УДК 681.51

DOI: 10.30987/article_5d9dc9b8e6bdd8.19855459

В.Л. Заковоротный, Д.Т.Н., В.Е. Гвинджилия, аспирант
(Донской государственный технический университет, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1)
E-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru; sinedden@yandex.ru

Синергетический подход к управлению процессом обработки на станках токарной группы*

Обобщены положения синергетической теории управления на случай, когда траектории формообразующих движений имеют частотный состав, существенно превышающий полосу пропускания серводвигателей, управляющих движением исполнительных элементов. Приведено математическое моделирование системы и решается двудеинная задача оптимизации, основанная на минимизации приведенных затрат на изготовление деталей, и обеспечения их точности.

Ключевые слова: динамическая система точения; синергетическая парадигма; метод разделения движений; качество изготовления деталей.

V.L. Zakovorotny, Dr. Sc. Tech., **V.E. Gvindjilia**, Post graduate student
(Don State Technical University, 1, Gagarin Sq., Rostov-upon-Don, 344000)

Synergetic approach to machining control of lathe group machines

Regulations are generalized on the synergetic theory of control for the case when the paths of shaping motions have a frequency structure exceeding considerably a pass band of servomotors which control a motion of executive elements. There is shown a simulator of the system and a dual optimization problem is under solution which is based on minimization of costs shown for manufacturing parts and for their accuracy support.

Keywords: dynamic system of turning; synergetic paradigm; method of motion division; quality of parts manufacturing.

Введение

Синергетический подход к анализу, положения которого изложены в работах [1, 2], привел к созданию методов активной управляемой самоорганизации [3, 4]. Особенно актуально использование этих методов при управлении движением механических систем, отдельные элементы в которых взаимодействуют с различными средами (технологическими, трибологическими, аэродинамическими и пр.). Использование синергетической теории управления получило развитие и при создании систем управления процессами обработки на металлорежущих станках [5 – 9], которые существенно дополнили традиционные принципы управления процессами обработки. В этом случае процесс резания рассматривается не изолированно, а как элемент,

объединяющий упругие подсистемы системы станка, а также подсистемы движения исполнительных элементов.

Для токарного станка под движением исполнительных элементов понимаются траектории поперечных и продольных перемещений суппорта и вращения шпинделя. Траектории формообразующих движений отличаются на величину упругих деформаций вершины инструмента и заготовки в точке контакта с ней инструмента. Именно траектории формообразующих движений, в основном, образуют геометрическую топологию обрабатываемой детали [10 – 11].

Ранее было показано [9], что при системном анализе и синтезе целесообразно выполнять декомпозицию уравнений динамики на две взаимосвязанные подсистемы: «медленных», лежащих в пределах полосы пропускания серводвигателей исполнительных элементов, и «быстрых» движений.

* Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта РФФИ 19-08-00022.

«Быстрые» движения лежат в пределах полосы пропускания динамических подсистем со стороны инструмента и заготовки (их частотный состав существенно превышает полосу пропускания подсистемы «медленных» управляемых движений). Таким образом, подсистема «быстрых» движений рассматривает свойства процесса резания в вариациях относительно траекторий «медленных» движений. Поэтому при математическом моделировании подсистемы «быстрых» движений необходимо использовать основные положения динамики процесса резания [12 – 15]. При этом принимать во внимание упругие подсистемы со стороны инструмента и заготовки, а также динамическую связь, формируемую процессом резания. Исследования в этой области многочисленны. Они рассматривают устойчивость, свойства притягивающих множеств деформационных смещений [12, 13], их бифуркации [14, 15], а также отображения в геометрической топологии поверхности. Их исследования ограничены случаем, когда не принимается во внимание взаимосвязь управляемых от ЧПУ траекторий исполнительных элементов и свойств динамической системы.

Взаимосвязь «быстрых» и «медленных» движений, учет изменения параметров подсистем вдоль траектории исполнительных элементов, использование синергетического подхода к синтезу самоорганизующегося процесса резания – основные направления, отражающие, приведенные в статье, результаты. Главное внимание уделяется вопросам анализа и синтеза управляемой системы резания по

законам естественной управляемой самоорганизации. В таком подходе траектории «медленных» движений задают управляющие параметры для подсистемы «быстрых» движений и определяют законы согласования внешнего управления и внутренней динамики.

Система резания как объект синергетического управления

Прежде всего, раскроем понятие системы обработки на станке [3 – 5, 7, 9]. В него входят: электромеханические подсистемы, обеспечивающие управление движениями исполнительными элементами; упруго-динамические подсистемы инструмента и заготовки; динамическая связь, формируемая процессом резания, представляемая моделью сил резания в координатах состояния системы, и объединяющая все подсистемы в единую взаимосвязанную систему. Например, относительно самостоятельные системы управления исполнительными движениями станка за счет динамической связи, формируемой резанием, объединяются в единую связанную (векторную) систему управления.

