

УДК 621.98:539.376

DOI: 10.30987/article_5ad8d28f838620.71670808

А.Н. Михайлов, д.т.н., Т.Г. Ивченко, к.т.н., И.А. Петряева, к.т.н.
(Донецкий национальный технический университет, Украина)
E-mail: irina_petryaeva@mail.ru

Научно обоснованная оптимизация стойкости режущего инструмента по критерию себестоимости

Представлена методика оптимизации режимов резания с учетом закона распределения стойкости режущего инструмента как случайной величины. На основании анализа критерия оптимизации – себестоимости как функции случайного аргумента получены аналитические зависимости, позволяющие количественно учитывать рассеивание стойкости режущего инструмента при определении ее оптимального значения.

Ключевые слова: стойкость; коэффициент вариации; закон распределения; оптимизация; себестоимость.

A.N. Michailov, D. Eng., T.G. Ivchenko, Can. Eng., I.A. Petryaeva, Can. Eng.
(Donetsk National Technical University, Ukraine)

Scientifically substantiated optimization of cutter life on criterion of cost price

A procedure for optimization of cutting modes taking into account a distribution law of cutter life as a random variable is presented. On the basis of the analysis of the optimization criterion – cost price as a function of the random argument there are obtained analytical dependences which allowed taking into account quantitatively cutter life spreading at its optimum value definition.

Keywords: durability; coefficient of variation; distribution law; optimization; cost price.

Одним из резервов повышения эффективности механообработки является обоснование рациональных условий функционирования режущего инструмента. В связи с этим весьма актуальна задача совершенствования методики оптимизации режимов резания с учетом реальных производственных условий.

Согласно современным представлениям, процесс резания – это сложный физико-химический механизм взаимодействия инструмента с обрабатываемым материалом в условиях рассеивания свойств составляющих элементов технологической системы, что обуславливает стохастический характер параметров процесса резания [1].

Однако в настоящее время основные методы решения задач оптимизации основаны на рассмотрении параметров процесса резания

как детерминированных величин и замене случайных параметров их средними значениями [2].

В настоящее время накоплено достаточно большое количество как экспериментальной, так и теоретической информации о законах распределения стойкости инструмента в различных условиях эксплуатации [3]. Однако методы учета законов распределения при оптимизации режимов резания практически отсутствуют.

Выполненные в этом направлении исследования по оптимизации режимов резания с учетом случайного характера стойкости инструмента на основании критерия максимальной производительности [4] требуют дальнейшего развития.

Цель работы – совершенствование методи-

ки оптимизации режимов резания с учетом закона распределения стойкости инструмента как случайной величины по критерию минимальной себестоимости.

Стохастический характер функционирования режущего инструмента обусловлен действием случайных параметров процесса резания [1]. К их числу относят неконтролируемые изменения физико-механических свойств заготовки и инструмента, припуска, статические и динамические характеристики оборудования и технологической оснастки. В результате случайный характер имеет и основной выходной параметр процесса резания – стойкость режущего инструмента T .

При анализе стойкости режущего инструмента как случайной величины наиболее распространен закон Вейбулла [3], для которого интегральная $P(t)$ и дифференциальная $f(t)$ функции распределения равны:

$$P(t) = e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^b}, \quad f(t) = \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^b}, \quad (1)$$

где a, b – параметры масштаба и формы закона распределения.

Результаты исследований в производственных условиях законов распределения стойкости сборных резцов с механическим креплением квадратных пластин Т5К10 представлены на рис. 1.

Условия обработки:

1. Сталь 45 (163...207 НВ); скорость резания $v = 95$ м/мин; подача $S = 0,7$ мм/об; глубина резания $t_p = 1,8$ мм.

2. Сталь 20ХГН (174...217 НВ); скорость резания $v = 63$ м/мин; подача $S = 0,78$ мм/об; глубина резания $t_p = 2,4$ мм.

В результате экспериментов установлены средние периоды стойкости $T_{cp1} = 35$ мин; $T_{cp2} = 40$ мин; коэффициенты вариации стойкости $V_{T1} = 0,4$; $V_{T2} = 0,85$.

Проверка по критерию Фишера подтверждает адекватность закона Вейбулла распределения стойкости режущего инструмента в указанных условиях. Параметры законов распределения стойкости:

$$b = \exp(-1,092 \ln V_T): b_1 = 2,7; b_2 = 1,2;$$

$$a = T_{cp} / \Gamma(1+1/b): a_1 = 39; a_2 = 43;$$

$\Gamma(1+1/b)$ – гамма-функция.

