

Научная статья

Статья в открытом доступе

УДК 531.351

doi: 10.30987/2782-5957-2022-11-32-38

МЕХАНИЧЕСКИЙ СТАБИЛИЗАТОР ВРАЩЕНИЯ

Валентин Дмитриевич Павлов^{1✉}

¹ Владимирский электромеханический завод, Владимир, Россия

¹ pavlov.val.75@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2125-4897>

Аннотация

Целью работы является нахождение механического аналога циклотронного движения и определение схемы соответствующего устройства, которое уместно назвать стабилизированным ротатором. Тема стабилизации частоты вращения является актуальной. При циклотронном движении лагранжиан электрона вдвое больше его кинетической энергии. В терминах «макромеханики» это соответствует равенству кинетической и потенциальной энергий. Указанное обстоятельство является ключевым для возможности обобщения циклотронного движения на механику. Из этого следует, что в состав стабилизированного ротатора должны входить элементы, которые в состоянии запастись оба этих вида энергии. Такими элементами являются груз и пружина. Собственная частота вращения стабилизированного ротатора строго фиксирована (не зависит ни от момента инерции, ни от момента импульса) и замечательным образом совпадает с собственной частотой колебаний маятника с идентичными параметрами. При изменении момента

импульса изменяется радиус и тангенциальная скорость (частота вращения при этом не меняется и равна собственной). При нулевом вращающем моменте в стационарном режиме частота вращения стабилизированного ротатора не может быть произвольной и принимает единственное значение. Подобно тому как при вынужденных колебаниях маятника частота не совпадает с собственной частотой, частота вращения стабилизированного ротатора при нагружении не совпадает с собственной частотой вращения. Стабилизированный ротатор может использоваться для управления собственной частотой колебаний радиального осциллятора, хотя в этом качестве он может иметь сильную конкуренцию со стороны мехатронных систем. Напротив, в качестве стабилизатора вращений его конкурентные возможности неоспоримы и определяются предельной простотой конструкции.

Ключевые слова: ротатор, маятник, частота, стабилизация, выбег, энергия, момент импульса, циклотронное движение.

Ссылка для цитирования:

Павлов В.Д. Механический стабилизатор вращения / В.Д. Павлов // Транспортное машиностроение. – 2022. - № 11. – С. 32 – 38. doi: 10.30987/2782-5957-2022-11-32-38.

Original article

Open Access Article

MECHANICAL ROTATION STABILIZER

Valentin Dmitrievich Pavlov^{1✉}

¹ Vladimir Electromechanical Plant, Vladimir, Russia

¹ pavlov.val.75@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2125-4897>

Abstract

The study objective is to find a mechanical analogue of cyclotron motion and to determine the structure of the corresponding device, which is appropriately called a stabilized rotator. The topic of speed stabilization is relevant. With cyclotron motion, the Lagrangian of an electron is twice as large as its kinetic energy. In terms of macromechanics, this corresponds to the equality of kinetic and potential energies. This condition is key to the possibility of generalizing cyclotron motion to mechanics. It follows from this that the com-

position of a stabilized rotator should include elements that are able to store both of these energy types. Such elements are the load and the spring. The natural rotation frequency of the stabilized rotator is strictly fixed (it does not depend on either the moment of inertia or the angular momentum) and remarkably coincides with the natural frequency of the pendulum with identical parameters. When the angular momentum changes, the radius and tangential velocity change (the rotation frequency does not change and is equal to its own). At

zero torque moment in stationary mode, the rotation frequency of the stabilized rotator cannot be arbitrary and takes a single value. Just as when the pendulum is forced to swing, the frequency does not coincide with its own frequency, the rotation frequency of the stabilized rotator does not coincide with its own rotation frequency when loaded. A stabilized rotor can be used to control the natural oscillation frequency of a radial

oscillator, although in this case it may have strong competition with mechatronic systems. On the contrary, as a rotation stabilizer, its competitive capabilities are undeniable and determined by the extremely simple design.

Keywords: rotator, pendulum, frequency, stabilization, running-out, energy, angular momentum, cyclotron motion.

Reference for citing:

Pavlov VD. Mechanical rotation stabilizer. *Transport Engineering*. 2022; 11:32-38. doi: 10.30987/2782-5957-2022-11-32-38.

