Транспортное машиностроение. 2025. № 5(41). С. 4-14. ISSN 2782-5957 (print)
Transport Engineering. 2025. no. 5(41). P. 4-14. ISSN 2782-5957 (print)

Машиностроение
Mechanical engineering

Научная статья
Статья в открытом доступе
УДК 621.7
doi: 10.30987/2782-5957-2025-5-4-14

АНАЛИЗ НАДЁЖНОСТИ СИСТЕМЫ СТАНКА ПРИ МЕЛКОРАЗМЕРНОМ РЕЗЬБОНАРЕЗАНИИ В ГЛУХИХ ОТВЕРСТИЯХ

Наталия Юрьевна Мирзоян[1]✉, Александр Олегович Харченко[2], Михаил Вадимович Заморёнов[3]
[1,2,3] Севастопольский государственный университет, Севастополь, Россия
[1] nataly2997@mail.ru, https://orcid.org/0009-0008-5927-8580
[2] aokharchenko@mail.sevsu.ru, https://orcid.org/0000-0003-1704-9380
[3] zamoryonoff@gmail.com, https://orcid.org/ 0000-0002-6804-0063

Аннотация

Проводится анализ надежности системы станка при мелкоразмерном резьбонарезании в глухих глубоких отверстиях. В его основе лежат конструкция, кинематика и принцип действия многооперационного центра модели *MAXXmill* 630. Описана маркоская система для оценки надежности станка, на основе которой найдены узлы, оказывающие большое влияние на его надежность. Разработана аналитическая марковская модель, где на основе анализа графа состояний выявлены самые уязвимые узлы многооперационного обрабатывающего центра. Разработаны аналитическая марковская, полумарковская и имитационная математические модели для анализа надежности системы приспособления. Сравнительный анализ марковской и полумарковской системы зависит от полученных коэффициентов простоя системы. Проведена верификация результатов аналитической полумарковской и имитационной моделей, с помощью которых подтверждается достоверность аналитической полумарковской модели.

Ключевые слова: надежность, система, граф состояний, имитационная модель, верификация.

Ссылка для цитирования:
Мирзоян Н.Ю. Анализ надёжности системы станка при мелкоразмерном резьбонарезании в глухих отверстиях / Н.Ю. Мирзоян, А.О. Харченко, М.В. Заморёнов // Транспортное машиностроение. – 2025. - № 5. – С. 4-14. doi: 10.30987/2782-5957-2025-5-4-14.

Original article
Open Access Article

RELIABILITY ANALYSIS OF THE MACHINE SYSTEM AT SMALL-SIZE THREADING IN DEEP HOLES

Natalia Yuryevna Mirzoyan[1]✉, Aleksandr Olegovich Kharchenko[2], Mikhail Vadimovich Zamoryonov[3]
[1,2,3] Sevastopol State University, Sevastopol, Russia
[1] nataly2997@mail.ru, https://orcid.org/0009-0008-5927-8580
[2] aokharchenko@mail.sevsu.ru, https://orcid.org/0000-0003-1704-9380
[3] zamoryonoff@gmail.com, https://orcid.org/ 0000-0002-6804-0063

Abstract

The reliability of the machine system is analyzed for small-size threading in blind deep holes. It is based on the design, kinematics and operating principle of MAXXmill 630 multi-operation center. Markov system for assessing the reliability of a machine is described, which gives basis for finding nodes that have a great influence on its reliability. An analytical Markov model is developed, where, based on the analysis of the

state graph, the most vulnerable nodes of a multioperative machining center are identified. Analytical Markov, semi-Markov and simulation mathematical models are developed to analyze the reliability of the fixture system. The comparative analysis of Markov and semi-Markov systems depends on the system downtime ratios obtained. The results of the analytical semi-Markov and simulation models are verified, which confirm the reliability of the analytical semi-Markov model.

Keywords: reliability, system, state graph, simulation model, verification.

Reference for citing:
Mirzoyan NYu, Kharchenko AO, Zamoryonov MV. Reliability analysis of the machine system at small-size threading in deep holes. Transport Engineering. 2025;5:4-14. doi: 10.30987/2782-5957-2025-5-4-14.

Введение

На основе конструкции, кинематики и принципа действия многооперационного обрабатывающего центра модели *MAXXmill* 630, для определения его надежности, построим граф состояний станка, основанный на его конструкции, включающий в себя основные узлы станка и интенсивности переходов из состояния в состояние [1, 2].

Материалы, модели, эксперименты и методы

Анализ надежности станка. На рис. 1 представлен граф состояний станка.