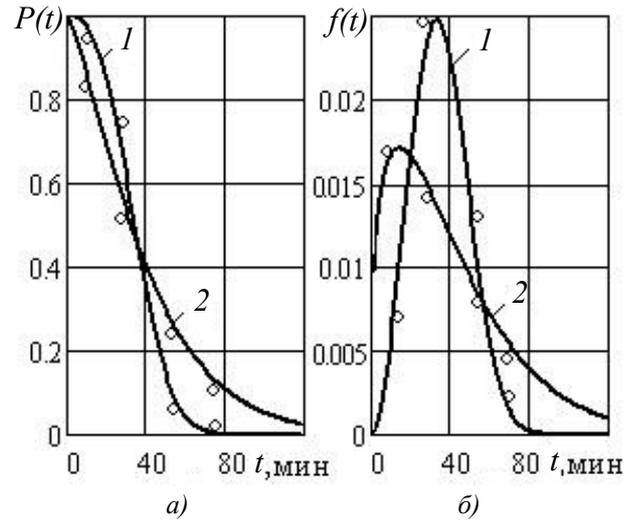


Рис. 1. Графики интегральной (а) и дифференциальной (б) функций распределения стойкости инструмента в различных условиях эксплуатации

Результаты экспериментальных исследований свидетельствуют о значительном рассеивании стойкости инструмента в реальных производственных условиях.

В представляемой работе рассматривается пример однопараметрической оптимизации скорости резания при заданных значениях глубины резания и подачи по критерию минимальной себестоимости. В этом случае в качестве параметра оптимизации сначала определяется стойкость инструмента, а затем рассчитывается скорость резания.

В качестве критерия оптимизации K рассматривается переменная часть себестоимости, зависящая от режимов резания:

$$K = A(t_0 + t_c t_0 / T) + A' t_0 / T, \quad (2)$$

где t_0 – основное время обработки; t_c – время смены инструмента; A – стоимость станкоминуты; A' – стоимость инструмента, приведенная к одному периоду стойкости: $A' = C_n / KT$ (C_n – стоимость инструмента; K – количество периодов стойкости инструмента).

Целевая функция, выражающая зависимость критерия K от параметра оптимизации T , выражается следующим образом:

$$K(T) = C \left(T^m + (t_c + A'/A) T^{m-1} \right), \quad (3)$$

где $C = \pi D L t^{x_v} S^{y_v-1} / 1000 C_v K_v$ – постоянный коэффициент; D – диаметр обрабатываемой поверхности; L – длина обработки; C_v, K_v – коэффициенты; x_v, y_v, m – показатели, характеризующие степень влияния глубины t_p , подачи S и стойкости T на скорость резания v .

Для учета закона распределения стойкости

инструмента при решении задачи оптимизации рассмотрим целевую функцию $K(T)$ как функцию случайного аргумента T . При известном законе распределения случайного аргумента T может быть определен и закон распределения целевой функции как функции случайного аргумента $K(t)$. Интегральная $G[K(t)]$ и дифференциальная $g[K(t)]$ функции распределения имеют вид [5]:

$$G[K(t)] = F(\varphi[K(t)]);$$

$$g[K(t)] = f(\varphi[K(t)])\varphi'[K(t)], \quad (4)$$

где $\varphi[K(t)]$ – функция, обратная $[K(t)]$ по аргументу t .

Для рассматриваемой целевой функции сложно получить аналитическое выражение ее распределения. Однако представляется возможным определить численные характеристики, а именно математическое ожидание функции случайного аргумента $M[K(t)]$, что является вполне достаточным для решения задачи оптимизации [5]:

$$M[K(t)] = \int_0^{\infty} K(t)f(t)dt. \quad (5)$$

Рассмотрим общее решение для определения параметров функции одного случайного аргумента [5]. Случайная величина Y есть нелинейная функция случайного аргумента X с математическим ожиданием M_x и дисперсией D_x : $Y = \varphi(X)$.