Вначале рассмотрим взаимодействующие через резание упругие подсистемы (рис. 1). Для этого используем пространственные конечномерные модели деформаций $X = \{X_1, X_2, X_3\}^T \in \mathfrak{R}_X^{(3)}$ относительно несущей системы [9]:

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} + h \frac{dX}{dt} + cX = F_\Sigma, \quad (1)$$

где $m = [m_{s,k}]$, $m_{s,k} = m$, при: $s = k$, $m_{s,k} = 0$, при: $s \neq k$, $s, k = 1, 2, 3$ в кгс²/мм; $h = [h_{s,k}]$ в кгс/мм, $c = [c_{s,k}]$, $s, k = 1, 2, 3$ в кг/мм – симметричные, положительно определенные матрицы инерционных, скоростных и упругих коэффициентов; $F_\Sigma = \{F_{\Sigma,1}, F_{\Sigma,2}, F_{\Sigma,3}\}^T$ – силы резания, представленные в координатах состояния. Проекция сил в пространстве $\mathfrak{R}_X^{(3)}$ определяются угловыми коэффициентами $F_{\Sigma,i} = \chi_i F_{\Sigma,0}$, $i = 1, 2, 3$, удовлетворяющими условиям $\sum_{i=1}^3 (\chi_i)^2 = 1$. Параметры подсистемы остаются неизменными в пространстве: $l = \{l_1, l_2, l_3\}^T \in \mathfrak{R}_L^{(3)}$.

Для подсистемы заготовки также принята конечномерная модель деформационных смещений $Y = \{Y_1, Y_2, Y_3\}^T \in \mathfrak{R}_Y^{(3)}$. Не нарушая ее основные свойства, положим жесткость заготовки в направлении l_2 на порядок большей, чем в плоскости $\{Y_1 - Y_3\}$. Деформационные свойства в плоскости $\{Y_1 - Y_3\}$ можно пред-

ставить эллипсом жесткости. Для круглого сечения эллипс жесткости преобразуется в окружность, тогда недиагональные элементы матрицы жесткости и скоростных коэффициентов обращаются в ноль для любой ортогональной системы в пространстве $\mathfrak{R}_Y^{(3)}$ [9], т.е. в направлении действия силы

$F_0 = F_{\Sigma,0} \{\chi_1, \chi_3\}^T$ имеем

$$m_0(l_2) \frac{d^2 Y_0}{dt^2} + h_0(l_2) \frac{dY_0}{dt} + c_0(l_2) Y_0 = F_0, \quad (2)$$

где $m_0(l_2)$, $h_0(l_2)$, $c_0(l_2)$ – инерционные, скоростные и упругие коэффициенты, зависящие от

l_2 . Силы F_{Σ} , действующие на подсистемы инструмента и заготовки равны между собой и противоположны по знаку. Они прикладываются к оси вращения заготовки и одновременно образуют момент сопротивления вращения шпинделя $M_p = F_{\Sigma} \chi_1 R$ (рис. 1, в).

Рис. 1. Схемы динамической системы резания:

а – управление траекториями исполнительных элементов; б – силы и деформационные смещения подсистемы инструмента; в – силы и деформационные смещения подсистемы заготовки

Следуя синергетической концепции, представим силы резания в координатах состояния и технологических режимах, зависящих от управляемых траекторий исполнительных элементов. Следуя работе [9], примем гипотезу о зависимости сил от площади срезаемого слоя, учтем запаздывание изменения сил по отношению к вариациям площади срезаемого слоя, а также их зависимость от скорости резания. Тогда

$$T_0 dF_{\Sigma,0} / dt + F_{\Sigma,0} = \rho_0 \{1 + \mu \exp[-\alpha(V_3 - dX_3 / dt - \chi_3 dY_0 / dt)]\} [t_p^{(0)} - X_1 - \chi_1 Y_0] \int_{t-T}^t \{V_2 - dX_2 / dt\} dt \quad (3)$$

где T_0 – постоянная времени, с; ρ_0 – давление на переднюю поверхность инструмента в области малых скоростей, кг/мм²; μ – безразмерный коэффициент; α – коэффициент, определяющий убывание сил при увеличении скорости; V_i , $i = 1, 2, 3$ – управляемые от ЧПУ скорости исполнительных элементов, приведенные к линейным перемещениям, мм/с.

В уравнении (3) интегральный оператор $\int_{t-T}^t \{V_2 - dX_2 / dt\} dt$ характеризует формирование величины подачи $S_p(t)$, выражение

$$t_p(t) = R(t) - \int_0^t V_1(\xi) d\xi - X_1 - \chi_1 Y_0 = t_p^{(0)} - X_1 - \chi_1 Y_0$$

определяет глубину резания, а $T = 1/\Omega_3$ зависит от частоты вращения шпинделя.