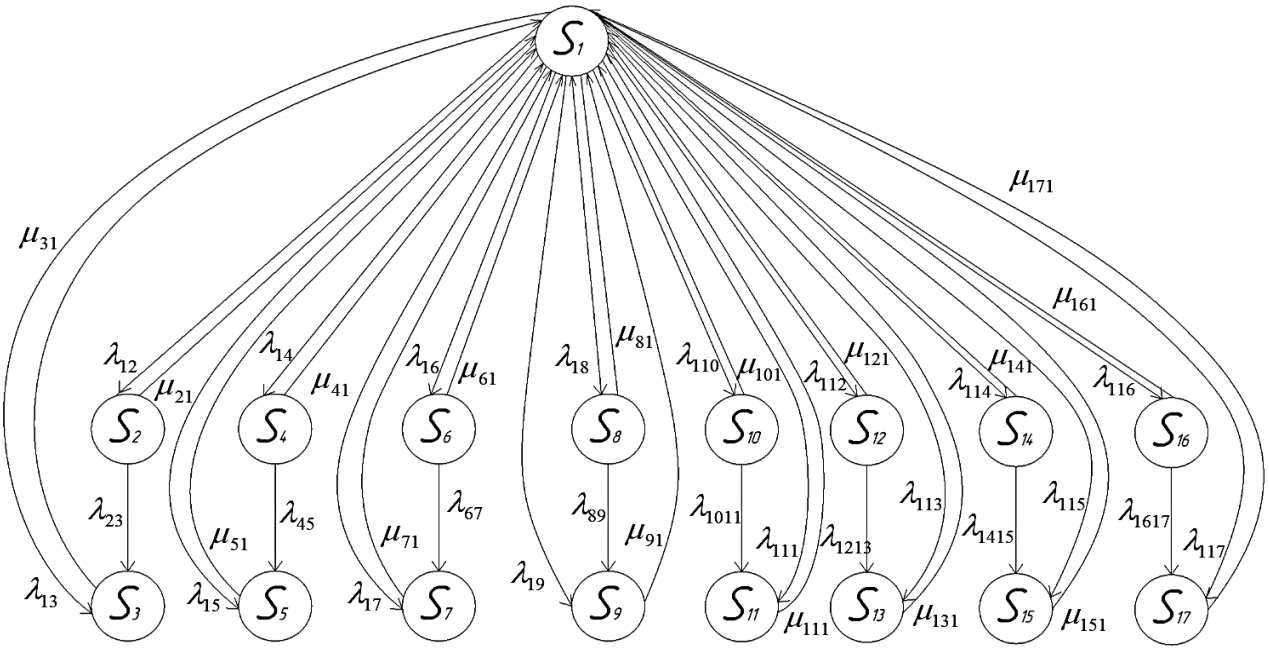


Рис. 1. Граф состояний станка, где λ_{ij}, μ_{ij} – интенсивности перехода и возврата из соответствующих состояний

Fig. 1. Graph of machine states, where λ_{ij}, μ_{ij} is the intensity of transition and return from the corresponding states

Для описания графа состояний станка при мелкоразмерном внутреннем резьбонарезании метчиком обозначим: P_1 – вероятность нахождения системы в состоянии безотказной работы S_1; P_2 – вероятность нахождения системы в состоянии параметрического отказа инструмента S_2; P_3 – вероятность нахождения системы в состоянии отказа функционирования инструмента S_3; P_4 – вероятность нахождения системы в состоянии параметрического отказа приспособления S_4; P_5 – вероятность нахождения системы в состоянии отказа функционирования приспособления S_5; P_6 – вероятность нахождения системы в состоянии параметрического отказа при-

вода перемещения по осям *x, y, z* S_6; P_7 – вероятность нахождения системы в состоянии отказа функционирования привода перемещения по осям *x, y, z* S_7; P_8 – вероятность нахождения системы в состоянии параметрического отказа привода оси *z* S_8; P_9 – вероятность нахождения системы в состоянии отказа функционирования привода оси *z* S_9; P_{10} – вероятность нахождения системы в состоянии параметрического отказа СЧПУ S_{10}; P_{11} – вероятность нахождения системы в состоянии отказа функционирования СЧПУ S_{11}; P_{12} – вероятность нахождения системы в состоянии параметрического отказа электрического оборудования S_{12}; P_{13} – вероятность нахождения системы в состоянии отказа функционирования электрического оборудования S_{13}; P_{14} – вероятность нахождения системы в состоянии параметрического отказа поворотного узла стола S_{14}; P_{15} – вероятность нахождения системы в состоянии отказа функционирования поворотного узла стола S_{15}; P_{16} – вероятность нахождения системы в состоянии параметрического отказа привода вращения шпинделя S_{16}; P_{17} – вероятность нахождения системы в состоянии отказа функционирования привода вращения шпинделя S_{17}.

Уравнения для финальных вероятностей P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8, P_9, P_{10}, P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{14}, P_{15}, P_{16}, P_{17} состояний S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15}, S_{16}, S_{17} можно представить в виде системы уравнений А.Н. Колмогорова:

$$
\begin{cases}
\mu_{21}\cdot P_2+\mu_{31}\cdot P_3+\mu_{41}\cdot P_4+\mu_{51}\cdot P_5+\mu_{61}\cdot P_6+\mu_{71}\cdot P_7+\mu_{81}\cdot P_8+\mu_{91}\cdot P_9+\mu_{101}\cdot P_{10}+\mu_{111}\cdot P_{11}+ \\
+\mu_{121}\cdot P_{12}+\mu_{131}\cdot P_{13}+\mu_{141}\cdot P_{14}+\mu_{151}\cdot P_{15}+\mu_{161}\cdot P_{16}+\mu_{171}\cdot P_{17}=(\lambda_{12}+\lambda_{13}+\lambda_{14}+\lambda_{15}+\lambda_{16}+\lambda_{17}+ \\
+\lambda_{18}+\lambda_{19}+\lambda_{110}+\lambda_{111}+\lambda_{112}+\lambda_{113}+\lambda_{114}+\lambda_{115}+\lambda_{116}+\lambda_{117})\cdot P_1 \\
\lambda_{12}\cdot P_1=(\mu_{21}+\lambda_{23})\cdot P_2 \\
\lambda_{23}\cdot P_2+\lambda_{13}\cdot P_1=\mu_{31}\cdot P_3 \\
\lambda_{14}\cdot P_1=(\mu_{41}+\lambda_{45})\cdot P_4 \\
\lambda_{45}\cdot P_4+\lambda_{15}\cdot P_1=\mu_{51}\cdot P_5 \\
\lambda_{16}\cdot P_1=(\mu_{61}+\lambda_{67})\cdot P_6 \\
\lambda_{67}\cdot P_6+\lambda_{17}\cdot P_1=\mu_{71}\cdot P_7 \\
\lambda_{18}\cdot P_1=(\mu_{81}+\lambda_{89})\cdot P_8 \\
\lambda_{89}\cdot P_8+\lambda_{19}\cdot P_1=\mu_{91}\cdot P_9 \\
\lambda_{110}\cdot P_1=(\mu_{101}+\lambda_{1011})\cdot P_{10} \\
\lambda_{1011}\cdot P_{10}+\lambda_{111}\cdot P_1=\mu_{111}\cdot P_{11} \\
\lambda_{112}\cdot P_1=(\mu_{121}+\lambda_{1213})\cdot P_{12} \\
\lambda_{1213}\cdot P_{12}+\lambda_{113}\cdot P_1=\mu_{131}\cdot P_{13} \\
\lambda_{114}\cdot P_1=(\mu_{141}+\lambda_{1415})\cdot P_{14} \\
\lambda_{1415}\cdot P_{14}+\lambda_{115}\cdot P_1=\mu_{151}\cdot P_{15} \\
\lambda_{116}\cdot P_1=(\mu_{161}+\lambda_{1617})\cdot P_{16} \\
\lambda_{1617}\cdot P_{16}+\lambda_{117}\cdot P_1=\mu_{171}\cdot P_{17}
\end{cases}
\qquad (1)
$$