Разлагая функцию $y = \varphi(x)$ в ряд Тейлора в окрестности точки m_x (сохраняя в разложении первые три члена), имеем приближенно:

$$Y = \varphi(x) \approx \varphi(M_x) + \varphi'(M_x)(X - M_x) + \frac{1}{2}\varphi''(M_x)(X - M_x)^2. \quad (6)$$

Математическое ожидание M_y и дисперсия D_y величины Y определяются следующим образом:

$$M_y = \varphi(M_x) + \frac{1}{2}\varphi''(M_x)D_x; \quad (7)$$

$$D_y = [\varphi'(M_x)]^2 D_x + \frac{1}{2}[\varphi''(M_x)]^2 D_x^2.$$

С учетом выполненного анализа математическое ожидание M_K , дисперсия D_K и коэффициент вариации V_K целевой функции себестоимости $K(T)$ как функции случайного аргумента представляются как:

$$M_K = C(T^m + cT^{m-1}) + \frac{C}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} (T^m + cT^{m-1})(V_T T)^2, \quad (8)$$

$$D_K = [C(T^m + cT^{m-1})]^2 (V_T T)^2 + \left[\frac{C}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} (T^m + cT^{m-1})(V_T T)^2 \right]^2; \quad (9)$$

$$V_K = \sqrt{D_K} / M_K,$$

где параметр $c = t_c + A'/A$.

Закономерности изменения математического ожидания целевой функции $K(T)$ как функции случайного аргумента в зависимости от периода стойкости инструмента T целесообразно рассматривать на основании относительной функции $M_{oK} = M_K/K(T)$.

Графики двухпараметрических зависимостей математического ожидания целевой функции M_{oK} и коэффициента ее вариации V_K от периода стойкости инструмента T и коэффициента ее вариации V_T представлены на рис. 2.

График свидетельствует об экстремальном характере зависимости целевой функции себестоимости M_{oK} от параметра оптимизации (периода стойкости инструмента T).

Полученные зависимости подтверждают то, что математическое ожидание целевой функции M_K как функции случайного аргумента T отличается от значения целевой функции, рассчитанной по математическому ожиданию этого аргумента $\varphi(M_x) = \varphi(T)$. Количественно это отличие характеризуется величиной второго слагаемого в формуле (8), которое с достаточной степенью точности может служить оценкой погрешности приближенной аппроксимации случайных моделей детерминированными моделями. При этом изменяется не только величина целевой функции, но и оптимальное значение случайного аргумента.

Графики зависимости математического ожидания целевой функции M_K и ее доверительных интервалов (при 5 %-ном уровне значимости) от стойкости инструмента T (для ранее указанных результатов экспериментальных исследований) представлены на рис 3.

Без учета случайного характера стойкости инструмента (целевая функция $K(T)$) оптимальный период стойкости $T_o = 30$ мин (время смены инструмента $t_c = 5$ мин, отношение $A'/A = 2,5$).

С учетом коэффициента вариации стойкости инструмента ($V_{T1} = 0,4$; $V_{T2} = 0,85$) оптимальные периоды стойкости $T_{o1} = 34$ мин; $T_{o2} = 48$ мин.

С учетом случайного характера стойкости инструмента оптимальное значение периода стойкости T_o и целевая функция – себестоимость обработки M_{oK} , а также коэффициент ее

вариации V_K повышаются с увеличением коэффициента вариации V_T .

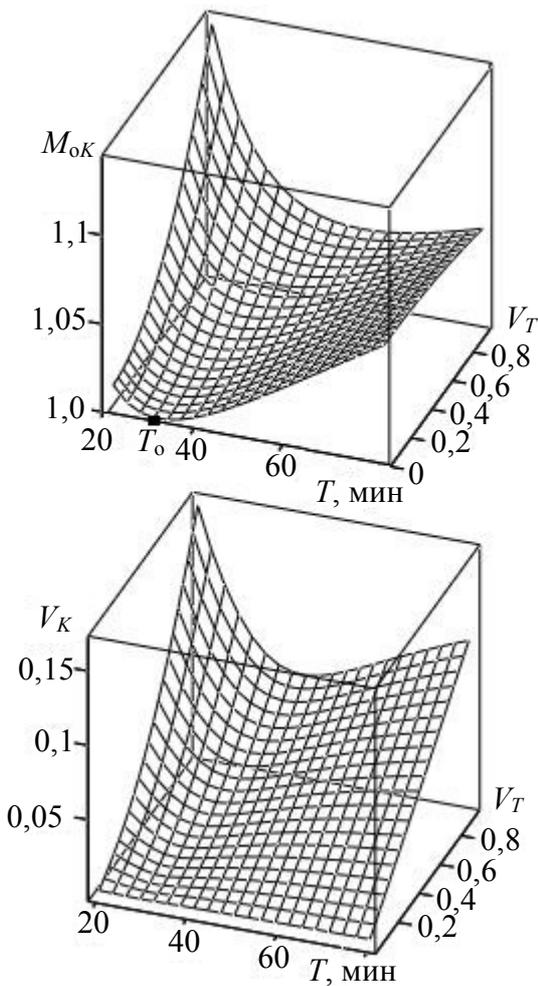


Рис. 2. Графики двухпараметрических зависимостей математического ожидания целевой функции $M_{ок}$ и коэффициента ее вариации V_K от периода стойкости инструмента T и коэффициента вариации V_T