Таким образом, во все выражения, определяющие динамику, входят параметры, опреде-

ляемые траекториями исполнительных элементов. Постоянная времени T_0 также может быть выражена в координатах состояния и режимах:

$$T_0(S_p, t_p, V_3) = \frac{\kappa S_p(t) t_p(t)}{V_3(t)}, \quad (4)$$

где κ – коэффициент размерности, мм^{-1} .

Системы уравнений (1) – (3) необходимо дополнить выражениями, связывающими

управление $U = \{U_1, U_2, U_3\}^T$, траектории пространства $\mathfrak{R}_L^{(3)}$, а также траектории формообразующих движений $l^{(\Phi)} = \{l_1^{(\Phi)}, l_2^{(\Phi)}, l_3^{(\Phi)}\}^T \in \mathfrak{R}_\Phi^{(3)}$. Не нарушая общности, рассмотрим приводы исполнительных элементов на основе двигателей постоянного тока с якорным управлением. Тогда

$$\begin{aligned} \Omega_0^{(i)} = & T_{\Sigma M}^{(i)} T_{\Sigma}^{(i)} d^2 \Omega^{(i)} / dt^2 + T_{\Sigma M}^{(i)} d\Omega^{(i)} / dt + \Omega^{(i)} + K_M^{(i)} \{M_i(\Omega^{(1)}, \Omega^{(2)}, \Omega^{(3)}) + \\ & + T_{\Sigma}^{(i)} [\partial M_i / \partial \Omega^{(1)} \cdot d\Omega^{(1)} / dt + \partial M_i / \partial \Omega^{(2)} \cdot d\Omega^{(2)} / dt + \partial M_i / \partial \Omega^{(3)} \cdot d\Omega^{(3)} / dt]\}, i=1,2,3, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\Omega_0^{(i)} = U_i / c_e^{(i)}$ управление, приведенное к якорю двигателя, с^{-1} ; $T_{\Sigma M}^{(i)} = J_i R_i / c_e^{(i)} c_M^{(i)}$, $T_{\Sigma}^{(i)} = L_i / R_i$ электромеханическая и электрическая постоянные времени, с ; $K_M^{(i)} = R_i / c_e^{(i)} c_M^{(i)}$ – параметр, характеризующий влияние момента резания на якорь двигателя, $(\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с})^{-1}$; $R_i, L_i, J_i, c_e^{(i)}, c_M^{(i)}$ – параметры двигателей; M_i – момент силовой реакции от процесса резания на вращение ротора соответствующего двигателя. Причем, справедливо

$$V_i = n_i \Omega^{(i)}, l_i(t) = \int_0^t V_i(\xi) d\xi, i=1,2,3, \quad (6)$$

т.е. механическая часть приводов исполнительных элементов является абсолютно жесткой и n_i измеряется в миллиметрах. Уравнение (5) показывает, что за счет реакции со стороны резания три автономных двигателя становятся взаимосвязанными, а системы управления становятся системами векторного управления. Что касается траекторий пространства $\mathfrak{R}_\Phi^{(3)}$, то они определяются соотношениями:

$$\begin{cases} l_1^{(\Phi)}(t) = l_1(t) - X_1(t) - \chi_1 Y_0(t); \\ l_2^{(\Phi)}(t) = l_2(t) - X_2(t); \\ l_3^{(\Phi)}(t) = -X_3(t) - \chi_3 Y_0(t). \end{cases} \quad (7)$$

Зависимости (1) – (7) характеризуют управляемую динамическую систему резания, позволяющую выяснить взаимосвязь управления $U = \{U_1, U_2, U_3\}^T$ со всеми траекториями пространств $\mathfrak{R}_X^{(3)}$, $\mathfrak{R}_Y^{(3)}$, $\mathfrak{R}_L^{(3)}$, $\mathfrak{R}_\Phi^{(3)}$.

Реализация синергетического подхода

При определении программы управления $\mathfrak{R}_L^{(3)}$ при изготовлении детали, приведенной в качестве примера на рис. 1, а, можно воспользоваться методами линейной интерполяции. Траектории задаются на участках «0–1», «1–2» и т.д. Не нарушая общности, ограничимся рассмотрением продольного точения детали постоянного диаметра (участок «0–1» на рис. 1, а). Сформулируем цель процесса как изготовление деталей заданной точности при обеспечении физической оптимальности резания. Известно, что физическая оптимальность достигается при постоянстве скорости реза-

ния, которая выбирается из условия минимизации интенсивности изнашивания [16]. Для обеспечения постоянства диаметра необходимо выбирать траектории исполнительных элементов так, чтобы $l_1^{(\Phi)}(t) = \text{const}$.

В работе [9] показано, что при анализе уравнений (1) – (5) можно воспользоваться принципом разделения движений на «медленные», лежащие в пределах полосы пропускания серводвигателей, и «быстрые», рассматривающие деформационные смещения в частотном диапазоне, определяемом избирательными свойствами подсистем. Такая возможность вытекает из свойств асимптотического поведения нелинейных дифференциальных

уравнений, имеющих малый параметр при производной.

