

---

# Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

---

УДК: 628.987

DOI: 10.30987/2658-6436-2020-3-4-11

В. С. Желтов

## ПРОСТРАНСТВЕННО-УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЯРКОСТИ В СВЕТОТЕХНИЧЕСКОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ СЦЕН ОСВЕЩЕНИЯ

*В статье рассматривается моделирование пространственно-углового распределения яркости (ПУРЯ) в сценах освещения на основе решения уравнения глобального освещения локальными оценками метода Монте-Карло. На основе ПУРЯ формулируется новый критерий качества освещения, который в отличие от общепринятого на сегодняшний день UGR учитывает не точечный блеские источники, а непосредственно непрерывное распределение яркости. Предложенный критерий применен при анализе освещения некоторых станций московского метрополитена, на которых показана его корреляция с ощущениями реальных наблюдателей.*

**Ключевые слова:** пространственно-угловое распределение яркости, качество освещения, глобальное освещение.

V.S. Zheltov

## SPATIAL-ANGULAR DISTRIBUTION OF LUMINANCE IN LIGHTING DESIGN OF LIGHTING SCENES

*The article deals with modeling the spatial-angular distribution of luminance (SADL) in lighting scenes based on the solution of the global lighting equation by local estimates of the Monte Carlo method. Based on the SADL, a new criterion for lighting quality is formulated, which, in contrast to the generally accepted UGR to date, does not take into account the point glare sources, but directly the continuous distribution of luminance. The proposed criterion is applied in the analysis of lighting at some stations of the Moscow metro, which shows its correlation with the feelings of real observers.*

**Keywords:** spatial-angular distribution of luminance, quality of illumination, global illumination.

### 1. Введение

Одним из ключевых направлений светотехники является проектирование осветительных установок (ОУ). При проектировании ОУ определяются типы световых приборов, их количество, расположение, направление и т.п. При этом проектировщик руководствуется нормативными документами, определяющими качественные и количественные показатели освещения.

В современных нормативных документах для неспециальных осветительных установок (офисные, производственные, торговые и прочие) в качестве количественной характеристики нормируется освещенность и различные параметры, производные от нее (отношение минимальной освещенности к максимальной и т.п.). Как правило, все расчеты ведутся для освещенности на полу помещения или на мнимой рабочей плоскости, расположенной на высоте стола. Однако освещенность – это интегральная характеристика падающего света,

тогда как глаз человека реагирует на отраженный от поверхности свет. То есть, если взять абсолютно черную поверхность с коэффициентом отражения равным нулю, то формально на ней можно получить требуемую освещенность, при этом визуально мы ничего не увидим, так как отражаться от поверхности ничего не будет. С точки зрения органа зрения человека нормировать необходимо яркость. Сложившаяся ситуация вполне объяснима, еще совсем недавно расчет и измерения яркости представляли собой крайне сложную задачу.

Частично устраняет эту проблему введение среди множества качественных показателей для неспециальных установок объединенного показателя дискомфорта

$$UGR = 8 \lg \left[ \frac{0,25}{L_a} \sum_{i=1}^N \frac{L_i^2 \omega_i}{p_i^2} \right], \quad (1)$$

где  $L_i$  – яркость блеского источника, кд/м<sup>2</sup>,  $\omega_i$  – угловой размер блеского источника, стер,  $p_i$  – индекс позиции блеского источника относительно линии зрения,  $L_a$  – яркость адаптации, кд/м<sup>2</sup>.

Таким образом, UGR позволил выразить всего одним числом качество освещения и вошел в нормативные документы. Таким образом, сегодня проектировщик при проектировании не специальных ОУ, таких как торговые, офисные, общественные, производственные помещения и многие другие, руководствуется освещенностью в качестве количественной характеристики и UGR как качественной оценкой освещения. Где UGR отвечает на вопрос – насколько комфортно человеку будет находиться в пределах осветительной установки.

