УДК 621.3
DOI: 10.30987/conferencearticle_61c997ef0ab905.51645931

# УПРОЩЁННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ С МАГНИТОПРОВОДОМ КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ

***Юрий Владимирович Креселюк***, ст. преп., yurakreselyuk@mail.ru

***Анастасия Александровна Ивженко***, ассистент, stasya.ivgenko@mail.ru

***Михаил Николаевич Кирса***, laggengine@gmail.com

Луганский государственный университет им. В. Даля, ЛНР, Луганск

*Аннотация. Приведена упрощённая конструкция магнитной системы с магнитопроводом круглого сечения и разработана ее математическая модель, для определения магнитного потока. Переход из цилиндрической системы координат в прямоугольную систему координат.*

*Ключевые слова: магнитный поток, магнитная система, математическая модель, потенциал, система координат.*

SIMPLIFIED MATHEMATICAL MODEL OF A MAGNETIC SYSTEM WITH A CIRCULAR MAGNETIC CONDUCTOR

Yuri Vl. Kreselyuk, senior lecturer, yurakreselyuk@mail.ru
Anastasia Al. Ivzhenko, assistant, stasya.ivgenko@mail.ru
Mikhail N. Kirsa, laggengine@gmail.com
Lugansk State University named after V. Dahl, LPR, Lugansk

*Abstract. A simplified design of a magnetic system with a circular magnetic core is presented and its mathematical model is developed to determine the magnetic flux. Transition from a cylindrical coordinate system to a rectangular coordinate system.*

*Keywords: magnetic flux, magnetic system, mathematical model, potential, coordinate system.*

Магнитная система с магнитопроводом круглого сечения за частую используется в магнитных датчиках. На рис. 1 изображена упрощенная конструкция магнитной системы с магнитопроводом круглого сечения.

Функция потенциала в данной конструкции аппроксимируется полем двух дисков, представляющих собой основание магнитной системы. Расчет потенциалов для дисков производится следующим образом. Для круглого диска радиуса *R* с потенциалом *U*, цилиндрические координаты точки на диске $\rho, \varphi,$ координаты $M_0, \rho_0, z(\varphi_0 = 0)$.

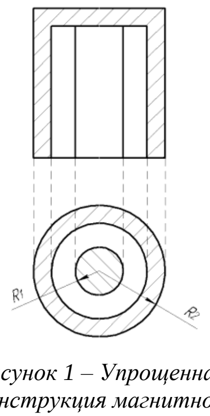


*Рисунок 1 – Упрощенная конструкция магнитной системы с магнитопроводом круглого сечения*

*© Креселюк Ю.В., Ивженко А.А., Кирса М.Н., 2021*
*САПР и моделирование в современной электронике. С. 155 – 158.*

Потенциал точки *M*, создаваемый диском радиуса *R*, с потенциалом *U* будет равен:

$$\varphi = \frac{Uz}{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{R}\frac{\rho d\rho d\varphi}{(z^2+\rho_0^2+\rho^2-2\rho\rho_0\cos\varphi)^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= \frac{Uz}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left[\frac{\sqrt{z^2+\rho_0^2}}{z^2+\rho_0^2\sin\varphi} - \frac{z^2+\rho_0^2-\rho_0\cos\varphi}{z^2+\rho_0^2\sin^2\varphi}\frac{1}{\sqrt{z^2+\rho_0^2+R^2-2\rho_0 R\cos\varphi}}\right]d\varphi. \tag{1}$$

Интегрируя формулу (1) получаем значение потенциала:

$$\varphi = U\left\{1-\frac{z}{\pi\sqrt{z^2+(\rho_0+R)^2}}\left[\frac{d-R}{d+\rho_0}\Pi\left(\frac{\pi}{2},n_1,k\right)+\frac{d+R}{d-\rho_0}\Pi\left(\frac{\pi}{2},n_2,k\right)\right]\right\}, \tag{2}$$

где $d=\sqrt{z^2+\rho_0^2}$; $n_1=-\frac{2\rho_0}{d+\rho_0}$; $n_2=\frac{2\rho_0}{d-\rho_0}$; $k^2=\frac{4R\rho_0}{z^2+(\rho_0+R)^2}$.

Полные эллиптические интегралы третьего рода в уравнении (2) обозначаются через $\Pi\left(\frac{\pi}{2},n_1,k\right)$ и $\Pi\left(\frac{\pi}{2},n_2,k\right)$, которые определяются выражением:

$$\Pi\left(\frac{\pi}{2},n,k\right)=\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{(1+n\sin^2\varphi)\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}.$$

На оси диска $\rho_0=0$: $\frac{\varphi}{U}=1-\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}, E=-\frac{\partial\varphi}{\partial z}=U\frac{R^2}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$.

В формуле (1) интегралы удобнее вычислять приближенным способом [1]. Для расчета функции потенциала необходимо рассчитать поле двух дисков (рис. 2.), один из них является кольцевым (внешний).