Синтез управления выполним в два этапа. На первом этапе рассмотрим управление «медленными» движениями

$$l^{(\Phi)}(\tau) = \{l_1^{(\Phi)}(\tau), l_2^{(\Phi)}(\tau), l_3^{(\Phi)}(\tau)\}^T \text{ в медленном}$$

безразмерном времени τ . Безразмерное время получается из выражения $\tau = \Omega^{(3)}t$. Для «медленных» деформационных смещений после введения малых параметров справедливо выражение:

$$dF_{\Sigma,0}/dt = 0, dY_0/dt = d^2Y_0/dt^2 = 0, dX_i/dt = d^2X_i/dt^2 = 0, i=1,2,3. \quad (8)$$

Рассмотрим случай $t_p^{(0)} = \text{const}$, т.е. $l_i = \text{const}$. Тогда

$$\begin{cases} V_3 = n_3\Omega^{(3)} = \text{const}; \\ l_i^{(\Phi)} = l_i - \Delta_{X,Y}(\tau) = \text{const}. \end{cases} \quad \begin{matrix} (9.1) \\ (9.2) \end{matrix} \quad (9)$$

где $\Delta_{X,Y} = X_1(\tau) + \chi_1 Y_0(\tau)$ – постоянное значение деформаций. Вначале положим, что условие (9.1) выполняется. Тогда для «медленных» движений скорости деформационных смещений обнуляются, и величина обратной подачи $S_p^{(0)}(\tau) = \int_{\tau-(\Omega^{(3)})^{-1}}^{\tau} \{V_2(\xi)\} d\xi$ характеризует «медленные» ее изменения,

усредненные во временном окне $(\Omega^{(3)})^{-1}$. Для определения $S_p^{(0)}$, при котором выполняется (9.2), воспользуемся системами (1) – (3) с учетом (8). Тогда справедливо

$$\begin{bmatrix} c_{1,1} + \Phi\chi_1 & c_{2,1} & c_{3,1} & \Phi(\chi_1)^2 \\ c_{1,2} + \Phi\chi_2 & c_{2,2} & c_{3,2} & \Phi\chi_1\chi_2 \\ c_{1,3} + \Phi\chi_3 & c_{2,3} & c_{3,3} & \Phi\chi_1\chi_3 \\ \Phi & 0 & 0 & c_0 + \Phi\chi_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ Y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_p^{(0)}\Phi\chi_1 \\ t_p^{(0)}\Phi\chi_2 \\ t_p^{(0)}\Phi\chi_3 \\ t_p^{(0)}\Phi \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где $\Phi = \rho_0[1 + \mu \exp(-\alpha V_3)]S_p^{(0)}$.

Получаем выражение для определения зависимости Δ_{XY} от упругих свойств взаимодействующих подсистем, параметров динамической связи и технологических режимов:

$$\Delta_{XY} = \frac{t_p^{(0)}}{1 + K_{\Sigma}}, \quad (11)$$

$$\text{где } A_0 = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} & c_{3,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} & c_{3,2} \\ c_{1,3} & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix}; A_{\chi} = \begin{bmatrix} \chi_1 & c_{2,1} & c_{3,1} \\ \chi_2 & c_{2,2} & c_{3,2} \\ \chi_3 & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix}; K_{\Sigma} = \frac{c_0(l_2)A_0}{\rho_0[1 + \mu \exp(-\alpha V_3)]S_p^{(0)}[A_{\chi}c_0(l_2) + A_0\chi_1]} - \text{безраз-}$$

мерный коэффициент, определяющий преобразование глубины срезаемого слоя в величину суммарных упругих деформаций Δ_{XY} .

Выражение (11) показывает, что для управления Δ_{XY} возможны различные направления. Они включают в себя конструктивные изменения подсистемы инструмента, влияющие на матрицы его жесткости, геометрию инструмента, влияющую на угловые коэффициенты χ_i , и технологические параметры $S_p^{(0)}$, $t_p^{(0)}$, зависящие от траекторий исполнительных элементов. Например, если путем варьирова-

ния геометрии обеспечить условие $\chi_1 = 0$, то вариации $c_0(l_2)$ не влияют на Δ_{XY} . Естественным способом обеспечения $\Delta_{XY} = \text{const}$ является управление режимами. В частности, если $t_p^{(0)} = \text{const}$, то для $\Delta_{XY} = \text{const}$ получаем закон изменения подачи $S_p^{(0)}(l_2)$ вдоль оси вращения заготовки:

$$S_p^{(0)}(l_2) = \frac{\Delta_{XY} A_0 c_0(l_2)}{\rho_0 [1 + \mu \exp(-\alpha V_3) [c_0(l_2) A_\chi + \chi_1 A_0] (t_p^{(0)} - \Delta_{X,Y})]} . \quad (12)$$

Выражение (12) фактически является желаемой фазовой траекторией продольного перемещения суппорта $n_2 \Omega_2 = V_2(l_2) - l_2$, которая может задаваться одним из способов программирования траекторий суппорта. Этой фазовой траектории соответствует временная траектория частоты вращения двигателя продольного суппорта $\Omega_2(\tau)$. Зная $\Omega_2(\tau)$, методами решения обратных задач динамики, можно вычислить функцию управления $\Omega_0^{(2)}(\tau)$ [17]. Тем самым учитываются динамические свойства двигателя.