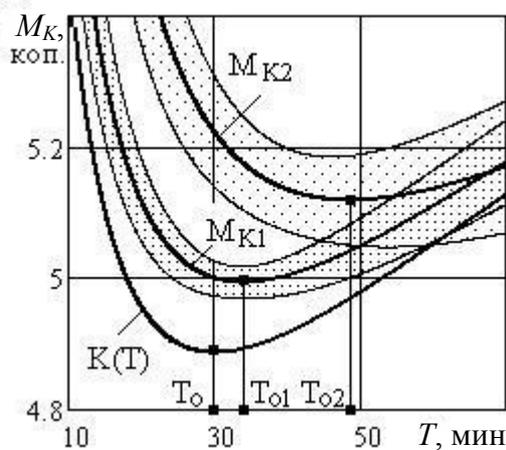


Рис. 3. Графики зависимости математического ожидания целевой функции M_K и ее доверительных интервалов от стойкости инструмента T

Для поиска оптимального значения периода

стойкости с учетом случайного характера критерия и параметра оптимизации численными методами решается дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial T} [T^m + cT^{m-1}] + \frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{(V_T T)^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} (T^m + cT^{m-1}) \right] = 0. \quad (10)$$

Без учета случайного характера стойкости инструмента (коэффициент вариации $V_T = 0$) оптимальный период стойкости T_0 определяется известной зависимостью:

$$T_0 = (1/m - 1)(t_c + A'/A). \quad (11)$$

С увеличением коэффициента вариации оптимальный период стойкости T_0 увеличивается. Поправочный коэффициент на оптимальный период стойкости $\mu(V_T) = T_0(V_T)/T_0(0)$, может быть определен численными методами, исходя из решений для различных значений коэффициента вариации стойкости V_T следующего дифференциального уравнения:

$$1 - \frac{\frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{(V_T T)^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} (T^m + cT^{m-1}) \right]}{(1/m - 1)(t_c + A'/A)} = 0. \quad (12)$$

На рис. 4, а представлен график зависимости поправочного коэффициента $\mu(V_T)$ на оптимальный период стойкости T_0 от коэффициента ее вариации V_T .

Для оценки оптимального периода стойкости с учетом коэффициентов вариации V_T в расчетную формулу (11) вводится поправочный коэффициент $\mu(V_T)$, определяемый с использованием графика, представленного на рис. 4, а.

$$T_i(V_T) = \mu(V_T)(1/m - 1)(t_{\tilde{n}} + A'/A). \quad (13)$$

При значении коэффициента вариации $V = 0$ рассеивание отсутствует, коэффициент $\mu(V_T) = 1$, что соответствует детерминированной модели. При коэффициенте вариации $V < 0,3$ степень его влияния на оптимальный период стойкости весьма незначительна, что свидетельствует о возможности использования детерминированной модели и расчетной формулы (11) с погрешностью, не превышающей 7%.

Существенное влияние на оптимальный период стойкости коэффициент вариации имеет при $V_T > 0,4$. В этом случае возможная ошибка в оценке оптимального периода стойкости может достигать 80%, что свидетельствует о необходимости учета случайного характера критерия и параметра оптимизации.

Для приближенной оценки оптимального периода стойкости при $V_T > 0,3$ поправочный коэффициент $\mu(V_T)$ может быть аппроксимирован следующей зависимостью:

$$\mu_a(V_T) = e^{0,8(V_T-0,3)} \text{ при } V_T \geq 0,3. \quad (14)$$

График аппроксимированной зависимости $\mu_a(V_T)$, представленный на рис. 4, б в логарифмической шкале, достаточно хорошо (погрешность не превышает 7 %) совпадает с поправочным коэффициентом на оптимальный период стойкости $\mu(V_T)$ в диапазоне изменения коэффициента вариации $V_T > 0,3$.