Однако формула справедлива лишь для малоугловых равномерных блеских источников. Т.е. протяженные неравномерные блики она учесть не может в принципе. Дело осложняется еще и тем, что широко используемые в светотехническом проектировании программы моделирования DIALux и Relux построены на основе метода конечных элементов и решают не уравнение глобального освещения относительно яркости, а уравнение излучательности в диффузном приближении. Что очевидно приводит к тому, что вторичные блики не могут быть учтены в принципе. Существенным шагом вперед в светотехническом проектировании становится внедрение DIALuxEvo основанного на методе фотонных карт. Однако методика расчета UGR в нем не претерпела изменений.

Таким образом, ОУ проектируются, лишь отдаленно оценивая, насколько комфортно будет человеку в ней и нормируют невидимую характеристику – освещенность. Однако еще в начале прошлого века было высказано предположение, что ключевую роль в вопросе комфорта играет пространственно-угловое распределение яркости [1].

## 2. Пространственно-угловое распределение яркости

В основе моделирования осветительных установок лежит хорошо известное в компьютерной графике уравнение глобального освещения, впервые полученные James T Kajiya в 1986 году [2]

$$L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) = L_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) + \frac{1}{\pi} \int L(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{l}}') \sigma(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') |(\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{l}}')| d\hat{\mathbf{l}}', \quad (2)$$

где  $L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}})$  – яркость в точке  $\mathbf{r}$  по направлению  $\hat{\mathbf{l}}$ ,  $\sigma(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}')$  – двунаправленная функция отражения (отражения или пропускания),  $L_0$  – прямая компонента яркости, непосредственно от источников,  $\hat{\mathbf{N}}$  – нормаль в точке  $\mathbf{r}$  к элементу поверхности сцены.

Уравнение записано относительно точки  $\mathbf{r}$ , находящейся на поверхности сцены, однако в задаче оценки качества освещения, наблюдатель находится в объеме сцены. После ряда преобразований, можно получить уравнение, записанное относительно точки в объеме сцены [3]

$$L_V(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) = L_0(\mathbf{r}_\Sigma, \hat{\mathbf{l}}) + \frac{1}{\pi} C_{01} \int L(\mathbf{r}_1, \hat{\mathbf{l}}') \sigma(\mathbf{r}_\Sigma; \hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_\Sigma) \times$$

$$\times \delta(\Pi(\mathbf{r} - |\mathbf{r} - \mathbf{r}_\Sigma| \hat{\mathbf{l}})) \delta\left(\hat{\mathbf{l}} - \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}\right) d^3 r_1 \frac{d^3 r_\Sigma}{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\Sigma)^2} \quad (3)$$

где  $G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_\Sigma)$  – ядро уравнения.

Уравнение (3) описывает пространственно-угловое распределение яркости (ПУРЯ) в каждой точке пространства сцены. Что позволяет подойти к вопросу оценки качества освещения не на основе оценки отдельных бликов как в UGR, а на основе анализа непрерывного пространственно-углового распределения яркости.

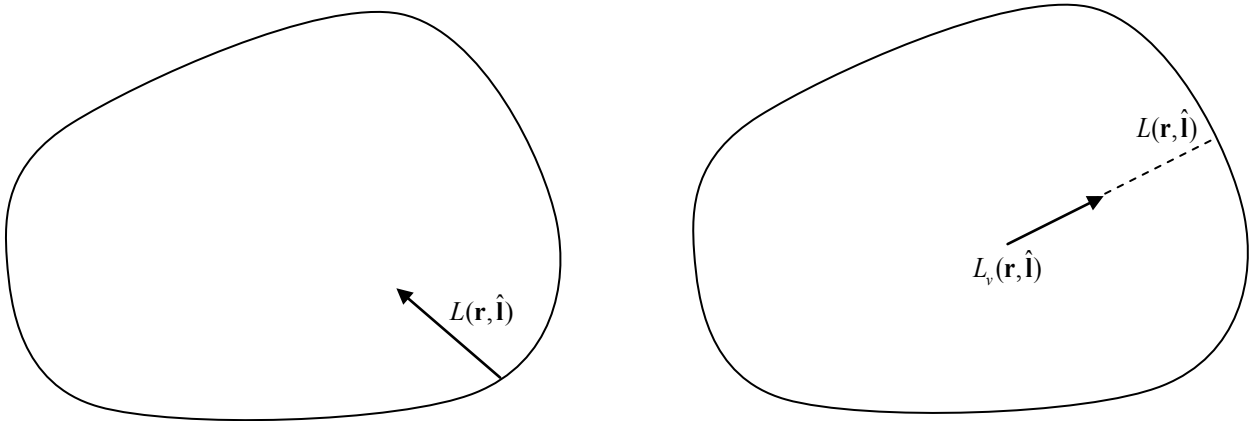


Рис. 1. Положения точек в пространстве сцены: слева – изображена точка на поверхности сцены, на рисунке справа – точка в пространстве сцены, а которых требуется определить яркость в заданном направлении