В зависимости от начальных технологических режимов и параметров взаимодействующих подсистем существует множество траекторий $\Omega_2(l_2) \in \mathfrak{Z}$. Для обеспечения условия (9.1) воспользуемся методом аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) [3]. Силовым влиянием резания на двигатели подачи можно пренебречь, так как передаточное отношение между двигателем и перемещением суппорта есть величина большая. Кроме этого положим, что шпиндель жестко связан с ротором двигателя. Тогда из (3) и (4) имеем следующее:

$$\begin{cases} d\Omega^{(3)} / d\tau = Z(\tau); \\ dZ / d\tau = (T_{\mathfrak{M}}^{(3)} T_{\mathfrak{D}}^{(3)})^{-1} \{ \Omega_0^{(3)} - T_{\mathfrak{M}}^{(3)} Z(\tau) - \Omega^{(3)} - M_{\Sigma}(\Omega^{(3)}, l_2) \}, \end{cases} \quad (13)$$

$$\text{где } M_{\Sigma}(\Omega^{(3)}, l_2) = \frac{K_M(l_2) R_3}{c_e^{(3)} c_M^{(3)}} \left\{ \frac{1 + \mu \exp(-\alpha \Omega^{(3)})}{\Omega^{(3)}} - T_{\mathfrak{D}}^{(3)} \frac{1 + \mu \exp(-\alpha \Omega^{(3)}) (1 + \alpha \Omega^{(3)})}{(\Omega^{(3)})^2} \frac{d\Omega^{(3)}}{d\tau} \right\};$$

$$K_M(l_2) = n_2 \chi_3 R \rho_0 [t_p^{(0)} - Y_1^{(0)}] \Omega^{(2)}(l_2); \text{ где } R - \text{ радиус заготовки.}$$

Для подсистемы (13) синтезируем методом АКАР управление, обеспечивающее условие $\Omega^{(3)} \Rightarrow \Omega_{0,0}^{(3)}$. Для этого введем в рассмотрение две агрегированные координаты $\psi_1 = \Omega^{(3)} - \Omega_{0,0}^{(3)}$ и $\psi_2 = Z - \varphi(\Omega^{(3)})$, а также два функциональных уравнения

$$\begin{cases} T_1 d\psi_1 / d\tau + \psi_1 = 0; \\ T_2 d\psi_2 / d\tau + \psi_2 = 0. \end{cases} \quad (14)$$

После очевидных преобразований имеем закон синергетического управления в координатах состояния системы:

$$U_3 = c_e^{(3)} [A d\Omega^{(3)} / d\tau + B \Omega^{(3)} + M_{\Sigma}(\Omega^{(3)}, l_2) + C \Omega_{0,0}^{(3)}], \quad (15)$$

$$\text{где } A = \frac{T_{\mathfrak{M}}^{(3)} (T_1 - T_{\mathfrak{D}}^{(3)})}{T_1}; \quad B = \frac{T_1 T_2 - T_{\mathfrak{M}}^{(3)} T_{\mathfrak{D}}^{(3)}}{T_1 T_2}; \quad C = \frac{T_{\mathfrak{M}}^{(3)} T_{\mathfrak{D}}^{(3)}}{T_1 T_2}.$$

В уравнении (15) координаты $\Omega^{(3)}$, l_2 являются наблюдаемыми. Для определения $d\Omega^{(3)} / d\tau$ легко построить наблюдатель на основе механической части двигателя:

$$\frac{d\Omega^{(3)}}{d\tau} = \frac{1}{J_3} \{ c_M^{(3)} I_3 - n_2 \chi_3 R \rho_0 [1 + \mu \exp(-\alpha \Omega^{(3)})] [t_p^{(0)} - Y_1^{(0)}] \frac{K_M(l_2) R_3}{c_e^{(3)}} \frac{\Omega^{(2)}(l_2)}{\Omega^{(3)}} \}. \quad (16)$$

Приведенный синтез обеспечивает условия (9) в предположении, что подсистема «быстрых» движений является асимптотически устойчивой. Эта подсистема рассматривается в вариациях относительно траекторий $X_i^{(*)}, i=1,2,3$, $Y_0^{(*)}$ и $F_0^{(*)}$, которые получаются в результате синергетического синтеза подсистемы «медленных» движений. Для подсистемы «быстрых» движений функции $X_i^{(*)}, i=1,2,3$, $Y_0^{(*)}$ задают «медленные» смещения точек равновесия в подвижной системе координат. Следующий этап заключается в согласовании внешнего управления с внутренней динамикой системы.