Введение

Механические и электромагнитные явления и процессы во многих случаях математически изоморфны [1, 2]. Это дает возможность обобщать достижения одной научной специальности на другую. В этом

смысле представляет интерес циклотронное движение электрического заряда [3, 4], которое характеризуется *фиксированной частотой вращения*. Это следует из баланса сил.

$$F = qvB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \frac{qB}{m}r = \omega r \Rightarrow \omega = \frac{qB}{m}. \quad (1)$$

Здесь q – величина электрического заряда, v – тангенциальная скорость заряда, B – магнитная индукция, m – масса заряженной частицы, r – радиус циклотронного движения, ω – частота вращения.

Частота действительно не зависит ни от скорости, ни от радиуса.

Ключевым обстоятельством для возможности обобщения циклотронного движения на механику является то, что лагранжиан электрона, движущегося поперек постоянного магнитного поля, вдвое больше его кинетической энергии.

$$L = \frac{mv^2}{2} + e(\mathbf{v}, \mathbf{A}). \quad (2)$$

Здесь \mathbf{v} – тангенциальная скорость заряда в векторной форме записи.

Векторный потенциал магнитного поля равен

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2}[\mathbf{B}, \mathbf{r}]. \quad (3)$$

При этом $\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}]$. Таким образом,

$$L = \frac{mv^2}{2} + \frac{q^2 B^2 r^2}{2m}. \quad (4)$$

Второе слагаемое равно

$$\frac{q^2 B^2 r^2}{2m} = \frac{q^2 B^2}{2m} \frac{m^2 v^2}{q^2 B^2} = \frac{mv^2}{2}. \quad (5)$$

$$L = 2 \frac{mv^2}{2} \quad (6)$$

Целью работы является нахождение механического аналога циклотронного движения и определение схемы соответствующего устройства, которое уместно назвать стабилизированным ротатором.

Тема стабилизации вращения является актуальной [5–7].

Материалы, модели, эксперименты и методы

Неизменность частоты циклотронного движения обусловлена равенством кинетической и потенциальной (в терминах «макроемеханики») энергий электрона. Это обстоятельство является основанием для предположения о том, что обеспечение такого же равенства в механической системе также может привести к неизменности ее частоты вращения. Перечень необходимых материалов также вытекает из указанного

обстоятельства. Для запасаения кинетической энергии требуется груз с возможностью движения, а для потенциальной – пружина.

Для решения задач настоящего исследования кроме этого используются методы синтеза и анализа механических систем, включая исследование их кинематики и динамики с применением традиционного математического аппарата.

Результаты

Синтез стабилизированного ротатора. В соответствии с характером циклотронного движения и, соответственно, ротатора,

$$\frac{k(\Delta x)^2}{2} = \frac{mv^2}{2} = \frac{mr^2\omega^2}{2} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \frac{\Delta x}{r}. \quad (7)$$

Здесь Δx – величина абсолютной деформации пружины.

Неизменность циклической частоты обеспечивается очевидным ключевым условием

$$\Delta x = r. \quad (8)$$

Установленные необходимые обстоятельства определяют принципиальную схему стабилизированного ротатора, которая представлена на рисунке.

Собственная частота вращения стабилизированного ротатора

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (9)$$

строго фиксирована (не зависит ни от момента инерции, ни от момента импульса) и замечательным образом совпадает с собственной частотой *колебаний* маятника с идентичными параметрами [8].

необходимо имеет место *радиус* вращения (r) и *циклическая частота* (ω).

Из равенства энергий следует

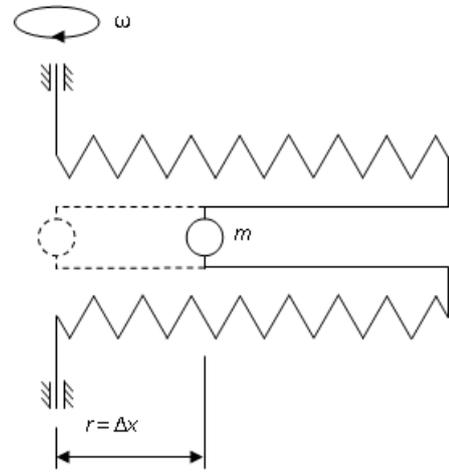


Рисунок. Стабилизированный ротатор
Fig. Stabilized rotator

Кинематика стабилизированного ротатора. Момент импульса стабилизированного ротатора равен

$$L = J\omega_0 = mr^2\omega_0 = mr^2\sqrt{\frac{k}{m}} = r^2\sqrt{mk}. \quad (10)$$