В 1997 году была опубликована работа «Instant Radiosity» [4]. Эта публикация положила начало новому подходу в решении уравнения ГО, которое в конечном счете в компьютерной графике не получило широкого распространения. Автор сформулировал алгоритм нового метода в феноменологическом подходе, не дав при этом полного его математического обоснования, используя лишь разрозненные формулы для описания отдельных частей процесса моделирования. Насколько мы видим, на сегодняшний день полной формулировки алгоритма так и нет.

В нашей работе мы предлагаем применить локальные оценки метода Монте-Карло к решению уравнения глобального освещения.

Решение уравнения глобального освещения (2) может быть разложено в ряд Неймана [5]

$$L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) = L_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{l}}) + \frac{1}{\pi} \int L_0(\mathbf{r}_1, \hat{\mathbf{l}}_1) \sigma(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}_1, \hat{\mathbf{l}}) G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) d^3 r_1 + \\ + \frac{1}{\pi} \int \frac{1}{\pi} \int L_0(\mathbf{r}_1, \hat{\mathbf{l}}_1) \sigma(\mathbf{r}_2; \hat{\mathbf{l}}_1, \hat{\mathbf{l}}_2) G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) d^3 r_1 \sigma(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}_2, \hat{\mathbf{l}}) G(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}) d^3 r_1 + \dots$$

После ряда преобразование выражение (4) может быть интерпретирована, как Марковская цепь с вероятностью перехода, определяемой ядром уравнения

$$k(x_i \rightarrow x) = \frac{\sigma(\mathbf{r}; \hat{\mathbf{l}}_i, \hat{\mathbf{l}}) G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r})}{p_2(x_i \rightarrow x)}$$

В результате построения Марковской цепи мы можем проводить оценку яркости в заданной точке по заданному направлению на поверхности сцены. Такая оценка может быть

названа локальной оценкой метода Монте-Карло, так как позволяет вычислять непосредственно яркость в заданной точке поверхности сцены в заданном направлении.

Построить аналогичную схему для уравнения глобального освещения для точки находящейся в объеме сцены (3) мы не можем. Однако, качество освещения планируется определять именно на основе пространственно-углового распределения яркости – то есть необходимо иметь возможность получать угловое распределение яркости для произвольной точки в пространстве сцены. Построить аналогичную схему для уравнения глобального освещения для точки находящейся в объеме сцены (3) мы не можем. Однако, качество освещения планируется определять именно на основе пространственно-углового распределения яркости – то есть необходимо иметь возможность получать угловое распределение яркости для произвольной точки в пространстве сцены. В уравнении появляются две дополнительные  $\delta$ -функции  $\delta(\Pi(\mathbf{r} - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \hat{\mathbf{I}}))$  и  $\delta\left(\hat{\mathbf{I}} - \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}\right)$ , которые зависят от направления  $\hat{\mathbf{I}}$ . Это делает невозможным непосредственное моделирование уравнения. При моделировании яркости в заданной точке и направлении пространства сцены  $(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{I}})$ , мы не можем с узлов траектории марковской цепи попасть в требуемое нам направление  $\hat{\mathbf{I}}$ . Для этого нам требуется еще один дополнительный узел, фиксирующий промежуточную точку  $\mathbf{r}_\Sigma$  уравнения (3). Такой подход получил название двойной локальной оценки [5]. Двойная локальная оценка позволяет проводить моделирования уравнения глобального освещения для точки находящейся в пространстве сцены и тем самым получать пространственно-угловое распределение яркости.