Решение системы уравнений (1) с помощью условия нормировки $P_1+P_2+P_3+P_4+P_5+P_6+P_7+P_8+P_9+P_{10}+P_{11}+P_{12}+P_{13}+P_{14}+P_{15}+P_{16}+P_{17}=1$ позволяет получить выражения для финальных вероятностей.

Ссылаясь на прошлые исследования в данной области [3], примем значения интенсивностей, $ч^{-1}$:

$\lambda_{12} = 3{,}971 \cdot 10^{-3}$; $\mu_{21} = 12{,}408 \cdot 10^{-3}$;
$\lambda_{23} = 0{,}794 \cdot 10^{-3}$; $\lambda_{13} = 13{,}237 \cdot 10^{-3}$;
$\mu_{31} = 41{,}360 \cdot 10^{-3}$; $\lambda_{14} = 1{,}838 \cdot 10^{-3}$;
$\mu_{41} = 3{,}676 \cdot 10^{-3}$; $\lambda_{45} = 0{,}367 \cdot 10^{-3}$;
$\lambda_{15} = 6{,}129 \cdot 10^{-3}$; $\mu_{51} = 12{,}256 \cdot 10^{-3}$;
$\lambda_{16} = 0{,}579 \cdot 10^{-3}$; $\mu_{61} = 1{,}158 \cdot 10^{-3}$;
$\lambda_{67} = 0{,}115 \cdot 10^{-3}$; $\lambda_{17} = 1{,}930 \cdot 10^{-3}$;
$\mu_{71} = 3{,}861 \cdot 10^{-3}$; $\lambda_{18} = 0{,}357 \cdot 10^{-3}$;
$\mu_{81} = 2{,}982 \cdot 10^{-3}$; $\lambda_{89} = 0{,}071 \cdot 10^{-3}$;
$\lambda_{19} = 1{,}193 \cdot 10^{-3}$; $\mu_{91} = 9{,}941 \cdot 10^{-3}$;
$\lambda_{110} = 0{,}347 \cdot 10^{-3}$; $\mu_{101} = 2{,}892 \cdot 10^{-3}$;
$\lambda_{1011} = 0{,}069 \cdot 10^{-3}$; $\lambda_{111} = 1{,}157 \cdot 10^{-3}$;
$\mu_{111} = 9{,}640 \cdot 10^{-3}$; $\lambda_{112} = 0{,}461 \cdot 10^{-3}$;
$\mu_{121} = 0{,}923 \cdot 10^{-3}$; $\lambda_{1213} = 0{,}092 \cdot 10^{-3}$;
$\lambda_{113} = 1{,}539 \cdot 10^{-3}$; $\mu_{131} = 3{,}078 \cdot 10^{-3}$;
$\lambda_{114} = 0{,}378 \cdot 10^{-3}$; $\mu_{141} = 1{,}647 \cdot 10^{-3}$;
$\lambda_{1415} = 0{,}075 \cdot 10^{-3}$; $\lambda_{115} = 1{,}263 \cdot 10^{-3}$;
$\mu_{151} = 5{,}491 \cdot 10^{-3}$; $\lambda_{116} = 0{,}357 \cdot 10^{-3}$;
$\mu_{161} = 2{,}973 \cdot 10^{-3}$; $\lambda_{1617} = 0{,}071 \cdot 10^{-3}$;
$\lambda_{117} = 1{,}190 \cdot 10^{-3}$; $\mu_{171} = 9{,}910 \cdot 10^{-3}$.

На основе принятых значений, получим расчетные значения финальных вероятностей из системы уравнений (1):

$P_1 = 0{,}175$, $P_2 = 0{,}032$, $P_3 = 0{,}057$,
$P_4 = 0{,}079$, $P_5 = 0{,}090$, $P_6 = 0{,}079$,
$P_7 = 0{,}090$, $P_8 = 0{,}020$, $P_9 = 0{,}021$,
$P_{10} = 0{,}020$, $P_{11} = 0{,}022$, $P_{12} = 0{,}079$,
$P_{13} = 0{,}091$, $P_{14} = 0{,}038$, $P_{15} = 0{,}041$,
$P_{16} = 0{,}020$, $P_{17} = 0{,}021$.

Анализ надежности приспособления. Из полученных расчетных значений видно, что наибольшее влияние на надежность станка оказывают инструмент и приспособление. В связи с этим, рассмотрим отдельно граф состояний приспособления, который представлен на рис. 2.

Для описания графа состояний приспособления обозначим: P_1 – вероятность нахождения системы в состоянии безотказной работы приспособления S_1; P_2 – вероятность нахождения системы в состоянии параметрического отказа приспособления S_2; P_3 – вероятность нахождения системы в состоянии переналадки приспособления S_3; P_4 – вероятность нахождения системы в состоянии отказа функционирования приспособления S_4.