Здесь J – момент инерции,

$$x_\omega = \sqrt{mk} \quad (11)$$

– волновой реактанс [9].

$$r = \frac{v}{\omega_0}. \quad (12)$$

$$L = r^2 x_\omega = \frac{v^2}{\omega_0^2} x_\omega = v^2 \frac{m}{k} \sqrt{mk} = \frac{m}{\omega_0} v^2, \quad (13)$$

При изменении момента импульса изменяется радиус и тангенциальная скорость (частота вращения при этом не меняется и равна собственной).

Положению груза, при котором его центр масс совпадает с осью вращения, соответствует состояние неопределенного равновесия. При вращении груз равномерно может отклониться в любую из двух сторон и, соответственно, может развиваться как сжатие, так и растяжение пружины.

Состояние неопределенного равновесия можно исключить, обеспечив начальное (статическое) смещение груза r_0 и равную ему начальную деформацию пружины.

Динамика стабилизированного ротатора. При раскручивании преднатяженного ротатора до частоты ω_0 центробежная сила $m\omega^2 r$ меньше силы начальной деформации пружины kr_0 , поэтому радиус r_0 не изменяется. Это участок линейной динамики $[0, \omega_0]$.

$$r = r_0, \quad \omega = \frac{M}{mr_0^2} t. \quad (14)$$

За время t_0 при постоянном вращающем моменте M ротатор достигнет частоты вращения ω_0 .

$$t_0 = \frac{\omega_0 mr_0^2}{M} = \frac{\sqrt{mk} r_0^2}{M} = \frac{L_0}{M}. \quad (15)$$

При дальнейшем нагружении стабилизированного ротора вращающим моментом его динамика (нелинейный уча-

сток) описывается системой двух дифференциальных уравнений – вращательного и поступательного (радиального)

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = \frac{M}{J} = \frac{M}{mr^2} \\ m \frac{d^2r}{dt^2} = \frac{mv^2}{r} - kr = \frac{m\omega^2 r^2}{r} - kr = (m\omega^2 - k)r \end{cases} \quad (16)$$

Трение здесь не учитывается.

Начальные условия:

$$\omega|_{t=t_0} = \omega_0, \quad r|_{t=t_0} = r_0, \quad \left. \frac{dr}{dt} \right|_{t=t_0} = 0. \quad (17)$$

Из системы уравнений и начальных условий следует

$$\left. \frac{d\omega}{dt} \right|_{t=t_0} = \frac{M}{mr_0^2}. \quad (18)$$

$$\left. \frac{d^2\omega}{dt^2} = -2 \frac{M}{mr^3} \frac{dr}{dt}, \frac{d^2\omega}{dt^2} \right|_{t=t_0} = 0. \quad (19)$$

$$\left. \frac{d^2r}{dt^2} = (\omega^2 - \omega_0^2)r, \frac{d^2r}{dt^2} \right|_{t=t_0} = 0. \quad (20)$$

$$\left. \frac{d^3r}{dt^3} = 2\omega \frac{d\omega}{dt} r + (\omega^2 - \omega_0^2) \frac{dr}{dt}, \frac{d^3r}{dt^3} \right|_{t=t_0} = 2\omega_0 \frac{M}{mr_0^2} r_0 = 2\omega_0 \frac{M}{mr_0}. \quad (21)$$

$$\left. \frac{d^3\omega}{dt^3} = 6 \frac{M}{mr^4} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 - 2 \frac{M}{mr^3} \frac{d^2r}{dt^2}, \frac{d^3\omega}{dt^3} \right|_{t=t_0} = 0. \quad (22)$$

$$\left. \frac{d^4\omega}{dt^4} = -24 \frac{M}{mr^5} \left(\frac{dr}{dt} \right)^3 + 6 \frac{M}{mr^4} 2 \frac{dr}{dt} \frac{d^2r}{dt^2} + 6 \frac{M}{mr^4} \frac{dr}{dt} \frac{d^2r}{dt^2} - 2 \frac{M}{mr^3} \frac{d^3r}{dt^3}, \right. \quad (23)$$