### 3. Качество освещения

#### 3.1. Критерий качества на основе ПУРЯ

На сегодняшний день при проектировании неспециальных осветительных установок, таких как офисные помещения, общественные места, магазины, торговые центры и др., фактически используется один единственный критерий, описывающий качество установки – объединенный показатель дискомфорта UGR. На дискомфорт, в пространственно-угловом распределении яркости, влияет не только абсолютная величина наблюдаемой яркости, но и отношение перепада яркости источник-фон к яркости фона (яркости адаптации) – контраст [6]. Отношение контраста к пороговому контрасту и может служить критерием качества освещения. В случае непрерывного пространственно-углового распределения яркости по сцене освещения естественным обобщением контраста является отношение градиента распределения яркости по полю наблюдения к средней по полю яркости [7][8]. С увеличением значения градиента граница между блиским источником и фоном будет становиться более очерченной, а качество освещения, соответственно, уменьшаться. То есть чем больше источник и чем выше градиент яркости вокруг яркого источника, тем больший вклад в дискомфорт вносит этот источник. Отметим, что в реальной жизни протяженные блики как являются источниками дискомфорта, так и вносят свой вклад в яркость адаптации ПУРЯ. Обобщенный контраст в точке сцены можно определить [9]:

$$K(x, y) = \frac{|\text{grad}(L(x, y)p(x, y))|}{\bar{L}}, \quad (4)$$

где

$$\bar{L} = \frac{1}{A} \int_{(A)} L(x, y)p(x, y) dx dy, \quad A = \int_{(A)} dx dy. \quad (5)$$

$x, y$  – координаты точки на проекции сцены,  $L$  – яркость данной точки в направлении

наблюдения,  $\bar{L}$  – средняя по полю зрения яркость,  $p(x,y)$  – некоторая весовая функция, учитывающая различный вклад в реакцию глаз точек, расположенных в центре поля зрения и на периферии. В формуле критерия  $p$  несет тот же физический смысл, что и индекс позиции в формуле UGR.

Таким образом, можем сформулировать критерий качества освещения  $Q$  как средне взвешенный по полю контраст  $K(x,y)$ , отнесенный к некоторому порогу:

$$Q = \frac{1}{K_{nop}} \int K(x, y) dx dy \quad (6)$$

где  $K_{nop}$  – пороговое значение контраста.

Предполагается, что пороговый контраст будет определяться зрительной задачей.

### 3.2. Определение пороговой яркости

Очевидно, что в предложенном виде любое малозаметное изменение яркости будет давать вклад в критерий качества, так как будет изменение градиента яркости. При этом очевидно, что изменения контрастов в яркостях ниже некоторого предела вносить реальный вклад не будут. Так, например, очевидно, что при наличии в поле зрения непосредственно источника света или блика от него в помещении, контрасты в темном углу скорее всего роли играть в восприятии качества освещения не будут. Но если формально проводить вычисление, то и они дадут вклад. Таким образом, контрасты ниже некоторого порога  $L_{nop}$  фактически не должны быть учтены.

В 1946 году Blackwell провел огромную исследовательскую работу по установлению пороговых контрастов при решении задачи обнаружения [10]. В работе экспериментально была установлена взаимосвязь между пороговым контрастом и яркостью адаптации при различных угловых размерах цели. На рисунке 2 представлены графики этой зависимости.

