

УДК 621.62-50

DOI: 10.30987/conferencearticle\_61c997efa26d61.70234215

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ОТДЕЛКИ ТКАНЕЙ

*Давронбек Абдалимович Халматов*, доцент, к.т.н., holdav@mail.ru

*Дилноза Рахмановна Хушназарова*, ст. преп., dxushnazarova@mail.ru

Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности, кафедра  
«Автоматизация и управление технологических процессов и производств»  
Узбекистан, Ташкент

*Аннотация. В статье рассмотрен процесс отделки тканей как линейный динамический объект. Представлена математическая модель на основе методов аппроксимации.*

*Ключевые слова: передаточная функция, нелинейной зависимость, коэффициент усиления, процесс дозирования химикатов, линейный динамический объект.*

### DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF THE FABRIC FINISHING PROCESS

Davronbek Ab. Khalmatov, associate professor, candidate of technical sciences, holdav@mail.ru

Dilnoza R. Khushnazarova, senior lecturer, dxushnazarova@mail.ru

Tashkent Institute of Textile and Light Industry, Department of Automation and Control of  
Technological Processes and Production, Uzbekistan, Tashkent

*Abstract. In the article considered the process of dosage of chemicals for bleaching of tissues as a linear dynamic object. Presented a mathematical model based on approximation methods.*

*Keywords: transfer function, nonlinear dependence, gain, chemical dosing process, linear dynamic object.*

**Введение.** В настоящее время огромное значение приобретает обеспечение высокого уровня механизации и автоматизации технологических процессов текстильной промышленности, в том числе и отделочного производства. В основных направлениях экономического и социального развития Узбекистана в данный период перед легкой промышленностью поставлена задача улучшения автоматизации прядильных, ткацких, трикотажных, в том числе и отделочных производств, быстрого переналаживания поточных линии по выпуску массовых видов тканей, модной одежды высокого качества. Для отделочного производства текстильной промышленности выполнение этой программы связано с техническим перевооружением, переходом к новому автоматизированному оборудованию, использованием интенсифицированных и ускоренных технологических процессов, происходящих в растворах при повышенных температурах и давлениях, в условиях совмещения ряда операции и перехода к малоотходной технологии. Высокое качество продукции и необходимая производительность

труда могут быть достигнуты только при соблюдении комплекса оптимальных технологических параметров и жесткой технологической дисциплины [1].

**Постановка задачи.** Для качественного ведения процессов отделки в текстильной промышленности первостепенное значение имеют вопросы автоматической регламентации расхода жидких, сыпучих и вязких сред. Создание автоматических систем управления во многих случаях осложнено отсутствием точных и адекватных математических моделей, и процесса управления [2].

Процесс белиения, являющийся частью отделки, выполняется для повышения степени белизны ткани. Сущность процесса белиения состоит в разрушении природных красящих веществ с помощью окислителей.

В целом на производстве обеспечиваются контроль и регулирование температуры воды в ваннах, уровня и концентрации рабочих растворов в ваннах и т.д. Однако, самым уязвимым местом, которое почти не поддается автоматизации, является поддержание необходимой концентрации растворов в ваннах щелочной, кисловочной и особенно перекисной машин. Это объясняется отсутствием надежных датчиков концентрации и исполнительных механизмов на линиях подачи растворов в ванны.

**Методы решений.** В настоящее время решение этой проблемы тем более необходимо, поскольку в более совершенных отбельных машинах разрабатываются и внедряются системы автоматического управления технологическом процессом с использованием средств вычислительной техники.

Предполагая, что процесс дозирования как объект управления является линейным динамическим объектом, идентификацию его переходных функций произведем на основе методов аппроксимации в классе экспоненциальных функций [3,4].

Запишем переходную функцию объекта управления в параметрическом виде, представляя её звеньями второго порядка:

$$h(t) = k + \alpha_1 e^{p_1 t} + \alpha_2 e^{p_2 t},$$

где  $k$  – коэффициент усиления  $p_1, p_2$  – корни характеристического уравнения.