Для расчета функции потенциала, создаваемого внешним кольцом, функция потенциала равна:

$$\varphi = \frac{Uz}{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\rho d\rho d\varphi}{(z^2+\rho_0^2+\rho^2-2\rho\rho_0\cos\varphi)^{\frac{3}{2}}}, \tag{3}$$

Функция (3) аппроксимируется суммой:

$$\varphi(\rho_0) = \frac{Uz}{2\pi} \sum_{k=1}^{N} \frac{\Delta\varphi_k \Delta R \cdot R_{cp}}{(z^2 + \rho_0^2 + R_{cp}^2 - 2R_{cp}^2 \rho_0 \cos\Delta\varphi_k)^{\frac{3}{2}}}, \qquad (4)$$

здесь $\Delta\varphi_k = \dfrac{2\pi}{N}$, $k = \overline{1, N}$.

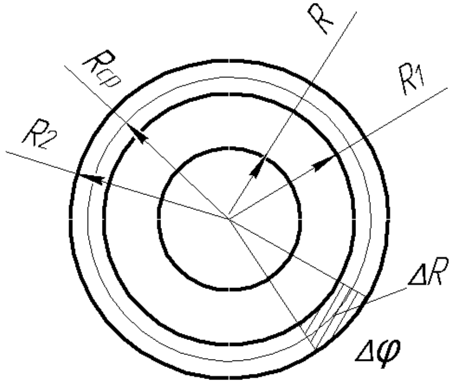


*Рисунок 2 – К расчету функции потенциала*

Для определения магнитного потока, создаваемого кольцом, необходимо подставить формулу (4) в (5), но при этом перейти от цилиндрической системы координат к прямоугольной. Для перехода к прямоугольной системе координат принимаем $\rho_0 = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Тогда получаем значение потока в магнитопроводе магнитной системы при $S = 0$ (рис. 3.):

$$\Phi_1 = \frac{\mu_0 hM}{2\pi} \int_{-b}^{b} \int_{-a}^{a} \sum_{k=1}^{N} \frac{\Delta\rho_k \Delta R \cdot R_{cp}\, dxdy}{(h^2 + x^2 + y^2 - 2R_{cp}\sqrt{x^2 + y^2}\cos\Delta\varphi_k)^{\frac{3}{2}}}. \qquad (5)$$

Если учитывать $S$ то формула (6) примет следующий вид:

$$\Phi_1 = \frac{\mu_0 hM}{2\pi} \int_{-b}^{b} \int_{-a}^{a} \sum_{k=1}^{N} \frac{\Delta\rho_k \Delta R \cdot R_{cp}\, dxdy}{(h^2 + (x-S)^2 + y^2 - 2R_{cp}\sqrt{(x-S)^2 + y^2}\cos\Delta\varphi_k)^{\frac{3}{2}}}. \qquad (6)$$

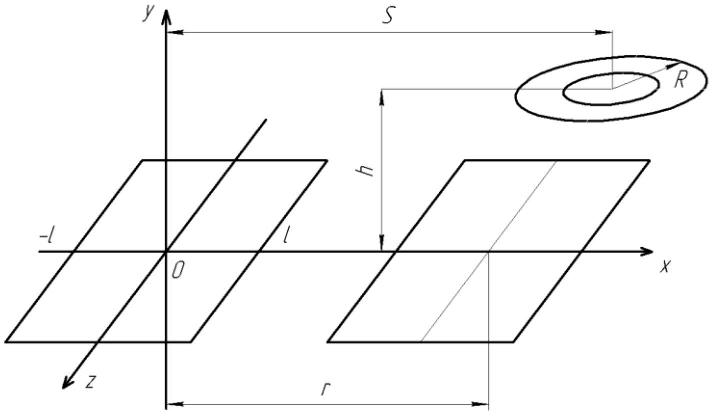


*Рисунок 3 – Геометрическая модель магнитной системы с магнитопроводом круглого сечения.*

Магнитный поток, создаваемый внутренним стержнем, рассчитывается по формуле:

$$\Phi_2 = \mu_0 hM \int_{-b}^{b}\int_{-a}^{a} \left\{ 1 - \frac{h}{\pi\sqrt{h^2+(x-S)^2+y^2}} \left[ \frac{d-R}{d+\sqrt{(x-S)^2+y^2}} \Pi\left(\frac{\pi}{2}, n_1, k\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{d+R}{d-\sqrt{(x-S)^2+y^2}} \Pi\left(\frac{\pi}{2}, n_2, k\right) \right] \right\},$$

где $d = \sqrt{h^2+(x-S)^2+y^2}$; $n_1 = \dfrac{2\sqrt{(x-S)^2+y^2}}{d+\sqrt{(x-S)^2+y^2}}$; $n_2 = \dfrac{2\sqrt{(x-S)^2+y^2}}{d-\sqrt{(x-S)^2+y^2}}$;

$$k^2 = \frac{4R\sqrt{(x-S)^2+y^2}}{h^2+\left(\sqrt{(x-S)^2+y^2}+R\right)^2}.$$

Окончательное значение магнитного потока в магнитной системе с круглым сечением рассчитывается в соответствии с зависимостью: $\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$.

**Список литературы**

1. Меркулова Н.Н., Михайлов М.Д. Методы приближенных вычислений: учебное пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. / под ред. А.В. Старченко. – Томск: Изд. дом ТГУ, 2014. – 764 с.

*Материал принят к публикации 08.10.21.*