$$\left. \frac{d^4\omega}{dt^4} \right|_{t=t_0} = -2 \frac{M}{mr_0^3} 2\omega_0 \frac{M}{mr_0} = -4\omega_0 \frac{M^2}{m^2 r_0^4}. \quad (24)$$

$$\left. \frac{d^4r}{dt^4} = 2 \left(\frac{d\omega}{dt} \right)^2 r + 2\omega \frac{d^2\omega}{dt^2} r + 2\omega \frac{d\omega}{dt} \frac{dr}{dt} + 2\omega \frac{d\omega}{dt} \frac{dr}{dt} + (\omega^2 - \omega_0^2) \frac{d^2r}{dt^2}, \right. \quad (25)$$

$$\left. \frac{d^4r}{dt^4} \right|_{t=t_0} = 2 \left(\frac{M}{mr_0^2} \right)^2 r = \frac{2M^2}{m^2 r_0^3}. \quad (26)$$

Таким образом, частота вращения стабилизированного ротора и радиус представимы в виде:

$$\begin{aligned} \omega &\approx \frac{1}{0!} \omega(0)t^0 + \frac{1}{1!} \frac{d\omega}{dt}(0)t^1 + \frac{1}{2!} \frac{d^2\omega}{dt^2}(0)t^2 + \frac{1}{3!} \frac{d^3\omega}{dt^3}(0)t^3 + \frac{1}{4!} \frac{d^4\omega}{dt^4}(0)t^4 + \dots = \\ &= \omega_0 + \frac{M}{mr_0^2} t + \frac{1}{2!} 0t^2 + \frac{1}{3!} 0t^3 - \frac{1}{4!} 4\omega_0 \frac{M^2}{m^2 r_0^4} t^4 + \dots = \\ &= \omega_0 + \frac{M}{mr_0^2} t - \frac{\omega_0 M^2}{6m^2 r_0^4} t^4 + \dots \end{aligned} \quad (27)$$

$$r \approx \frac{1}{0!} r(0)t^0 + \frac{1}{1!} \frac{dr}{dt}(0)t^1 + \frac{1}{2!} \frac{d^2r}{dt^2}(0)t^2 + \frac{1}{3!} \frac{d^3r}{dt^3}(0)t^3 + \frac{1}{4!} \frac{d^4r}{dt^4}(0)t^4 + \dots =$$

$$\begin{aligned}
&= r_0 + 0t + \frac{1}{2!} 0t^2 + \frac{1}{3!} 2\omega_0 \frac{M}{mr_0} t^3 + \frac{1}{4!} \frac{2M^2}{m^2 r_0^3} t^4 + \dots = \\
&= r_0 + \frac{\omega_0 M}{3mr_0} t^3 + \frac{M^2}{12m^2 r_0^3} t^4 + \dots .
\end{aligned} \tag{28}$$

Вопрос о сходимости рядов здесь не рассматривается.

Смысл последних двух уравнений состоит в иллюстрации нелинейности динамики стабилизированного ротатора при нагружении его постоянным вращающим (тормозящим) моментом.

Подобно тому как при вынужденных колебаниях маятника частота не совпадает с собственной частотой, частота вращения стабилизированного ротатора при нагружении не совпадает с собственной частотой вращения.

Из (27) следует, что чем меньше момент M и больше m и r_0 , тем меньше от-

клонение частоты вращения ω от собственной ω_0 .

Второе замечательное свойство стабилизированного ротатора. (Первым является фиксированная собственная частота вращения (9) и ее совпадение с собственной частотой колебаний маятника).

При *вынужденном* вращении стабилизированного ротатора с постоянной частотой

$$\omega = a\omega_0 \tag{29}$$

(a – безразмерный коэффициент) его радиальная динамика определяется уравнением

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \left(\omega^2 - \frac{k}{m} \right) r = (a^2 \omega_0^2 - \omega_0^2) r = -(1 - a^2) \omega_0^2 r. \tag{30}$$

В зависимости от значения a возможны три варианта.