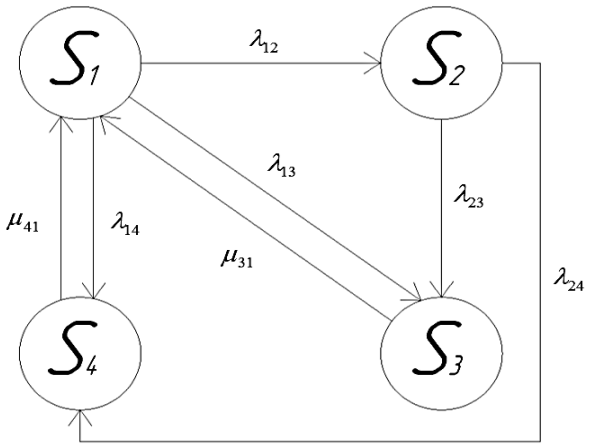


Рис. 2. Граф состояний приспособления, где λ_{ij}, μ_{ij} – интенсивности перехода и возврата из соответствующих состояний

Fig. 2. Graph of adaptation states, where λ_{ij}, μ_{ij} is the intensity of transition and return from the corresponding states

Уравнения для финальных вероятностей P_1, P_2, P_3, P_4 состояний приспособления S_1, S_2, S_3, S_4 можно представить в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} (\lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{14}) \cdot P_1 = \mu_{31} \cdot P_3 + \mu_{41} \cdot P_4 \\ (\lambda_{23} + \lambda_{24}) \cdot P_2 = \lambda_{12} \cdot P_1 \\ \mu_{31} \cdot P_3 = \lambda_{13} \cdot P_1 + \lambda_{23} \cdot P_2 \\ \mu_{41} \cdot P_4 = \lambda_{14} \cdot P_1 + \lambda_{24} \cdot P_2 \end{cases} \quad (2)$$

Решение системы уравнений (2) с помощью условия нормировки $P_1+P_2+P_3+P_4=1$ позволяет получить выражения для P_1, P_2, P_3, P_4, которые имеют вид:

$$P_1=(\mu_{31}\cdot\mu_{41}\cdot(\lambda_{23}+\lambda_{24}))\cdot(\lambda_{12}\cdot\lambda_{23}\cdot\mu_{41}+\lambda_{12}\cdot\lambda_{24}\cdot\mu_{31}+\lambda_{12}\cdot\mu_{31}\cdot\mu_{41}+\lambda_{13}\cdot\lambda_{23}\cdot\mu_{41}+$$
$$+\lambda_{13}\cdot\lambda_{24}\cdot\mu_{41}+\lambda_{14}\cdot\lambda_{23}\cdot\mu_{31}+\lambda_{14}\cdot\lambda_{24}\cdot\mu_{31}+\lambda_{23}\cdot\mu_{31}\cdot\mu_{41}+\lambda_{24}\cdot\mu_{31}\cdot\mu_{41})^{-1};$$

$$P_2=(\lambda_{12}\cdot\mu_{31}\cdot\mu_{41})\cdot(\lambda_{12}\cdot\lambda_{23}\cdot\mu_{41}+\lambda_{12}\cdot\lambda_{24}\cdot\mu_{31}+\lambda_{12}\cdot\mu_{31}\cdot\mu_{41}+\lambda_{13}\cdot\lambda_{23}\cdot\mu_{41}+\lambda_{13}\cdot\lambda_{24}\cdot\mu_{41}+$$
$$+\lambda_{14}\cdot\lambda_{23}\cdot\mu_{31}+\lambda_{14}\cdot\lambda_{24}\cdot\mu_{31}+\lambda_{23}\cdot\mu_{31}\cdot\mu_{41}+\lambda_{24}\cdot\mu_{31}\cdot\mu_{41})^{-1};$$

$$P_3=(\mu_{41}\cdot(\lambda_{12}\cdot\lambda_{23}+\lambda_{13}\cdot\lambda_{23}+\lambda_{13}\cdot\lambda_{24}))\cdot(\lambda_{12}\cdot\lambda_{23}\cdot\mu_{41}+\lambda_{12}\cdot\lambda_{24}\cdot\mu_{31}+\lambda_{12}\cdot\mu_{31}\cdot\mu_{41}+$$
$$+\lambda_{13}\cdot\lambda_{23}\cdot\mu_{41}+\lambda_{13}\cdot\lambda_{24}\cdot\mu_{41}+\lambda_{14}\cdot\lambda_{23}\cdot\mu_{31}+\lambda_{14}\cdot\lambda_{24}\cdot\mu_{31}+\lambda_{23}\cdot\mu_{31}\cdot\mu_{41}+\lambda_{24}\cdot\mu_{31}\cdot\mu_{41})^{-1};$$

$$P_4=(\mu_{31}\cdot(\lambda_{12}\cdot\lambda_{24}+\lambda_{14}\cdot\lambda_{23}+\lambda_{14}\cdot\lambda_{24}))\cdot(\lambda_{12}\cdot\lambda_{23}\cdot\mu_{41}+\lambda_{12}\cdot\lambda_{24}\cdot\mu_{31}+\lambda_{12}\cdot\mu_{31}\cdot\mu_{41}+$$
$$+\lambda_{13}\cdot\lambda_{23}\cdot\mu_{41}+\lambda_{13}\cdot\lambda_{24}\cdot\mu_{41}+\lambda_{14}\cdot\lambda_{23}\cdot\mu_{31}+\lambda_{14}\cdot\lambda_{24}\cdot\mu_{31}+\lambda_{23}\cdot\mu_{31}\cdot\mu_{41}+\lambda_{24}\cdot\mu_{31}\cdot\mu_{41})^{-1}.$$

Примем значения интенсивностей:
$\lambda_{12}=0{,}005\cdot10^{-3}$; $\lambda_{13}=1{,}838\cdot10^{-3}$;
$\mu_{31}=3{,}976\cdot10^{-3}$; $\lambda_{23}=2{,}647\cdot10^{-3}$;
$\lambda_{24}=0{,}367\cdot10^{-3}$; $\lambda_{14}=6{,}129\cdot10^{-3}$;
$\mu_{41}=12{,}256\cdot10^{-3}$.

На основе принятых значений, получим расчетные значения системы уравнений (2): $P_1=0{,}508$, $P_2=0{,}0009$, $P_3=0{,}235$, $P_4=0{,}254$.