Свободная составляющая переходной функции определяется как разность:

$$U(t) = h(t) - k = \alpha_1 e^{p_1 t} + \alpha_2 e^{p_2 t}.$$

Из асимптотического свойства переходной функции для устойчивых объектов следует, что величина  $h(t)$  стремится к коэффициенту усиления, поэтому величину установившегося значения определим непосредственно из экспериментальных данных. После этого определяются значения приближаемой функции:

$$U_1 = h_1 - k; \quad U_2 = h_2 - k; \dots \dots U_i = h_i - k \quad i = 1, N.$$

Сравнивая поочередно эти значения приближающей функции, получим нелинейную систему уравнений относительно искомых параметров:

$$\begin{aligned}
 U_1 &= \alpha_1 e^{p_1 t} + \alpha_2 e^{p_2 t} \\
 U_2 &= \alpha_1 e^{p_1 t} + \alpha_2 e^{p_2 t} \\
 &\dots\dots\dots \\
 U_N &= \alpha_1 e^{p_1 t} + \alpha_2 e^{p_2 t}
 \end{aligned}$$

Если расстояние между соседними точкам одинаково и равно  $\Delta$ , то заменяя  $t_i = t_1 + (i+1)\Delta$ , и переходя к новым обозначениям:

$$\begin{aligned}
 f_i &= \alpha_i e^{p_i t} i z_i = e^{p_i \Delta}, \text{ получим:} \\
 U_1 &= f_1 + f_2 \\
 U_2 &= f_1 z_1 + f_2 z_2 \\
 U_3 &= f_1 z_1^2 + f_2 z_2^2 \\
 &\dots\dots\dots \\
 U_N &= f_1 z_1^{N-1} + f_2 z_2^{N-1}
 \end{aligned}$$

Для того чтобы данная система уравнений имела единственное решение, необходимо составить четыре уравнения (по числу неизвестных). Для определения решения системы составим вспомогательный характеристический многочлен  $\pi(z) = (z - z_1)(z - z_2) = z^2 + C_1 z + C_0$ . Корни данного многочлена являются решением системы уравнения (1). Для определения корней, найдем коэффициенты  $C_1$  и  $C_0$ :

$$C_0 = \frac{U_2 U_4 - U_3^2}{U_1 U_3 - U_2^2}; \quad C_1 = \frac{U_2 U_3 - U_1 U_4}{U_1 U_3 - U_2^2},$$

где  $U_1, U_2, U_3, U_4$  – четыре равностоящих значения приближаемой функции.

Подставляя  $C_1$  и  $C_0$  в характеристический многочлен определяем его корни  $Z_1, Z_2$ . Из полученных значений  $Z_1$  и  $Z_2$  по формулам

$$P_i = (1/\Delta) \ln z_i; \quad \alpha_1 = [(-KP_2)/(P_2 - P_1)]; \quad \alpha_2 = [(KP_1)/(P_2 - P_1)]$$

определяем искомые параметры. Выражая  $P_{1,2} = -x \pm jy$  получим:

$$h(t) = K + \alpha_1 e^{(-x-jy)t} + \alpha_2 e^{(-x+jy)t} = K + e^{-xt} (\alpha_1 e^{-jy} + \alpha_2 e^{jy})$$

Учитывая, что  $\alpha_1 = -A - jB$ ;  $\alpha_2 = -A + jB$  и раскрывая показательные функции по формуле Эйлера  $e^{j\phi} = \cos\phi + j \sin\phi$ , получим:

$$\begin{aligned}
 h(t) &= K + e^{-xt} (\alpha_1 (\cos(-ty) + \sin(-ty)) + \alpha_2 (\cos(ty) + j \sin(ty))) = \\
 &= K + e^{-xt} ((\alpha_1 + \alpha_2) \cos yt + (\alpha_2 - \alpha_1) j \sin yt) = K + e^{-xt} (-2A \cos yt + B \sin yt) \\
 h(t) &= K - 2e^{-xt} (A \cos yt - B \sin yt).
 \end{aligned}$$