1. При $a < 1$ имеет место дифференциальное уравнение свободных гармонических незатухающих колебаний с собственной частотой

$$2. \text{ При } a = 1 \quad \frac{d^2 r}{dt^2} = 0, \quad \frac{dr}{dt} = V = \text{const}, \quad r = r_{01} + Vt.$$

Колебания не происходят.

$$3. \text{ При } a > 1 \quad \frac{d^2 r}{dt^2} = (a^2 - 1) \omega_0^2 r, \quad r = r_{01} e^{(\omega_0 \sqrt{a^2 - 1})t}.$$

Колебания не происходят.

Затухание колебаний в стабилизированном ротаторе принципиально не отличается от затухания в обычном маятнике [10].

Выбег ротатора в стабилизированном режиме. Минимальная полная энергия стабилизированного ротатора в стабилизированном режиме соответствует статическому смещению груза r_0 .

$$W_0 = K_0 + U_0 = 2K_0 = 2U_0 = kr_0^2. \tag{32}$$

Максимальная полная энергия теоретически не ограничена, а практически

$$\omega_a = \omega_0 \sqrt{1 - a^2}. \tag{31}$$

Таким образом, стабилизированный ротатор доставляет возможность управлять собственной частотой колебаний радиального осциллятора.

определяется конструктивно установленным максимальным радиусом r_m .

$$W_m = kr_m^2. \tag{33}$$

Пусть средняя за выбег мощность диссипативных потерь равна P .

Тогда время выбега составит

$$\tau = \frac{W_m - W_0}{P} = k \frac{r_m^2 - r_0^2}{P}. \tag{34}$$

Очевидно, что чем меньше P , тем меньше отклонение частоты вращения ω от собственной ω_0 .

Обсуждение/Заключение

Заявленная цель работы достигнута. Механический аналог циклотронного движения определен. Им является стабилизированный ротатор, обладающий фиксированной частотой вращения, не зависящей от момента импульса и момента инерции.

Аналогия между циклотронным движением и вращением стабилизированного ротатора заключается в том, что в *стационарных* режимах они оба характеризуются фиксированной частотой вращения.

Другими особенностями стабилизированного ротатора являются идентичность формулы частоты вращения формуле частоты пружинного маятника, равен-

ство кинетической и потенциальной энергий и вытекающее из этого равенство радиуса вращения груза величине деформации пружины.

Стабилизированный ротатор может использоваться для управления собственной частотой колебаний радиального осциллятора, хотя в этом качестве он может иметь сильную конкуренцию со стороны мехатронных систем.

Напротив, в качестве стабилизатора вращений его конкурентные возможности неоспоримы и определяются предельной простотой конструкции.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Павлов В.Д. Теоремы об излучении заряда. *Инженерная физика*. 2021; 6:37–40. doi: 10.25791/infizik.6.2021.1213.
2. Павлов В.Д. Энергетика излучения электрического заряда и ее следствия. *Известия Уфимского научного центра РАН*. 2021; 4:5–8. doi: 10.31040/2222-8349-2021-0-4-5-8.
3. Павлов В.Д. Математические модели резонансных и антирезонансных процессов. *Вестник Уральского государственного университета путей сообщения*. 2021; 1(49):17–27. doi: 10.20291/2079-0392-2021-1-17-27.
4. Павлов В.Д. О неоднозначности механической мощности. *Advanced Engineering Research*. 2022; 1:24–29. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2022-22-1-24-29>.
5. Павлов В.Д. Накопитель энергии транспортно-технологической машины с возможностью автоматического управления. *Автоматизированные технологии и производства*. 2021; 2(24):7–10.
6. Павлов В.Д. Механическая мощность при гармонических воздействиях. *Современные технологии. Системный анализ. Моделирование*. 2022; 1(73):30–38. doi: 10.26731/1813-9108.2022.1(73).30-38.

7. Евсеев Д.Г., Сарычев Ю.Н., Беспалько С.В. Математическая модель гасителя колебаний вагона на основе вязкого трения. *Транспортное машиностроение*. 2022; 1-2(1-2):89-95. doi: 10.30987/2782-5957-2022-01-02-89-95.
8. Щетинин В.С., Саблин П.А. Взаимосвязь пространственных колебаний с шероховатостью обработанной поверхности на примере точения. *Вестник Брянского государственного технического университета*. 2021; 1(98):4-9. doi: 10.30987/1999-8775-2021-1-4-9.
9. Киричек А.А. Система активного мониторинга состояния опор ротора турбогенератора микро-турбинной установки. *Вестник Брянского государственного технического университета*. 2021; 5(102):48-54. doi: 10.30987/1999-8775-2021-5-48-54.
10. Тихомиров В.П., Горленко А.О., Волохов С.Г., Измеров М.А. Влияние магнитного поля на триботехнические показатели неподвижных соединений применительно к фрикционным гасителям колебаний. *Вестник Брянского государственного технического университета*. 2020; 10(95):4-11. doi: 10.30987/1999-8775-2020-10-4-11.