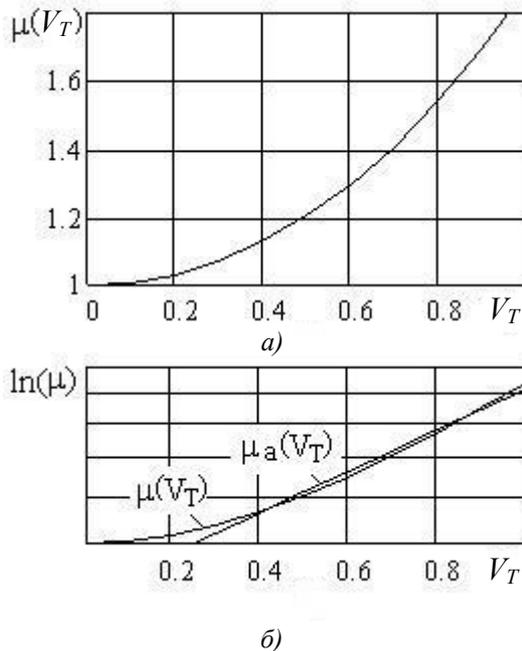


Рис. 4. Графики зависимостей теоретического $\mu(V_T)$ и аппроксимированного $\mu_a(V_T)$ поправочных коэффициентов на оптимальный период стойкости T_o от коэффициента вариации V_T

Оптимальная скорость резания v_o с учетом коэффициента вариации стойкости инструмента определяется по соответствующей оптимальной стойкости T_o :

$$v_o(V_T) = \frac{K_V(V_T) C_V K_V}{T_o^m S^{y_v} t_p^{x_p}}, \quad (15)$$

где $K_V(V_T) = \mu(V_T)^{-m}$ – поправочный коэффициент на оптимальную скорость резания, учитывающий коэффициент вариации стойкости инструмента: $K_V(0) = 1$; $K_V(0,4) = 0,97$; $K_V(0,8) = 0,92$; $K_V(1) = 0,88$.

Таким образом, представление критерия оптимизации как функции случайного аргумента дает возможность количественно оценить влияние рассеивания стойкости инстру-

мента, характеризуемой коэффициентом вариации V_T , на ее оптимальное значение и, соответственно, на оптимальную скорость резания.

Выводы

Разработана методика оптимизации режимов резания с учетом закона распределения стойкости режущего инструмента как случайной величины. На основании анализа критерия оптимизации – себестоимости как функции случайного аргумента получены аналитические зависимости, позволяющие количественно учитывать рассеивание стойкости режущего инструмента при определении ее оптимального значения, а также оптимального уровня скорости резания.

Предлагаемый метод учета коэффициента вариации при решении задачи оптимизации повышает эффективность использования режущего инструмента в реальных условиях эксплуатации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Старков, В.К. Физика и оптимизация резания материалов. – М.: Машиностроение, 2009. – 640 с.
2. Ивченко, Т.Г. Определение оптимального уровня показателей качества режущего инструмента с учетом случайного характера критерия и параметров оптимизации // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. – Донецк: ДонНТУ, 2004. – №27. – С. 97–104.
3. Ивченко, Т.Г. Прогнозирование параметров закона распределения стойкости режущего инструмента как случайной величины // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. – Донецк: ДонНТУ. – 2016. – №3(54). – С. 49–54.
4. Ивченко, Т.Г. Оптимизация режимов резания с учетом случайного характера стойкости режущего инструмента // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. – Донецк: ДонНТУ. – 2017. – №4(59). – С. 24–30.
5. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1979. – 576 с.

REFERENCES

1. Starkov, V.K. *Physics and Optimization of Metal Cutting*. – M.: Mechanical Engineering, 2009. – pp. 640.
2. Ivchenko, T.G. Optimum level definition of cutter quality taking into account random character of criterion and optimization parameters // *Efficient Technologies and Mechanical Engineering Systems*. – Donetsk: DonNTU, 2004. – No.27. – pp. 97-104.
3. Ivchenko, T.G. Parameter prediction of law of cutter durability distribution as random value // *Efficient Technologies and Mechanical Engineering Systems*. – Donetsk: DonNTU, 2016. – No.3 (54). – pp. 49-54.
4. Ivchenko, T.G. Cutting mode optimization taking into account random character of cutter durability // *Efficient Technologies and Mechanical Engineering Systems*. – Donetsk: DonNTU, 2017. – No.4 (59). – pp. 24-30.
5. Wentzel, E.S. *Probability Theory*. – M.: Science, 1979. – pp. 576.

Рецензент д.т.н. А.М. Козлов