Получив значения финальных вероятностей, необходимо рассчитать коэффициент простоя системы:

$$K_n=P_2+P_3+P_4=0{,}489. \qquad (3)$$

Для повышения точности результатов рассмотрим данную систему в полумарковском виде. Граф состояний приспособления в полумарковской системе представлен на рис. 3 [3, 4, 5].

Система включает в себя следующие состояния: S_1 – безотказная работа; S_2 – параметрический отказ (до переналадки *x*, до отказа *y*); S_3 – переналадка; S_4 – отказ функционирования; α_1 – среднее время наработки на отказ; β_1 – среднее время восстановления после отказа функционирования (*G*1); α_2 – среднее время восстановления после параметрического отказа; α_4 – среднее время до переналадки; β_4 – среднее время переналадки.

Для описания функционирования системы используем полумарковские состояния: $E=\{S_1,S_2,S_3,S_4\}$.

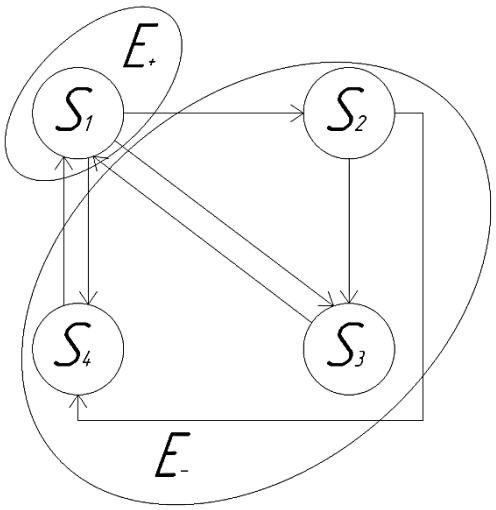


Рис. 3. Граф состояний приспособления в полумарковской системе
Fig. 3. Graph of adaptation states in a semi-Markov system

Время пребывания в состояниях будет иметь вид:

$$\theta_1=\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\alpha_4;\ \theta_3=x\wedge y;\ \theta_4=\beta_1.$$

Для данной системы подмножества работоспособных E_+ и неработоспособных E_- состояний имеют вид:

$$E_+=\{S_1\};E_-=\{S_2,S_3,S_4\}.$$

Требуется произвести укрупнение системы, то есть перейти от системы с непрерывным фазовым пространством со-

стояний к системе с дискретными состояниями. В таком случае непрерывные компоненты будут равны:

$$x = \{\alpha_4 - \alpha_2\}^+;\ y = \{\alpha_1 - \alpha_2\}^+.$$

Отсюда функции распределения имеют вид [6, 7, 8]:

$$\overline{R}_x(t) = \frac{\int_0^\infty [R_4(t+y) - R_4(t)] r_2(t)dy}{\int_0^\infty [1 - R_4(t)] r_2(t)dt};$$

$$\overline{R}_y(t) = \frac{\int_0^\infty [R_1(t+y) - R_1(t)] r_2(t)dy}{\int_0^\infty [1 - R_1(t)] r_2(t)dt}.$$

Определим вероятности переходов системы:

$$P_1^2 = \int_0^\infty r_2(t)\overline{R}_1(t)\overline{R}_4(t)dt;$$

$$P_1^3 = \int_0^\infty r_4(t)\overline{R}_1(t)\overline{R}_2(t)dt;$$

$$P_1^4 = \int_0^\infty r_1(t)\overline{R}_2(t)\overline{R}_4(t)dt;\ P_2^3 = \int_0^\infty r_x(t)\overline{R}_y(t)dt;$$

$$P_2^4 = \int_0^\infty r_y(t)\overline{R}_x(t)dt.$$

Найдем функции распределения времени пребывания системы в состояниях:

$$F_1(t) = 1 - \overline{R}_1(t)\cdot\overline{R}_2(t)\cdot\overline{R}_4(t);$$
$$F_2(t) = 1 - \overline{R}_x(t)\cdot\overline{R}_y(t);$$
$$F_4(t) = G_1(t).$$

На рис. 4 представлен график функций распределения времени пребывания системы в состояниях.

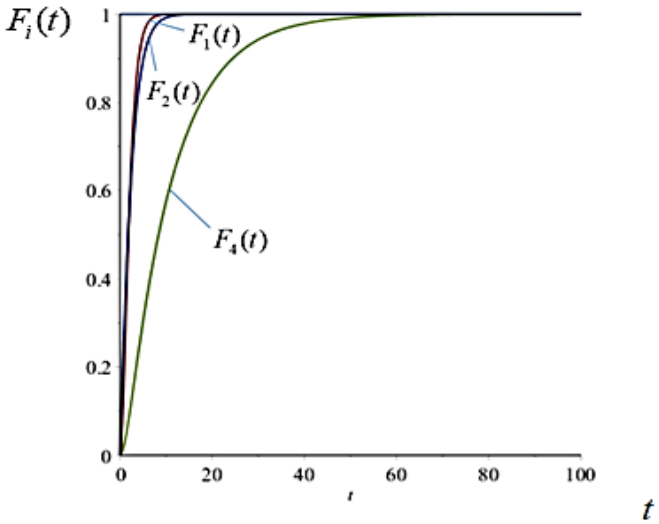


Рис. 4. Функции распределения времени пребывания в состояниях
Fig. 4. Distribution functions of the time spent in states

Для получения искомых характеристик находится стационарное распределение вложенной цепи Маркова. Составим систему уравнений с условием $\rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + \rho_4 = 1$:

$$\begin{cases} \rho_1 = \rho_3 + \rho_4 \\ \rho_2 = \rho_1 \cdot P_1^2 \\ \rho_3 = \rho_1 \cdot P_1^3 + \rho_2 \cdot P_2^3 \\ \rho_4 = \rho_1 \cdot P_1^4 + \rho_2 \cdot P_2^4 \end{cases}$$

Решив систему, получим:

$$\rho_1 = \frac{1}{P_1^2 + 2};\ \rho_2 = \frac{P_1^2}{P_1^2 + 2};$$

$$\rho_3 = \frac{P_1^2 \cdot P_2^3 + P_1^3}{P_1^2 + 2};\ \rho_4 = -\frac{P_1^2 \cdot P_2^3 + P_1^3 - 1}{P_1^2 + 2}.$$

Для нахождения искомой функции распределения воспользуемся методом траекторий [9, 10, 11]. Используя метод траекторий, определим все траектории в

подмножестве E_-, их вероятности и времена пребывания системы на этих траекториях.