Согласно формуле Хэвисайда [3], передаточную функцию можно определить из выражения характеристики при отсутствии кратных корней:

$$h(t) = (Q(0)/P(0)) + \sum_{j=1}^n [Q(p_j)/P_j P(p_j)] e^{p_j t},$$

где  $Q(p)$  и  $P(p)$  – соответственно полиномы числителя и знаменателя передаточной функции;  $P_i$  – корни характеристического уравнения  $P(p) = 0$

$$P(p_i) = (d/dp)P(p) / P = P_i.$$

Поскольку для устойчивых объектов действительные части всех корней отрицательны, то при  $t \rightarrow \infty$  установившееся значение переходной функции:

$$h(\infty) = (Q(o)/P(o)) = K.$$

Раскладывая полином  $P(p)$  на множители, его можно выразить, через корни характеристического уравнения:

$$P(p) = \prod_{i=1}^n (P - P_i) / \left[ (-1)^n \prod_{i=1}^n P_i \right].$$

Или для случая комплексно сопряженных корней:

$$P(p) = \frac{(p - p_1)(p - p_2)}{p_1 p_2} = \frac{(p + x + jy)(p + x - jy)}{(-x - jy)(-x + jy)} = \frac{p^2 + px - jpy + px + x - jxy + y^2}{x^2 + y^2}.$$

Для простоты будем считать, что полином  $Q(p)$  числителя передаточной функции – нулевого порядка. Тогда необходимо, чтобы выполнялись равенства:

$$\alpha_1 = K / [P_1 P(p_1)]; \quad \alpha_2 = K / [P_2 P(p_2)]$$

Величина  $P_2 P(p_1)$  в знаменателе определяется из выражения:

$$P_i P^i(p_i) = \left[ p_i \sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^n (p_i - p_j) \right] / \left[ (-1)^n \prod_{i=1}^n P_i \right]; \quad P_1 P(p_1) = (p_1 - p_2) / p_2; \quad P_2 P'(p_1) = \frac{P_2 - P_1}{P_1}.$$

Выразим  $\alpha_1 = -A - jB$  и  $\alpha_2 = -A + jB$  через  $x$  и  $y$

$$\alpha_2 = \frac{kP_1}{p_2 - p_1} = \frac{k(-x - jy)}{-x - jy - jy + x} = \frac{-kx - jky}{-2jy} = \frac{kx}{2y} j + \frac{k}{2}$$

$$\alpha_2 = \frac{kP_2}{p_1 - p_2} = \frac{k(-x + jy)}{-x + jy + jy + x} = \frac{-kx + jky}{2jy} = -\frac{kx}{2y} j + \frac{k}{2}.$$

Тогда

$$A = K/2; B = (kx)/(2y).$$

Подставляя значения  $A$  и  $B$  в полученное ранее уравнение переходной характеристики имеем:

$$h(t) = k + e^{-xt}((-2kx/2)\cos yt - (2kx/2y)\sin yt) = k - ke^{-xt}(\cos yt + (x/y)\sin yt).$$

Передаточная функция в этом случае выглядит как:

$$W(p) = \frac{k}{P(p)} = \frac{k}{p^2 / (x^2 + y^2) + (2xp / (x^2 + y^2)) + 1}.$$