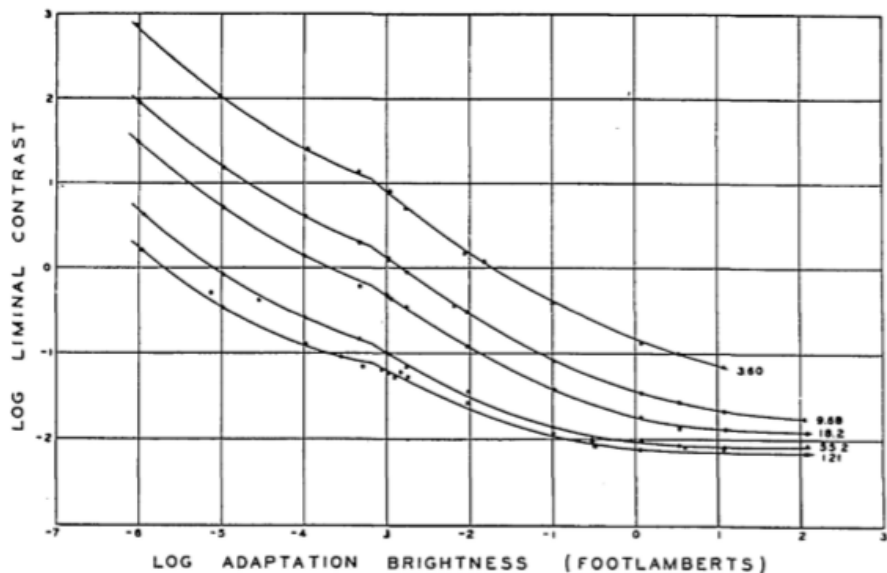


Рис. 2. Зависимость логарифма порогового контраста от логарифма яркости адаптации для 5 угловых размеров: 121.0, 55.2, 18.2, 9.68, 3.60 угловых минут

Опираясь на это исследование в качестве  $L_{nop}$  можно рассматривать некоторое количество порогов. То есть, задав минимальный размер элемента, который требуется

обнаружить – например это может быть размер символа при чтении текста или вывески с определенного расстояния. Тогда зная яркость адаптации, которая может быть взята как средняя яркость по полю, можно определить по результатам исследований Blackwell’a – пороговое изменение яркости для решения задачи обнаружения. Тогда, задав некоторое число превышений порогов, можно определить уже пороговую яркость как

$$L_{пор} = N\Delta L \quad (7)$$

где  $N$  – некоторое число, зависящее от отличия реально решаемой задачи от пороговой (как правило, для надпороговых задач  $N$  лежит в диапазоне 5-10).

То есть, в качестве пороговой яркости отсечения контрастов, не влияющих на критерий качества, мы берем некоторое число порогов, например  $10\Delta L_{пор}$ .

Тогда выражение для контраста может быть записано как

$$K(x, y) = \begin{cases} L(x, y) \leq L_{пор} & \rightarrow 0 \\ L(x, y) > L_{пор} & \rightarrow K(x, y) \end{cases} \quad (8)$$

Частью нашей работы стал эксперимент по определению качества освещения станций московского метрополитена. В эксперименте наблюдатели визуально определяли «качество» освещения по 10 бальной шкале при выполнении стандартной зрительной задачи – чтения вывески. Также параллельно с помощью яркомера и широкодиапазонного фотоаппарата проводились замеры яркости станций с последующей обработкой и расчетом критерия качества. На рисунке 3 представлена карта рассеяния оценки наблюдателей и критерия качества освещения. Коэффициент корреляции при этом составил 0.61 при числе порогов 50. Что является сильной корреляцией по шкале Чеддока.

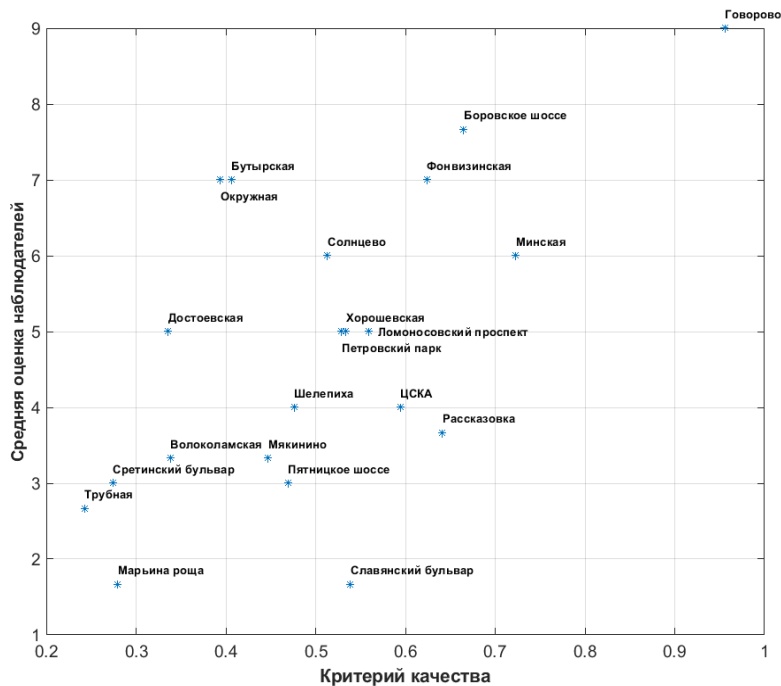


Рис. 3. Карта рассеяний средней оценки наблюдателей от критерия качества освещения для 21 станции московского метрополитена

На рисунке 4 представлена зависимость коэффициента корреляции от числа порогов  $N$ . Наибольшая корреляция достигается в интервале десятков порогов обнаружения Блеквелла.

