

В.Н. Ланцов, А.П. Папулина  
(г. Владимир, Владимирский государственный университет  
им. А.Г. и Н.Г. Столетовых)

V.N. Lantsov, A.P. Papulina (Vladimir, Vladimir State University  
named after Alexander and Nicolay Stoletovs)

## **НОВЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ГАРМОНИЧЕСКОГО БАЛАНСА**

### **THE NEW ALGORITHM OF SOLVING HARMONIC BALANCE EQUATIONS**

*Представлен новый алгоритм решения уравнений метода гармонического баланса, применяемого в САПР электроники. Новый алгоритм основан на применении к уравнениям гармонического баланса идей методов понижения порядка моделей. Данный алгоритм позволяет значительно сократить память ЭВМ для хранения уравнений модели и сократить вычислительные затраты.*

*The new algorithm of solving harmonic balance equations which used in electronic CAD systems is presented. The new algorithm is based on implementation to harmonic balance equations the ideas of model order reduction methods. This algorithm allows significantly reduce the size of memory for storing of model equations and reduce of computational costs.*

*Ключевые слова: метод гармонического баланса, САПР электроники, понижение порядка моделей, алгоритм решения.*

*Keywords: harmonic balance method, electronic CAD systems, model order reduction, algorithm of solving.*

Методы гармонического баланса (ГБ) широко применяются для моделирования нелинейных схем в САПР электроники [1]. Основными проблемами алгоритмов и программ САПР на основе методов ГБ – это значительные требования к памяти и огромные вычислительные затраты при моделировании сложных схем, содержащих тысячи электронных компонентов и сотни тысяч уравнений модели.

В данной работе мы предлагаем новый метод решения уравнений ГБ с использованием идей методов понижения порядка моделей (model order reduction, MOR). Методы MOR получили популярность в последние годы [2], позволяют значительно сократить размерность и требуемую память для моделей электронных схем [3] для анализа динамического режима. Основные проблемы методов MOR для моделирования электронных схем связаны с очень незначительными сокращениями вычислительных затрат (при сокращении размерности уравнений и требуемой памяти для модели).

Основные уравнения и методы решения уравнений ГБ для электронных схем хорошо известны [1], поэтому здесь приведем только их краткое изложение, необходимое для изложения предлагаемого метода.

Пусть нелинейное устройство описывается системой нелинейных интегро-дифференциальных уравнений (СНИДУ)

$$f(v(t), t) = i(v(t)) + \frac{dq(v(t))}{dt} + \int_{-\infty}^t y(t - \tau)v(\tau)d\tau + i_E(t) = 0 \quad (1)$$

Здесь  $v(t)$  – вектор узловых напряжений размерностью  $N$ ;  $i(v(t))$  – вектор тока резистивных элементов;  $q(v(t))$  – заряд конденсаторов;  $u(t)$  – токи входных источников;  $y(t)$  – импульсная характеристика линейной части схемы;  $i$  и  $q$  представляют только нелинейные элементы [1].

В методе ГБ предполагается, что  $v$  и  $f(1)$  представляются в виде ряда Фурье (поэтому метод ГБ относят к методам в частотной области)

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k)e^{j\omega_k t}, \text{ где } \omega_k = k\lambda \text{ и } \lambda = 2\pi/T \text{ является базовой частотой.}$$

Уравнение (1) тогда преобразуется в систему нелинейных уравнений, которое можно переписать в виде

$$F(V, k) = I(V, k) + j\omega_k Q(V, k) + Y(k)V(k) + I_E(k) = 0.$$

В векторной форме это будет

$$F(V) = I(V) + \Omega Q(V) + YV + I_E = 0, \quad (2)$$

где  $F(V)$ ,  $I(V)$ ,  $Q(V)$ ,  $V$ ,  $I_E$  – векторы размерностью  $[(2K+1) \times N]$ , содержащие спектр в каждом узле схемы. Матрица  $Y$  – является блочной, матрица  $\Omega$  – блочно-диагональной,  $\Omega_{nm} = \text{diag}\{-j\omega_K, \dots, 0, \dots, j\omega_K\}$ ,  $K$  – число учитываемых гармоник [1].