Траектории будут иметь вид:

$$T_1 = \{S_2 S_3\};$$
$$T_2 = \{S_2 S_4\};$$
$$T_3 = \{S_3\}.$$

Вероятности траекторий:

$$P_T^1 = P_2^3;\ P_T^2 = P_2^4.$$

Определим времена пребывания системы в состояниях с учетом повторных попаданий, для чего сначала определим вероятности включения состояний в траектории:

$$\mathrm{P}_\mathrm{S}^1 = P_T^1;$$
$$\mathrm{P}_\mathrm{S}^2 = P_T^1 + P_T^2;$$
$$\mathrm{P}_\mathrm{S}^3 = P_T^2.$$

Далее, найдем коэффициенты увеличения времени пребывания системы в состояниях за счет повторных попаданий:

$$c_2 = \frac{\rho_2}{P_s^2 \cdot \rho_1};\ \ c_4 = \frac{\rho_4}{P_s^3 \cdot \rho_1}.$$

Определим плотности распределения времен пребывания системы в состояниях за счет повторных попаданий. В области изображений по Лапласу эти плотности имеют вид:

$$f_2^\theta(s) = \frac{f_2(t)}{c_2 - (c_2 - 1)\cdot f_2(t)};$$
$$f_4^\theta(s) = \frac{f_4(t)}{c_4 - (c_4 - 1)\cdot f_4(t)},$$

где $f_n^\theta(s)$ – изображение плотности распределения $f_n(t)$ времени пребывания системы в состоянии n.

Плотности распределения времен пребывания системы на траекториях:

$$f_T^1(s) = f_2^\theta(s);$$
$$f_T^2(s) = f_2^\theta(s) * f_4^\theta(s),$$

где $*$ – знак операции свертки.

Для нахождения функции распределения $f_-(s)$ с использованием преобразований Лапласа необходимо осуществить переход в комплексную область:

$$f_-(s) = f_T^1 \cdot P_T^1 + f_T^2 \cdot P_T^2.$$

Искомую функцию распределения получаем, произведя переход из области изображений в область оригиналов.

Исходными данными для моделирования служат функции распределения $R_1(t)$, $R_2(t)$, $R_3(t)$, $R_4(t)$, $G_1(t)$; которым соответствует обобщенный закон Эрланга второго порядка с параметрами λ_1, λ_2; λ_3, λ_4; λ_5, λ_6; λ_7, λ_8; λ_9, λ_{10} соответственно с учетом зависимостей:

$$f_1(t) = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (e^{-\lambda_1 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t})}{\lambda_2 - \lambda_1};\ \ f_2(t) = \frac{\lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot (e^{-\lambda_3 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_4 \cdot t})}{\lambda_4 - \lambda_3};$$

$$f_3(t) = \frac{\lambda_5 \cdot \lambda_6 \cdot (e^{-\lambda_5 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_6 \cdot t})}{\lambda_6 - \lambda_5};\ \ f_4(t) = \frac{\lambda_7 \cdot \lambda_8 \cdot (e^{-\lambda_7 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_8 \cdot t})}{\lambda_8 - \lambda_7};\ \ g_1(t) = \frac{\lambda_9 \cdot \lambda_{10} \cdot (e^{-\lambda_9 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_{10} \cdot t})}{\lambda_{10} - \lambda_9},$$

где $\lambda_1 = 2$; $\lambda_2 = 0{,}05$; $\lambda_3 = 0{,}5$; $\lambda_4 = 0{,}35$; $\lambda_5 = 0{,}6$; $\lambda_6 = 0{,}45$; $\lambda_7 = 0{,}7$; $\lambda_8 = 0{,}5$; $\lambda_9 = 0{,}75$; $\lambda_{10} = 0{,}1$.

Математическое ожидание будет иметь вид:

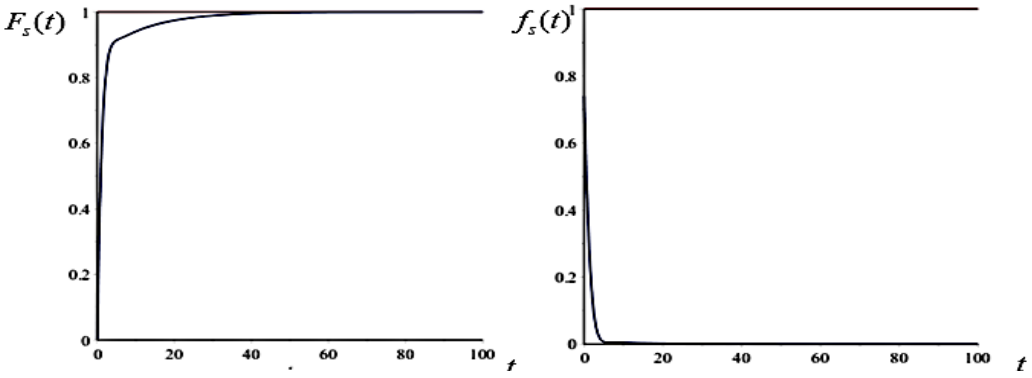
$$T_- = \frac{\sum_{i \in E_-} m_i \rho_i}{\sum_{k \in K \subset E_+} \sum_{j \in E_-} P_{kj} \rho_i} \qquad (4)$$

На рис. 5 представлены искомые функция и плотность распределения.

Математическое ожидание полученной нами функции распределения составляет 2,252 ч, тогда как, определяемое с помощью выражения (4) – 2,252 ч. Как видно из полученных данных, математические ожидания совпадают.