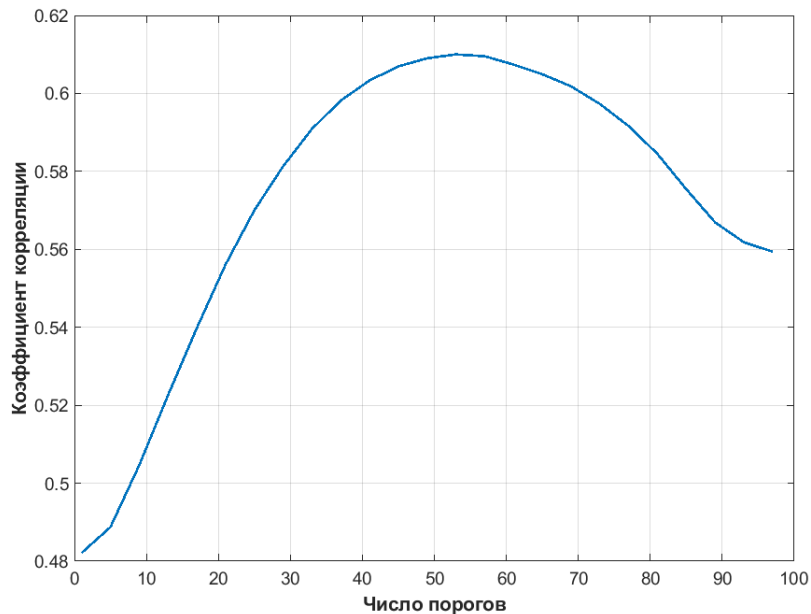


Рис. 4. Зависимость коэффициента корреляции от числа порогов

#### 4. Выводы

Из исследований ещё 1915 года известно, что пространственно-угловое распределение яркости влияет в существенной степени на воспринимаемое наблюдателем качество освещения. На основе ПУРЯ возможно производить оценку качественных характеристик освещения, в том числе и в основном, нормируемого на сегодняшний день, обобщённого показателя дискомфорта UGR. Однако, до недавнего времени, не было ни математических методов, ни вычислительных возможностей моделировать именно ПУРЯ. Таким образом, существующая нормативная база и инструменты инженеров проектировщиком осветительных установок построены вокруг моделирования излучательности.

Однако на сегодняшний день мы имеем ситуацию, когда с точки зрения теории, математических методов решения, алгоритмов, вычислительных возможностей, физических инструментов измерения светотехническое проектирование готово к переходу на анализ подлинно воспринимаемой глазом человека характеристике – яркости. И как следствие этого процесса возможна смена парадигмы проектирования от проектирования на заданные количественные характеристики, к проектированию с учетом качества освещения на основе ПУРЯ.

#### Список литературы:

#### References:

- |   |   |
|---|---|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ferree, C. Rand, G. A Preliminary Study of the Deficiencies of the Method of Flicker for the Photometry of Lights of Different Color // Psychological Review, 1915. – V.22, № 2. – pp. 110-162.</li> <li>2. Kajiya, J.T. The rendering equation // Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH'86), 1986. V.20, N4. pp.143-150.</li> <li>3. Budak V. Relation of instant radiosity method with local estimations of Monte Carlo method / V. Budak , V. Zheltov, R. Notfulin, V Chembraev V. // Journal of WSCG, 2016. - pp. 189–196</li> <li>4. Keller, A. Instant radiosity // SIGGRAPH '97 Proceedings of the 24th annual conference on Computer</li> </ol> | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ferree, C. Rand, G. A Preliminary Study of the Deficiencies of the Method of Flicker for the Photometry of Lights of Different Color // Psychological Review, 1915. – V.22, № 2. – pp. 110-162.</li> <li>2. Kajiya, J.T. The rendering equation // Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH'86), 1986. V.20, N4. pp.143-150.</li> <li>3. Budak V. Relation of instant radiosity method with local estimations of Monte Carlo method / V. Budak , V. Zheltov, R. Notfulin, V Chembraev V. // Journal of WSCG, 2016. - pp. 189–196</li> <li>4. Keller, A. Instant radiosity // SIGGRAPH '97 Proceedings of the 24th annual conference on Computer</li> </ol> |
|---|---|

graphics and interactive techniques. - pp. 49-56.