Согласование внешнего управления с внутренней динамикой

После замены $X_i(t) = X_i^{(*)} + x_i(t)$, $i = 1, 2, 3$; $Y_0(t) = Y_0^{(*)} + y_0(t)$; $F_{\Sigma,0}(t) = F_{\Sigma,0}^{(*)} + f(t)$ из (1) – (3) получаем линеаризованное уравнение в вариациях

$$Md^2z/dt^2 + Hdz/dt + Cz = 0, \quad (17)$$

где $z(t) = \{x_1(t), x_2(t), x_3(t), y_0(t), f(t)\}^T$; $T_0 = \frac{kS_P^{(0)}(t_P^{(0)} - X_1^{(*)} - Y_0^{(*)}\chi_1)}{V_3}$;

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; H = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} & h_{3,1} & 0 & 0 \\ h_{1,2} & h_{2,2} & h_{3,2} & 0 & 0 \\ h_{1,3} & h_{2,3} & h_{3,3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_0 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho_0 S_P^{(0)} \alpha [t_P^{(0)} - X_1^{(*)} - Y_0^{(*)}\chi_1] & -\rho_0 \chi_1 S_P^{(0)} \alpha [t_P^{(0)} - X_1^{(*)} - Y_0^{(*)}\chi_1] & T_0 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} & c_{3,1} & 0 & -\chi_1 \\ c_{1,2} & c_{2,2} & c_{3,2} & 0 & -\chi_2 \\ c_{1,3} & c_{2,3} & c_{3,3} & 0 & -\chi_3 \\ 0 & 0 & 0 & c_0 & -1 \\ 0 & \rho_0 S_P^{(0)} [1 + \mu \exp(-\alpha V_3)] & \rho_0 [1 + \mu \exp(-\alpha V_3)] [t_P^{(0)} - X_1^{(*)} - Y_0^{(*)}\chi_1] & \rho_0 \chi_1 S_P^{(0)} [1 + \mu \exp(-\alpha V_3)] & 1 \end{bmatrix}.$$

Уравнение (17) позволяет проанализировать условия асимптотической устойчивости подсистемы «быстрых» движений. Устойчивость зависит, как от параметров взаимодействующих подсистем и формируемой резанием динамической связи, так и от траекторий исполнительных элементов, задающих V_3 , $S_P^{(0)}$ и $t_P^{(0)}$ с учетом «медленных» деформаций. Подчеркнем, что траектории исполнительных элементов определяют параметры порядка в подсистеме «быстрых» движений. Поэтому необходимо выбрать из $\Omega_2(l_2) \in \mathfrak{Z}$ множество траекторий, которое удовлетворяет условиям асимптотической устойчивости «быстрых» движений.

Рассмотрим конкретный пример. Закон изменения жесткости заготовки

$$c(l_2) = c_0 [1 + \mu_l \exp(-\alpha_l l_2)], \quad (18)$$

где α_l – параметр, мм^{-1} .

Подсистема инструмента:

$$m = \begin{bmatrix} 0,025 & 0 & 0 \\ 0 & 0,025 & 0 \\ 0 & 0 & 0,025 \end{bmatrix} \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{мм}; h = \begin{bmatrix} 2,5 & 0,2 & 0,1 \\ 0,2 & 1,5 & 0,08 \\ 0,1 & 0,08 & 1,5 \end{bmatrix}; \text{ кгс/мм}; c = \begin{bmatrix} 1000 & 200 & 100 \\ 200 & 500 & 60 \\ 100 & 60 & 500 \end{bmatrix} \text{ кгс/мм}.$$

Параметры подсистемы заготовки и динамической связи приведены в табл. 1.

1. Параметры подсистемы заготовки и динамической связи

c_0 , кг/мм	h_0 , Н/мм	m_0 , Н/мм ²	α , мм ⁻¹	χ_1	χ_2	χ_3	α , с/м	ρ , кг/мм ²	μ_1
200	0,1	0,0025	0,02	0,5	0,5	0,7	1,2	500	0,4

Рассмотрим области устойчивости системы (рис. 2). Для анализа этих областей удобно ввести безразмерный параметр g_Σ , величина которого, наряду с T_0 , непосредственно влияет на устойчивость системы:

$$g_\Sigma = \frac{\rho_0 [1 + \mu \exp(-\alpha V_3)] \{S_P^{(0)} [\chi_1 A_0 - c_0(l_2) A_\chi^{(1)}] + t_P^{(0)} c_0(l_2) A_\chi\}}{c_0(l_2) A_0}, \quad (19)$$

$$\text{где } A_\chi^{(1)} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{3,1} & \chi_1 \\ c_{1,2} & c_{3,2} & \chi_2 \\ c_{1,3} & c_{3,3} & \chi_3 \end{bmatrix}.$$