Решение уравнений ГБ (2) в частотной области чаще всего выполняется итерационным методом Ньютона [1]

$$J(V^j)\Delta V^{j+1} = -F(V^j),$$

где  $J(V^j) = \left. \frac{\partial F}{\partial V} \right|_{V^j}$  – Якобиан,  $\Delta V^{j+1} = (V^{j+1} - V^j)$  – приращение.

В данном методе размерность матрицы Якоби  $[(2K+1) \times N] \times [(2K+1) \times N]$  для сложных многокомпонентных схем становится слишком большой, что приводит к излишним затратам памяти и вычислений.

Методы понижения порядка моделей основаны на замене исходных (1) переменных модели  $v(t)$  на новую переменную  $v^r(t)$ , связанные соотношением

$$v(t) = P \times v^r(t), \quad (3)$$

где  $P$  – вектор (матрица) преобразований [2]. Получение вектора преобразований  $P$  может быть выполнено одним из трех методов [2]: метод согласования моментов, метод ограниченной балансной реализации, метод

разложения на основе сингулярных значений (Singular Value Decomposition, SVD).

В работе [4] был предложен метод использования алгоритмов MOR для решения уравнений гармонического баланса. Решение уравнений баланса выполнялось методом Ньютона с продолжением по параметру [1]. При такой постановке задачи может быть применен только метод согласования моментов, поэтому выигрыш по времени вычислений и памяти получился не значительный.

Мы предлагаем другой алгоритм, который заключается в представлении решения уравнений ГБ (2) в виде

$$V = V^0 + P_1 \cdot P_2^T \quad (4)$$

где  $V^0$  – некоторое начальное приближение, матрицы преобразований  $P_1$  имеет размерность  $[N \times R]$ ,  $P_2$  имеет размерность  $[(2K+1) \times R]$ ,  $R$  – сокращенная размерность уравнений,  $R \ll N$ ,  $R \ll (2K+1)$ .

Для нахождения матриц  $P_1$  и  $P_2$  решаются итерационно следующие уравнения:

$$P_1^{k+1} = P_2^{-1} Y V^0 + Y P_1^k + P_2^{-1} I (V^0 + P_1^k P_2^T) - P_2^{-1} I_E \quad (5)$$

$$P_2^{k+1} = P_1^{-1} Y V^0 + Y P_2^k + P_1^{-1} I (V^0 + P_1 P_2^k) - P_1^{-1} I_E \quad (6)$$

Здесь  $k$ - номер итерации, первые и последние слагаемые в выражениях (5) и (6) постоянные и вычисляются до начала итераций. Размерность уравнений (5) и (6) составляет  $R$ , что значительно меньше размерности исходных уравнений.

Дальнейшие исследования для данного алгоритма связаны с вопросом вычисления производных для уравнений (5) и (6), чтобы применить метод Ньютона, с поиском решения оптимизации значения  $R$  на основе быстрого метода SVD, определения значений вектора начального приближения  $V^0$ .

*Исследования поддержаны грантом Министерства образования и науки Российской Федерации, проект № 1.3270.2017/4.6.*

### Список литературы

1. *Ланцов, В.Н.* Состояние в области методов моделирования нелинейных ВЧ электронных устройств связи (обзор). Часть 1, 2 // Проектирование и технология электронных средств. – 2012; 2013. – № 4; № 1. – С. 2-11; 16-23.
2. *Ланцов, В.Н.* Методы понижения порядка моделей сложных электронных схем (обзор) // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. – 2012. – № 3. – С. 59-65.
3. *Ланцов, В.Н.* Метод понижения порядка моделей на основе рядов Вольтерра/ В.Н. Ланцов, А.А. Долинина // Динамика сложных систем. – 2016. – Т. 10. – № 3. – С. 50-54.
4. *Gad E., Khazaka R., Nakhla M.S., Griffith R.* A circuit reduction technique for finding the steady-state solution of nonlinear circuits // IEEE Trans. Microwave Theory & Techn., 2000, v. 48, No. 12, p. 2389-2396.

*Материал поступил в редколлегию 11.10.19.*