Для верификации данной модели строим имитационную модель в среде *AnyLogic*, которая представлена на рис. 6.

Модель функционирует следующим образом. Блок *source* (*source*1, *source*2, *source*3) генерирует агентов, используется в качестве начальной точки диаграммы процесса, формализующей поток агентов. Блок *delay* («обслуживание», «ВБР» – время безотказной работы, «ВВ» – время восстановления, «ВдоПН» – время до переналадки, «Пн» – переналадка, «ВдоПО» – время до параметрического отказа, «ПО» – параметрический отказ) задерживает агентов на заданный период времени.



а) б)

Рис. 5. Вид функции (*а*) и плотности (*б*) распределения времени пребывания системы в состоянии простоя

Fig. 5. Type of function (a) and density (b) of the distribution of the idle time of the system

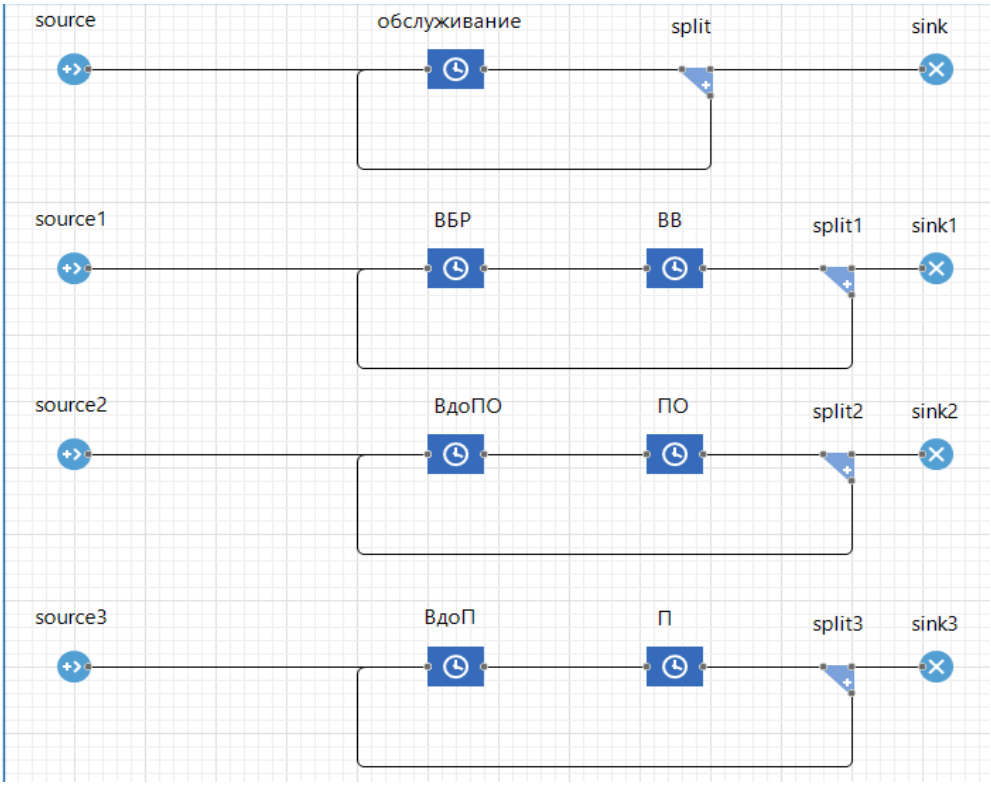


Рис. 6. Модель системы в AnyLogic

Fig. 6. The system model in AnyLogic

Настройка блока *delay* для «ВВ» представлена на рис. 7. Блок *sink* уничтожает поступивших агентов, используется в качестве конечной точки потока агентов. Когда в блок «ВВ» (восстановление) поступает агент, имитируется состояние отказа системы и сбрасывается «ВдоПН» и «ВдоПО». При поступлении агента в блок «Пн», имитируется переналадка системы и обновляется время безотказной работы.

При поступлении агента в блок «ПО», имитируется параметрический отказ системы и, так же, как у состояния переналадки, обновляется время безотказной работы.

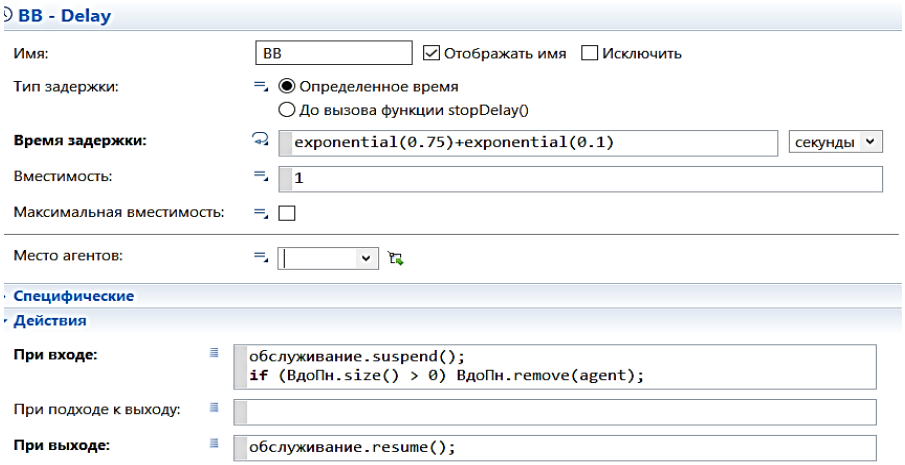


Рис. 7. Настройка блока «BB»
Fig. 7. Setting up the "BB" block

Результаты

Результаты аналитического и имитационного моделирования системы состояний приспособления сведены в таблицу.

Как видно из таблицы, расхождение полученных математических ожиданий времени нахождения системы в состоянии E_- в аналитической и имитационной моделях не превышает 0,5 %, что подтверждает достоверность аналитической модели.