REFERENCES

1. Pavlov V.D. Charge emission theorems. *Engineering Physics*. 2021;6:37–40. doi: 10.25791/infizik.6.2021.1213.
2. Pavlov V.D. The energy of electric charge radiation and its consequences. *Izvestiya Ufimskogo Nauchnogo Tsentra RAN*. 2021;4:5-8. doi: 10.31040/2222-8349-2021-0-4-5-8.
3. Pavlov V.D. Mathematical models of resonant and antiresonance processes. *Herald of the Ural State University of Railway Transport*. 2021;1(49):17–27. doi: 10.20291/2079-0392-2021-1-17-27.

4. Pavlov V.D. On the ambiguity of mechanical power. *Advanced Engineering Research*. 2022;1:24-29. Available from: <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2022-22-1-24-29>
5. Pavlov V.D. Energy storage of a transport and technological machine with the possibility of automatic control. *Automated Technologies and Production*. 2021;2(24):7-10.
6. Pavlov V.D. Mechanical power under harmonic influences. *Modern Technologies. System Analysis*.

- Modeling. 2022;1(73):30–38. doi: 10.26731/1813-9108.2022.1(73).30-38.
7. Evseev DG, Sarychev YuN, Bepalko SV. Mathematical model of a car vibration damper based on viscous friction. *Transport Engineering*. 2022;1-2(1-2):89-95. doi: 10.30987/2782-5957-2022-01-02-89-95.
 8. Shchetinin VS, Sablin PA. Interaction of spatial oscillation with roughness of surface worked by example of turning. *Bulletin of Bryansk State Technical University*. 2021;1(98):4-9. doi: 10.30987/1999-8775-2021-1-4-9.
 9. Kirichek AA. System for active monitoring of rotor bearing state in turbine generator of micro-turbine installation. *Bulletin of Bryansk State Technical University*. 2021;5(102):48-54. doi: 10.30987/1999-8775-2021-5-48-54.
 10. Tikhomirov VP, Gorlenko AO, Volokhov SG, Izmerov MA. Magnetic field impact upon tribotechnical characteristics of permanent connections in relation to friction vibration shock absorbers. *Bulletin of Bryansk State Technical University*. 2020;10(95):4-11. doi: 10.30987/1999-8775-2020-10-4-11.

Информация об авторе:

Павлов Валентин Дмитриевич – кандидат технических наук, начальник научно-информационного отдела Владимирского электромеханического заво-

да, г. Владимир, ул. Ноябрьская, 127, 600901, тел.: 8-951-270-50-65, e-mail: pavlov.val.75@mail.ru, AuthorID-РИНЦ: 1073601.

Pavlov Valentin Dmitrievich - Candidate of Technical Sciences, Head of the Scientific and Information Department at Vladimir Electromechanical Plant,

600901, 127 Noyabrskaya Str., Vladimir, Russia, phone: 8-951-270-50-65, e-mail: pavlov.val.75@mail.ru, AuthorID-RSCI: 1073601.

**Статья опубликована в режиме Open Access.
Article published in Open Access mode.**

Статья поступила в редакцию 15.06.2022; одобрена после рецензирования 23.06.2022; принята к публикации 25.10.2022. Рецензент – Пугачев А.А. доктор технических наук, доцент, зав. кафедрой «Промышленная электротехника и электроника» Брянского государственного технического университета, член редсовета журнала «Транспортное машиностроение».

The article was submitted to the editorial office on 15.06.2022; approved after review on 23.06.2022; accepted for publication on 25.10.2022. The reviewer is Pugachev A.A., Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Industrial Electrical Engineering and Electronics at Bryansk State Technical University, member of the Editorial Board of the journal *Transport Engineering*.