

**СЕКЦИЯ «МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ, ФИЗИЧЕСКИХ И РАДИОСИСТЕМ
ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ, ПРОИЗВОДСТВЕ, НАУЧНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЯХ И В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ»**

SECTION «SIMULATION OF ELECTRONIC ELECTROTECHNICAL, PHYSICAL
AND RADIO SYSTEMS IN DESIGNING, PRODUCTION, SCIENTIFIC RESEARCHES
AND IN THE EDUCATIONAL PROCESS»

УДК 004.3.047

DOI: 10.30987/conferencearticle_61c997efc75c07.80090736

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОДНОРОДНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
MAX, MIN НА ОСНОВЕ ФУНКЦИЙ ДВУЗНАЧНОЙ ЛОГИКИ**

Дмитрий Васильевич Андреев, профессор каф. «Проектирование
и технология электронных средств», доцент, д.т.н., d.andreev1@yandex.ru

Артём Юрьевич Дороднов, магистрант, aptuxa730@mail.ru

Данил Сергеевич Любецкий, магистрант, lyubetsky98@mail.ru

Ульяновский государственный технический университет
Россия, Ульяновск

*Аннотация. Рассмотрены примеры применения двузначных логических функций
для описания базовых операций многозначной логики.*

*Ключевые слова: двузначные логические функции, многозначная логика,
однородные устройства.*

**MATHEMATICAL MODELS OF HOMOGENEOUS ELEMENTS
MAX, MIN BASED ON TWO-DIGIT LOGIC FUNCTIONS**

Dmitriy V. Andreev, professor at the department of «Design and technology of electronic means»,
docent, dr.tech.sc., d.andreev1@yandex.ru

Artem Y. Dorodnov, master's student, aptuxa730@mail.ru

Danil S. Lyubetsky, master's student, lyubetsky98@mail.ru

ULSTU, Russia, Ulyanovsk

*Abstract. Examples of using two-digit logical functions to describe basic operations of
multi-valued logic are discussed.*

Keywords: two-digit logical functions, multi-valued logic, homogeneous devices.

Элементы MAX, MIN являются базовыми элементами логических модулей с многозначным входным (выходным) алфавитом. При этом, если многозначность обрабатываемых переменных задается кортежем двоичных сигналов, то указанные элементы строятся на основе функций двузначной логики. В работах [1-5] рассмотрены элементы MAX, MIN, в математических моделях которых использован булевый функциональный базис. Недостатком таких элементов является неоднородность аппаратного состава, обусловленная тем, что они содержат логические элементы нескольких типов.

© Андреев Д.В., Дороднов А.Ю., Любецкий Д.С., 2021
САПР и моделирование в современной электронике. С. 213 – 216.

В данной работе предлагаются математические модели элементов MAX, MIN, свободных от указанного недостатка.

Рассмотрим следующую функцию двухзначной логики:

$$c_{n-i} = \overline{a_{n-i} \vee z_{1(i-1)} \vee b_{n-i} \vee z_{2(i-1)}}, \quad (1)$$

где $i = \overline{1, n}$; $a_{n-i}, b_{n-i} \in \{0, 1\}$ – соответствующие разряды n -разрядных двоичных переменных $A = (a_{n-1} \dots a_0)_2$, $B = (b_{n-1} \dots b_0)_2$; $\vee, \overline{}$ – символы операций ИЛИ, НЕ;

$$z_{1(i-1)} = \begin{cases} 0 & \text{при } i=1 \\ \overline{a_{n-i+1} \vee z_{1(i-2)} \vee b_{n-i+1} \vee z_{2(i-2)} \vee z_{1(i-2)}} & \text{при } i > 1 \end{cases}; \quad (2a)$$

$$z_{2(i-1)} = \begin{cases} 0 & \text{при } i=1 \\ \overline{b_{n-i+1} \vee z_{2(i-2)} \vee a_{n-i+1} \vee z_{1(i-2)} \vee z_{2(i-2)}} & \text{при } i > 1 \end{cases}. \quad (2б)$$

В табл.1 приведены значения реализуемых выражениями (2) функций $z_{1(i-1)}(z_{1(i-2)}, z_{2(i-2)}, a_{n-i+1}, b_{n-i+1})$, $z_{2(i-1)}(z_{1(i-2)}, z_{2(i-2)}, a_{n-i+1}, b_{n-i+1})$ на всех возможных наборах значений их аргументов.