Полученные выше числовые значения  $x$  и  $y$  для каждой кривой разгона являются довольно грубым приближением, так как определялись они лишь по 4 точкам экспериментальных данных, имеющих большой разброс. Поэтому примем их за начальные приближения, а для получения более достоверной модели объекта воспользуемся методом наименьших квадратов. Метод наименьших квадратов можно сформулировать как нахождение минимума функционала:

$$J(x, y) = \sum_{i=1}^n (h_i - k + ke^{-xt}(\cos yt_i + (x/y)\sin yt_i))^2.$$

Так как имеет место случай нелинейной зависимости функции  $h(t, x, y)$  от параметров  $x, y$ , то известные начальные приближенные значения параметров заменим на  $x_0$  и  $y_0$ , отличающихся от искомым значений  $x, y$  малыми поправками  $\Delta x, \Delta y$ . Тогда с достаточной степенью точности имеют место равенства:

$$h(t_i, x_0, y_0) = (d/dx)h(t_i, x_0, y_0) + (d/dy)h(t_i, x_0, y_0).$$

Вводя обозначения:

$$\begin{aligned} A_i &= (d/dx)h(t_i, x_0, y_0) = ke^{-xt}(t_i \cos y_0 t_i + ((x_0 t_i - 1)/(y_0)) \sin y_0 t_i) \\ B_i &= (d/dy)h(t_i, x_0, y_0) = -ke^{-xt}((x_0 t_i / y_0) \cos y_0 t_i + x_0) / ((y_0^2) \sin y_0 t_i) \\ F_i &= h_i - h(t_i, x_0, y_0) = h_i - k + ke^{-xt}(\cos y_0 t_i + (x_0 / y_0) \sin y_0 t_i), \end{aligned}$$

получим для определения поправок  $\Delta x, \Delta y$  системы условных уравнений:

$$\begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ A_1 & B_2 \\ \cdot & \cdot \\ A_N & B_N \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \cdot \\ F_N \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_2 & \dots & A_N \\ B_1 & B_2 & \dots & B_N \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ A_1 & B_2 \\ \cdot & \cdot \\ A_N & B_N \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & \dots & A_N \\ B_1 & B_2 & \dots & B_N \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \cdot \\ F_N \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C_1 = \sum_{i=1}^n A_i^2 & C_2 = \sum_{i=1}^n A_i B_i \\ C_2 = \sum_{i=1}^n A_i B_i & C_3 = \sum_{i=1}^n B_i^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 = \sum_{i=1}^n A_i F_i \\ D_2 = \sum_{i=1}^n B_i F_i \end{bmatrix}$$

Обозначив решение данной системы через:

$$\Delta X^0 = \frac{D_2 C_2 - D_1 C_3}{C^2 - C_3 C_1} \quad \Delta Y^0 = \frac{D_2 C_2 - C_2 D_1}{C_1 C_3 - C_2^2}$$

получим следующее приближение параметров  $x' = x_0 + \Delta x^0$ ;  $y' = y_0 + \Delta y^0$ . Принимая их за новое приближение параметров, это действие можно повторять до тех пор, пока с заданной точностью поправки не будут равны нулю.

**Вывод:** Построив по полученным данным графики переходных процессов можно убедиться в достаточно высокой точности приближения. С другой стороны предлагаемый способ построения математической модели может быть использован для идентификации объекта при построении адаптивной системы управления процессом дозирования химикатов.

#### Список литературы

1. Д.Р.Хушназарова. Анализ процесса отбеливания ткани в автоматизированной системе управления. "Science and Education" Scientific Journal. September 2021. Volume 2 / Issue 9. 210-214 стр.
2. Назарова М.В., Романов В. Ю. Автоматизация технологических процессов в текстильной промышленности. Волгоград: ИУНЛ ВолгГТУ, 2014. 160 с.
3. С. В. Звонарев. Основы математического моделирования. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2019. 112 с.
4. Halmatov D.A., Yunusova S.T., Xushnazarova D.R., Hujanazarov U.O. Fuzzy Model of Control by Technological Parameters of Heat Generating Plants. International journal of Emerging Technology and Advanced Engineering, Volume 6, Issue 5, May 2016, pp.296-298.

Материал принят к публикации 05.10.21.