5. Марчук, Г. И. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике // Новосибирск, Наука, 1976. -283 с.

6. Scheir, G. H. Calculation of the Unified Glare Rating based on luminance maps for uniform and non-uniform light sources / G. H. Scheir, P. Hanselaer, P. Bracke, G. Deconinck and W. R. Ryckaert // Building and Environment, 2015. - № 84. - pp. 60-67.

7. Budak, V.P. Fast and accurate algorithm for the numerical simulation of radiative transfer in turbid media / V.P. Budak, V.S. Zheltov, A.V. Lubenchenko, K.S. Freidlin, O.V. Shagalov // Optikaatmosferyiokeana, 2016. - Vol. 26. - pp. 127-134.

8. Budak, V.P. Evaluation of illumination quality based on spatial-angular luminance distribution / V.P. Budak, V.S. Zheltov, T.V. Meshkova, R.Sh. Notfullin // Light & Engineering, 2017. - Т. 25, № 4. - pp. 24-31.

9. Budak, V.P. Chemberbaev Experimental study of the new criterion of lighting quality based on analysis of luminance distribution at Moscow metro stations / Vladimir P. Budak, V.S. Zheltov, T.V. Meshkova// Light & Engineering, 2020. - Vol. 28, №. 3.- pp. 98–105.

10. Richard, H. Blackwell Contrast Thresholds of the Human Eye // Josa, 1946. - Volume 36, Number 11. - pp. 624-643.

graphics and interactive techniques. - pp. 49-56.

5. Marchuk, G. I. Metod Monte-Karlo v atmosfernoj optike // Novosibirsk, Nauka, 1976. -pp. 283.

6. Scheir, G. H. Calculation of the Unified Glare Rating based on luminance maps for uniform and non-uniform light sources / G. H. Scheir, P. Hanselaer, P. Bracke, G. Deconinck and W. R. Ryckaert // Building and Environment, 2015. - № 84. - pp. 60-67.

7. Budak, V.P. Fast and accurate algorithm for the numerical simulation of radiative transfer in turbid media / V.P. Budak, V.S. Zheltov, A.V. Lubenchenko, K.S. Freidlin, O.V. Shagalov // Optikaatmosferyiokeana, 2016. - Vol. 26. - pp. 127-134.

8. Budak, V.P. Evaluation of illumination quality based on spatial-angular luminance distribution / V.P. Budak, V.S. Zheltov, T.V. Meshkova, R.Sh. Notfullin // Light & Engineering, 2017. - Т. 25, № 4. - pp. 24-31.

9. Budak, V.P. Chemberbaev Experimental study of the new criterion of lighting quality based on analysis of luminance distribution at Moscow metro stations / Vladimir P. Budak, V.S. Zheltov, T.V. Meshkova// Light & Engineering, 2020. - Vol. 28, №. 3.- pp. 98–105.

10. Richard, H. Blackwell Contrast Thresholds of the Human Eye // Josa, 1946. - Volume 36, Number 11. - pp. 624-643.

*Статья поступила в редколлегию 31.07.2020.*

*Рецензент: д-р. техн. наук, доцент,  
Брянский государственный технический университет  
Захарова А.А.*

*Статья принята к публикации 04.08.2020.*

#### Сведения об авторах

##### **Желтов Виктор Сергеевич**

к.т.н., ассистент кафедры светотехники НИУ «МЭИ»,  
E-mail: zheltov@list.ru

#### Information about authors:

##### **Zheltov Victor**

phD., assistant department of lighting technology,  
Moscow Power Engineering Institute, Moscow, Russia  
E-mail: zheltov@list.ru