Таблица 1 – Значения выражений (2) при $i > 1$

$z_{1(i-2)}$	$z_{2(i-2)}$	a_{n-i+1}	b_{n-i+1}	$z_{1(i-1)}$	$z_{2(i-1)}$
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	0

Из табл.1 следует, что: 1) $z_{1(i-1)} = 0$ и $z_{2(i-1)} = 1$ ($z_{1(i-1)} = 1$ и $z_{2(i-1)} = 0$) когда $z_{1(i-2)} = 0$ и $z_{2(i-2)} = 1$ ($z_{1(i-2)} = 1$ и $z_{2(i-2)} = 0$) или $z_{1(i-2)} = z_{2(i-2)} = 0$ и $a_{n-i+1} < b_{n-i+1}$ ($z_{1(i-2)} = z_{2(i-2)} = 0$ и $b_{n-i+1} < a_{n-i+1}$); 2) $z_{1(i-1)} = z_{2(i-1)} = 0$ когда $z_{1(i-2)} = z_{2(i-2)} = 0$ и $a_{n-i+1} = b_{n-i+1}$.

Таким образом, с учетом (1) имеем

$$c_{n-1} = \begin{cases} a_{n-1} & \text{при } a_{n-1} \leq b_{n-1} \\ b_{n-1} & \text{при } b_{n-1} < a_{n-1} \end{cases}, \quad (3a)$$

$$c_{n-k} = \begin{cases} a_{n-k} & \text{при } a_{n-1} \dots a_{n-k+1} = b_{n-1} \dots b_{n-k+1} \text{ и } a_{n-k} \leq b_{n-k} \\ & \text{или при } a_{n-1} \dots a_{n-k+1} < b_{n-1} \dots b_{n-k+1} \\ b_{n-k} & \text{при } a_{n-1} \dots a_{n-k+1} = b_{n-1} \dots b_{n-k+1} \text{ и } b_{n-k} < a_{n-k} \\ & \text{или при } b_{n-1} \dots b_{n-k+1} < a_{n-1} \dots a_{n-k+1} \end{cases} . \quad (36)$$

Здесь и ниже $k = \overline{2, n}$; $a_{n-1} \dots a_{n-k+1}$ и $b_{n-1} \dots b_{n-k+1}$ – фрагменты n -разрядных двоичных переменных $A = (a_{n-1} \dots a_0)_2$, $B = (b_{n-1} \dots b_0)_2$. Из равенств (3) следует, что n -разрядная двоичная переменная $C = (c_{n-1} \dots c_0)_2$, разряды которой формирует функция (1), является результатом операции $\min(A, B)$.

Далее рассмотрим функцию двузначной логики, полученную с помощью двойственного преобразования функции (1) и имеющую следующий вид:

$$c_{n-i}^{\text{д}} = D(c_{n-i}) = \overline{\overline{a_{n-i} \cdot z_{1(i-1)}^{\text{д}} \cdot b_{n-i} \cdot z_{2(i-1)}^{\text{д}}}} , \quad (4)$$

где

$$z_{1(i-1)}^{\text{д}} = D(z_{1(i-1)}) = \begin{cases} 1 & \text{при } i=1 \\ \overline{\overline{a_{n-i+1} \cdot z_{1(i-2)}^{\text{д}} \cdot b_{n-i+1} \cdot z_{2(i-2)}^{\text{д}} \cdot z_{1(i-2)}^{\text{д}}}} & \text{при } i>1 \end{cases} ; \quad (5a)$$

$$z_{2(i-1)}^{\text{д}} = D(z_{2(i-1)}) = \begin{cases} 1 & \text{при } i=1 \\ \overline{\overline{b_{n-i+1} \cdot z_{2(i-2)}^{\text{д}} \cdot a_{n-i+1} \cdot z_{1(i-2)}^{\text{д}} \cdot z_{2(i-2)}^{\text{д}}}} & \text{при } i>1 \end{cases} . \quad (5b)$$

Здесь $D()$ и \cdot – оператор двойственного преобразования и символ операции И.

В табл.2 приведены значения представляемых выражениями (5) функций $z_{1(i-1)}^{\text{д}}(z_{1(i-2)}^{\text{д}}, z_{2(i-2)}^{\text{д}}, a_{n-i+1}, b_{n-i+1})$, $z_{2(i-1)}^{\text{д}}(z_{1(i-2)}^{\text{д}}, z_{2(i-2)}^{\text{д}}, a_{n-i+1}, b_{n-i+1})$ на всех возможных наборах значений их аргументов.