Коэффициент простоя для полумарковской системы будет иметь вид:

$$K_n = \frac{m_-}{m_- + m_+} = 0{,}492\,. \qquad (5)$$

Таблица

Результаты моделирования

Table

Simulation results

	Время нахождения системы в состоянии E_- (имитац. мод.)	МО времени нахождения системы в состоянии E_- в моделях:		Относительная погрешность, %
		имитационная	аналитическая	
1	2,250	2,250	2,252	0,09
2	2,244			
3	2,239			
4	2,232			
5	2,256			
6	2,247			
7	2,277			
8	2,261			
9	2,264			
10	2,234			

Обсуждение/Заключение

Как видно из выражений (3) и (5), коэффициент простоя в полумарковской системе по величине несколько отличается от полученного в марковской системе (K_n = 0,489), и как следствие, отражает более точное её значение.

Применение разработанной полумарковской модели будет служить для опти-

мизации процесса формообразования внутренней резьбы, так как позволяет более полно оценить влияние нахождения приспособления в каждом из возможных состояний его системы.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Клитанев, В.А., Медведев А.И. Теория надежность сложных систем // М.: Физматлит, 2010. 16 с.
2. Долгин В.П., Харченко А.О. Надежность технических систем. М: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2015. 167 с.
3. Копп В.Я., Обжерин Ю.Е., Песчанский А.И. Моделирование автоматизированных линий. Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2006. 240 с.
4. Копп В.Я. Моделирование автоматизированных производственных систем: монография. Севастополь: СевНТУ, 2012 700с.
5. Копп В.Я., Обжерин Ю.Е., Песчанский А.И. Стохастические модели автоматизированных производственных систем с временным резервированием. Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2000. 284 с.
6. Королюк В.С., Турбин А.Ф. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем. К: Наукова думка, 1982. 236 с.
7. Королюк В.С. Стохастические модели систем. К: Наукова думка, 1989. 208 с.
8. Королюк В.С., Турбин А.Ф. Полумарковские процессы и их приложения. К.: Наукова Думка, 1976. 181 с.
9. Заморёнов М.В., Копп В.Я., Заморёнова Д.В. Метод моделирования регенерирующих систем // Математическое моделирование. 2018. Т. 30. № 6. С. 134-144.
10. Копп В.Я., Заморёнов М.В., Обжерин Ю.Е., Ларин М.Ю. Использование метода траекторий для построения полумарковской модели структуры "Технологическая ячейка – Накопитель" // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2016. Т. 247. №3. С. 23-34.
11. Заморёнов М.В., Копп В.Я., Заморёнова Д.В., Владимирова Е.С. Моделирование процесса функционирования облачной системы хранения данных методом траекторий// Автоматизация и измерения в машино- приборостроении. 2020. – Т. 9. №1. С. 28-39.

REFERENCES

1. Klitanev VA, Medvedev AI. Reliability theory of complex systems. Moscow: Fizmatlit; 2010.
2. Dolgin VP, Kharchenko AO. Reliability of technical systems. Moscow: INFRA-M; 2015.
3. Kopp VYa, Obzherin YuE, Peschansky AI. Modeling of automated lines. Sevastopol: SevNTU Publishing House; 2006.
4. Kopp VYa. Modeling of automated production systems: monograph. Sevastopol: SevNTU; 2012.
5. Kopp VYa, Obzherin YuE, Peschansky AI. Stochastic models of automated production systems with temporary redundancy. Sevastopol: SevNTU; 2000.
6. Korolyuk VS, Turbin AF. Markov recovery processes in problems of system reliability. Kiev: Naukova Dumka; 1982.
7. Korolyuk VS. Stochastic models of systems. Kiev: Naukova Dumka; 1989.
8. Korolyuk VS, Turbin AF. Semi-Markov processes and their applications. Kiev: Naukova Dumka; 1976.
9. Zamoryonov MV, Kopp VYa, Zamoryonova DV. Method of modeling regenerating systems. Matematicheskoe Modelirovanie. 2018;30(6):134-144.
10. Kopp VYa, Zamoryonov MV, Obzherin YuE, Larin MYu. Using the trajectory method to build a semi–Markov model of the structure "Technological cell - Accumulator". *Computing, Telecommunication and Control* . 2016;247(3):23-34.
11. Zamoryonov MV, Kopp VYa, Zamoryonova DV, Vladimirova ES. Modeling the process of cloud data storage system functioning using the trajectory method. Automation and Measurement in Machine and Instrument Engineering. 2020;9(1):28-39.

Информация об авторах:

Мирзоян Наталия Юрьевна – ассистент кафедры «Автоматизация и технология машиностроения» Севастопольского государственного университета, тел. +79788047549.

Харченко Александр Олегович – кандидат технических наук, профессор, профессор кафедры «Автоматизация и технология машиностроения» Севастопольского государственного университета, тел. +79787444739.

Заморёнов Михаил Вадимович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Информационные технологии и компьютерные системы» Севастопольского государственного университета, тел. +79787420003.

Mirzoyan Natalia Yuryevna – Assistant at the Department of Automation and Technology of Machine Building at Sevastopol State University; phone: +79788047549.
Kharchenko Aleksandr Olegovich – Candidate of Technical Sciences, Professor at the Department of Automation and Technology of Mechanical Engineering at Sevastopol State University; phone: +79787444739.
Zamoryonov Mikhail Vadimovich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Information Technologies and Computer Systems at Sevastopol State University; phone: +79787420003.

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.
Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.
The authors declare no conflicts of interests.

Статья опубликована в режиме Open Access.
Article published in Open Access mode.

Статья поступила в редакцию 04.03.2025; одобрена после рецензирования 26.03.2025; принята к публикации 30.04.2025. Рецензент – Петрешин Д.И., доктор технических наук, доцент Брянского государственного технического университета, член редсовета журнала «Транспортное машиностроение».

The article was submitted to the editorial office on 04.03.2025; approved after review on 26.03.2025; accepted for publication on 30.04.2025. The reviewer is Petreshin D.I., Doctor of Technical Sciences, Associate Professor at Bryansk State Technical University, member of the Editorial Council of the journal *Transport Engineering*.