Система теряет устойчивость в затемненной области. На диаграмму области устойчивости наложены траектории изменения параметров системы « $A^{(i)} - B^{(i)}$ » ($i = 1, 2, 3$), соответствующие трем значениям глубины резания: $t_p^{(0)} = 1,0 \text{ мм}$, $t_p^{(0)} = 2,0 \text{ мм}$, $t_p^{(0)} = 3,0 \text{ мм}$ соответственно. При этом учитывается зависимость T_0 от технологических режимов (4). Отметим, что наибольшая склонность системы к потере устойчивости наблюдается при T_0 приближающейся к величинам, обратным собственным частотам колебательных контуров в подсистеме инструмента и заготовки.

Рис. 2. Области устойчивости подсистемы «быстрых» движений

Рис. 3. Пример эволюционных траекторий деформационных смещений подсистемы «быстрых» движений

Приведенные данные показывают, что в зависимости от траектории (12) «медленных» движений параметры линеаризованного уравнения в вариациях изменяются и в параметрическом пространстве изображающая точка может пересекать фигуративную линию (кривые « $A^{(i)} - B^{(i)}$ » на рис. 2). Тогда синтезированная траектория становится на некотором уча-

стке неустойчивой. В ее окрестности формируются различные притягивающие множества деформационных смещений (предельные циклы, инвариантные торы, хаотические аттракторы), которые непосредственно влияют на геометрическую топологию формируемой резанием поверхности, а также на интенсивность изнашивания инструмента. Наибольшая чувствительность устойчивости наблюдается при варьировании $t_p^{(0)}$, $c_0(l_2)$, V_3 и χ_1 . Она зависит также от свойств упругости и диссипации взаимодействующих подсистем.

Приведем пример изменения суммарных деформационных смещений Δ_{xy} в функции времени (рис. 3) для трех (см. рис. 2) траекторий. В точках С траектории «быстрых» движений теряют устойчивость. В этом случае необходимо изменить параметры взаимодействующих подсистем конструктивными методами, изменить значение скорости резания или начальной глубины для обеспечения устойчивости подсистемы «быстрых» движений.

Анализ результатов

При использовании синергетической теории для управления обработкой на металлорежущих станках как сложной динамической системой необходимо учитывать, что управляемые от регулируемых приводов траектории исполнительных элементов станка лежат в частотном диапазоне, на два порядка меньшем, чем частотный состав деформационных смещений инструмента относительно заготовки. Поэтому синтез управления выполняется в два этапа.

На первом этапе выполняется разделение движений траекторий формообразующих движений на «медленные», лежащие в пределах полосы пропускания серводвигателей с учетом «медленных» деформационных смещений инструмента относительно заготовки и «быстрые» движения.

Частотный состав «быстрых» движений определяется избирательными свойствами взаимодействующих подсистем деформаций инструмента и заготовки. Для подсистемы «медленных» движений на основе использования синергетической теории управления, в частности метода АКАР, разработанного А.А. Колесниковым [3, 4], синтезируются системы, обеспечивающие требуемые траектории формообразующих движений. Они определяются исходя из точности обработки и оптимального значения скорости резания, при которой минимизируется интенсивность изнашивания инструмента. При этом учитывается,

что подсистемы управления исполнительными элементами станка за счет динамической связи, формируемой процессом резания, становятся системами связанного (векторного) управления. При этом динамическая связь есть не что иное, как модель сил резания, представленных в координатах состояния системы.

На втором этапе осуществляется согласование управляемых траекторий «медленных» движений со свойствами динамической системы резания. Учитывается, что траектории «медленных» движений, задающие технологические параметры системы, фактически являются управляющими параметрами, изменения которых варьируют свойства подсистемы «быстрых» движений.

После согласования, синтезируемая методом АКАР, траектория формообразующих движений становится глобальным притягивающим множеством. Разработанные математические модели и методика позволяют выбрать из множества допустимых траекторий «медленных» движений те, при которых подсистема «быстрых» движений становится асимптотически устойчивой, а синтезированные методом АКАР, траектории являются глобальными аттракторами. Тем самым обеспечивается условие синергетического взаимосо согласования внешнего управления, например, от системы ЧПУ с внутренней динамикой системой.

Заключение

Процесс обработки на металлорежущих станках представляет сложную единую и взаимосвязанную систему, в которой рассмотрение отдельных изолированных подсистем неправомерно. Она является эмерджентной. Приведенная методика синергетического системного синтеза процессами обработки на металлорежущих станках открывает новое направление повышения эффективности процессов обработки. При этом решается двуединая задача оптимизации, основанная на минимизации приведенных затрат на изготовление деталей, а также обеспечения требуемой точности изготовления деталей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Хакен, Г. Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействиях. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. – 320 с.
2. Гленсдорф, П., Пригожин, И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. – М.: Мир, 1978. – 488 с.
3. Колесников, А.А. Синергетика и проблемы теории управления. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 504 с.

