюминий, диаметр проволоки 3 мм.

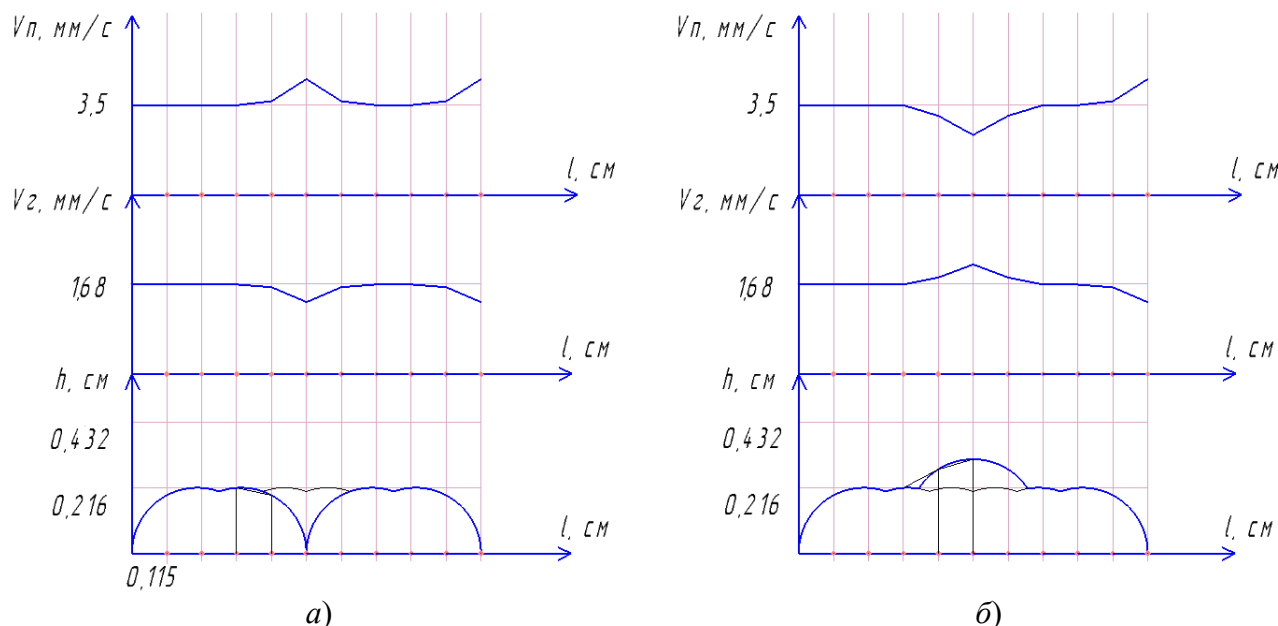


Рис. 5. Графики изменения скорости подачи проволоки и перемещения сопла:

а – для корректировки провала; б – для корректировки выпуклого дефекта

Fig. 5. Graphs of changes in wire feed speed and nozzle movement:

a – to correct a dip; b – to correct a convex defect

Таблица 1

Изменение скорости подачи проволоки и перемещения сопла для корректировки провала

Table 1

Changing wire feed speed and nozzle movement to correct dip

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$V_{п}, \text{мм/с}$	3,50	3,50	3,50	3,65	4,53	3,65	3,50	3,50	3,65	4,53
$V_{г}, \text{мм/с}$	1,68	1,68	1,68	1,63	1,34	1,63	1,68	1,68	1,63	1,34
$h, \text{мм}$	2,16	2,16	2,16	1,91	0	1,91	2,16	2,16	1,91	0

Таблица 2

Изменение скорости подачи проволоки и перемещения сопла для корректировки выпуклого дефекта

Table 2

Changing wire feed speed and nozzle movement to correct a convex defect

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$V_{п}, \text{мм/с}$	3,50	3,50	3,50	3,08	2,34	3,08	3,50	3,50	3,65	4,53
$V_{г}, \text{мм/с}$	1,68	1,68	1,68	1,81	2,05	1,81	1,68	1,68	1,63	1,34
$h, \text{мм}$	2,16	2,16	2,16	2,76	3,09	2,76	2,16	2,16	1,91	0

## Заключение

Принимая описанные в статье допущения, разработанная математическая модель позволяет моделировать процесс синтеза изделий из металлической проволоки методом *FDM*. Результаты приведенные на рис. 5, табл. 1 и табл. 2 показывают, что математическая модель может быть использована для вычисления скорости подачи проволоки и скорости перемещения сопла, изменяя которые можно нивелировать различные дефекты печати и добиться повышения качества синтезируемых деталей.

## Список источников:

1. Колесников А.А. Ситуационное управление обеспечением качества изготовления изделий по аддитивной технологии// Образовательные ресурсы и технологии. – 2017. – Т. 21, № 4. – С. 84-92.

## References:

1. Kolesnikov A.A. Situational Control of Ensuring the Quality of Manufacturing Products by Additive Technology. Educational Resources and Technologies. 2017;21(4):84-92.