Таблица 2 – Значения выражений (5) при $i > 1$

$z_{1(i-2)}^{\text{д}}$	$z_{2(i-2)}^{\text{д}}$	a_{n-i+1}	b_{n-i+1}	$z_{1(i-1)}^{\text{д}}$	$z_{2(i-1)}^{\text{д}}$
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	0

Анализ данных, приведенных в табл.2, позволяет заключить, что: 1) $z_{1(i-1)}^{\text{д}} = 1$ и $z_{2(i-1)}^{\text{д}} = 0$ ($z_{1(i-1)}^{\text{д}} = 0$ и $z_{2(i-1)}^{\text{д}} = 1$) когда $z_{1(i-2)}^{\text{д}} = 1$ и $z_{2(i-2)}^{\text{д}} = 0$ ($z_{1(i-2)}^{\text{д}} = 0$ и $z_{2(i-2)}^{\text{д}} = 1$) или $z_{1(i-2)}^{\text{д}} = z_{2(i-2)}^{\text{д}} = 1$ и $a_{n-i+1} > b_{n-i+1}$ ($z_{1(i-2)}^{\text{д}} = z_{2(i-2)}^{\text{д}} = 1$ и $b_{n-i+1} > a_{n-i+1}$); 2) $z_{1(i-1)}^{\text{д}} = z_{2(i-1)}^{\text{д}} = 1$ когда $z_{1(i-2)}^{\text{д}} = z_{2(i-2)}^{\text{д}} = 1$ и $a_{n-i+1} = b_{n-i+1}$.

С учетом (4) и результатов указанного анализа можно записать

$$c_{n-1}^{\text{д}} = \begin{cases} a_{n-1} & \text{при } a_{n-1} \geq b_{n-1} \\ b_{n-1} & \text{при } b_{n-1} > a_{n-1} \end{cases}, \quad (6a)$$

$$c_{n-k}^{\text{д}} = \begin{cases} a_{n-k} & \text{при } a_{n-1} \cdot a_{n-k+1} = b_{n-1} \cdot b_{n-k+1} \text{ и } a_{n-k} \geq b_{n-k} \\ & \text{или при } a_{n-1} \cdot a_{n-k+1} > b_{n-1} \cdot b_{n-k+1} \\ b_{n-k} & \text{при } a_{n-1} \cdot a_{n-k+1} = b_{n-1} \cdot b_{n-k+1} \text{ и } b_{n-k} > a_{n-k} \\ & \text{или при } b_{n-1} \cdot b_{n-k+1} > a_{n-1} \cdot a_{n-k+1} \end{cases}. \quad (6b)$$

На основании выражений (6) нетрудно сделать вывод, что функция (4) формирует разряды n -разрядной двоичной переменной $C^{\text{д}} = (c_{n-1}^{\text{д}} \dots c_0^{\text{д}})_2$, для которой справедливо равенство $C^{\text{д}} = \max(A, B)$.

Таким образом, логические функции (1), (4) являются математическими моделями элементов MIN, MAX, соответственно. При этом такие элементы будут иметь однородный аппаратный состав, поскольку элемент MAX (MIN) может быть построен с использованием логических элементов И-НЕ (ИЛИ-НЕ).

Список литературы

1. Андреев, Д.В. Универсальные логические модули для обработки многозначных и континуальных данных / Д.В. Андреев. – Ульяновск: УлГТУ, 2010. – 234 с.
2. Пат. 2300130 на изобретение, Российская Федерация, МПК G 06 F 7/02. Устройство селекции меньшего из двух двоичных чисел / Андреев Д.В.; заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО «Ульян. гос. техн. ун-т». – № 2006100459/09; заявл. 10.01.2006; опубл. 27.05.2007, Бюл. № 15. – 6 с.
3. Пат. 2300135 на изобретение, Российская Федерация, МПК G 06 F 7/02. Устройство селекции большего из двух двоичных чисел / Андреев Д.В.; заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО «Ульян. гос. техн. ун-т». – № 2006100469/09; заявл. 10.01.2006; опубл. 27.05.2007, Бюл. № 15. – 6 с.
4. Пат. 2363034 на изобретение, Российская Федерация, МПК G 06 F 7/02. Устройство селекции большего из двух двоичных чисел / Андреев Д.В.; заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО «Ульян. гос. техн. ун-т». – № 2008100526/09; заявл. 09.01.2008; опубл. 27.07.2009, Бюл. № 21. – 6 с.
5. Пат. 2606311 на изобретение, Российская Федерация, МПК G 06 F 7/00. Селектор двоичных чисел / Андреев Д.В., Каргов П.Н.; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО «Ульян. гос. техн. ун-т». – № 2015117731; заявл. 12.05.2015; опубл. 10.01.2017, Бюл. № 1. – 10 с.

Материал принят к публикации 08.10.21.