2. Паршин С.Г., Майстро А.С., Переверзев А.Е. Цифровая технология и оборудование для аддитивного производства объемных изделий из цветных сплавов на основе нейросетевого управления процессом электродугового послойного формирования // IV Международная конференция «Аддитивные технологии: настоящее и будущее. – 2018. – С. 285-298.

3. Гаврилин И.В., Плавление и кристаллизация металлов и сплавов / Гаврилин И.В. – Владимир: Владим. гос. ун-т, 2000 – 260 с.

4. Александров Д.В., Зубарев А.Ю., Исакова Л.Ю. Введение в гидродинамику: [учеб. пособие]. – Екатеринбург: Изд-во университета Урал, 2012 – 112 с.

5. Краснова Е.В., Саушкин Б.П. Аддитивное формообразование изделий из металлов и сплавов пучком электронов. Селективное плавление (часть 1) // Аддитивные технологии. – 2021. – № 1. – С. 30-41.

6. Краснова Е.В., Саушкин Б.П. Аддитивное формообразование изделий из металлов и сплавов пучком электронов. прямая подача энергии и материала в зону плавления (часть 2) // Аддитивные технологии. – 2021. – № 2. – С. 30-43.

7. Краснова Е.В., Саушкин Б.П. Гибридные технологии и оборудование // «Аддитивные технологии». – 2021. – № 4. – С. 48-58.

8. Евтодьева М.Г. Аддитивное производство и дополненная реальность как новые производственные технологии в авиационной отрасли // Вестник МГИМО. – 2020. – №13 (5). – С. 307-330.

9. Система планирования и подготовки аддитивного производства / В.Г. Засканов [и др.] // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2018. – Т. 20. – № 6. – С.14-23.

10. Аналитическое исследование. Рынок технологий 3D-печати в России и мире. Группа «Деловой профиль» | MGI Worldwide. 2020. 15 с.

2. Parshin SG, Maistro AS, Pereverzev AE. Digital Technology and Equipment for Additive Manufacturing of Volumetric Products from Non-Ferrous Alloys Based on Neural Network Control by the Process of Electric Arc Layer-by-Layer Formation. In: Proceedings of the 4th International Conference on Additive Technologies: Present and Future: 2018. p. 285-298.

3. Gavrilin I.V. Melting and Crystallization of Metals and Alloys. Vladimir: Vladimir State University; 2000.

4. Alexandrov D.V., Zubarev A.Yu., Isakova L.Yu. Introduction to Hydrodynamics. Yekaterinburg: Ural University Press; 2012.

5. Krasnova E.V., Saushkin B.P. Additive Electron Beam Shaping of Metal and Alloy Products. Selective Melting. Part 1. Additive Technologies. 2021;(1):30-41.

6. Krasnova E.V., Saushkin B.P. Additive Electron Beam Shaping of Metal and Alloy Products. Direct Energy and Material Supply to the Melting Zone. Part 2. Additive Technologies. 2021;(2):30-43.

7. Krasnova E.V., Saushkin B.P. Hybrid Technologies and Equipment. Additive Technologies. 2021;(4):48-58.

8. Evtodieva M.G. Additive Manufacturing and Augmented Reality as New Production Technologies in the Aviation Industry. MGIMO Review of International Relations. 2020;13(5):307-330.

9. Zaskanov VG, et al. Planning System of Additive Manufacturing. Izvestia of the Samara Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences. 2018;20(6):14-23.

10. Analytical Study. Market of 3D Printing Technologies in Russia and Abroad. Delovoy Profil Group | MGI Worldwide; 2020.

### Информация об авторах:

#### Петрешин Дмитрий Иванович

доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Автоматизированные технологические системы» Брянского государственного технического университета, ORCID 0000-0001-9472-2167, Scopus ID: 36024438700, AuthorID: 175163

#### Кузнецов Никита Олегович

аспирант кафедры «Автоматизированные технологические системы» Брянского государственного технического университета, ORCID 0009-0004-0971-9369

### Information about the authors:

#### Petreshin Dmitry Ivanovich

Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor at the Department of Automated Technological Systems of Bryansk State Technical University, ORCID: 0000-0001-9472-2167, Scopus ID: 36024438700, AuthorID: 175163

#### Kuznetsov Nikita Olegovich

Postgraduate student at the Department of Automated Technological Systems of Bryansk State Technical University, ORCID: 0009-0004-0971-9369

**Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.**

**Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article.**

**Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.**

**The authors declare no conflicts of interests.**

**Статья поступила в редакцию 07.07.2025; одобрена после рецензирования 28.07.2025; принята к публикации 13.08.2025.**

**The article was submitted 07.07.2025; approved after reviewing 28.07.2025; accepted for publication 13.08.2025.**

**Рецензент** – Пугачев А.А., доктор технических наук, доцент, Брянский государственный технический университет.

**Reviewer** – Pugachev A.A., Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Bryansk State Technical University.