4. Колесников, А.А. Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
5. Zakovorotny, V.L., Lukyanov, A.D. The problems of control of the evolution of the dynamic system interacting with the medium // International Journal of Mechanical Engineering and Automation. – 2014. – Т. 1. – №5. – С. 271-285.
6. Заковоротный, В.Л., Губанова, А.А., Лукьянов, А.Д. Использование синергетической концепции для изучения устойчивости формообразующих траекторий попутного фрезирования // СТИН. – 2016. – № 4. – С. 32-40.
7. Заковоротный, В.Л., Флек, М.Б., Фам, Д.Т. Синергетическая концепция при построении систем управления точностью изготовления деталей сложной геометрической формы // Вестник Донского государственного технического университета. – 2011. – Т. 11. – № 10 (61). – С. 1785-1797.
8. Заковоротный, В.Л., Лапшин, В.П., Туркин, И.А. Управление процессом сверления глубоких отверстий спиральными сверлами на основе синергетического подхода // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. – 2014. – № 3 (178). – С. 33-41.
9. Заковоротный, В.Л., Флек, М.Б. Динамика процесса резания. Синергетический подход. – Ростов-на-Дону: Изд-во «Терра», 2006. – 876 с.
10. Заковоротный, В.Л., Гвинджилия, В.Е. Влияние биений шпиндельной группы на геометрическую топологию поверхности детали при токарной обработке // СТИН. – 2018. – № 4. – С. 35-40.
11. Базров Б.М. Расчет точности машин на ЭВМ. – М.: Машиностроение, 1984. – 256 с.
12. Warminski, J., Litak, G., Cartmell, M. P., Khanin, R., Wiercigroch, M. Approximate analytical solutions for primary chatter in the non-linear metal cutting model // Journal of Sound and Vibration. – 2003. – № 259 (4). – P. 917-933.
13. Stepan, G., Insperge, T., Szalai, R. Delay, Parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes // International Journal of Bifurcation and Chaos. – 2005. – Vol. 15. – № 9. – P. 2783-2798.
14. Zakovorotny, V.L., Lukyanov, A.D., Gubanova, A.A., Khristoforova, V.V. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting // Journal of Sound and Vibration. – 2016. – Т. 368. – С. 174-190.
15. Заковоротный, В.Л., Гвинджилия, В.Е. Бифуркации притягивающих множеств деформационных смещений режущего инструмента в зависимости от биений шпиндельной группы // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. – 2017. – Т. 25. – № 6. – С. 40-52.
16. Рыжкин, А.А. Синергетика изнашивания инструментальных материалов при лезвийной обработке. – Ростов-на-Дону: Изд-во ДГТУ, 2019. – 289 с.
17. Крутько, П.Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. Цикл лекций: учеб. пособ. для вузов. – М.: Машиностроение, 2004. – 576 с.

REFERENCES

1. Haken, *Nature Mysteries. Synergetics: Doctrine on Interaction*. – Izhevsk: Institute of Computer Investigations, 2003. – pp. 320.
2. Glensdorf, P., Prigogzhin, I. *Thermo-dynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations*. – M.: World, 1978. – pp. 488.

3. Kolesnikov, A.A. Synergetics and Problems of Management Theory. – M.: PHYSMATHLIT, 2004. – pp. 504.
4. Kolesnikov, A.A. *Synergetic Theory of Management*. – M.: Energoatomizdat, 1994. – pp. 344.
5. Zakovorotny, V.L., Lukyanov, A.D. The problems of control of the evolution of the dynamic system interacting with the medium // *International Journal of Mechanical Engineering and Automation*. – 2014. – Vol. 1. – No.5. – pp. 271-285.
6. Zakovorotny, V.L., Gubanova, A.A., Lukiyanov, A.D. Synergetic concept use for study of shaping path stability of passing milling // *STIN*. – 2016. – No.4. – pp. 32-40.
7. Zakovorotny, V.L., Flek, M.B., Fam, D.T. Synergetic concept at formation of accuracy control system at manufacturing complex parts // *Bulletin of Don State Technical University*. – 2011. – Vol. – No.10. (61). – pp. 1785-1797.
8. Zakovorotny, V.L., Lapshin, V.P., Turkin, I.A. Process control of deep openings with twist drills on synergetic approach basis // *College Proceedings. Northern Caucasus Region. Series: Engineering Sciences*. – 2014. – No.3. (178). – pp. 33-41.
9. Zakovorotny, V.L., Flek, M.B. Cutting Process Dynamics. Synergetic Approach. – Rostov-upon-Don: "Terra" Publishers, 2006. – pp. 876.
10. Zakovorotny, V.L., Gvindjilia, V.E. Spindle unit wobble impact upon geometrical topology of parts surface at turning // *STIN*. – 2018. – No.4. – pp. 35-40.
11. Bazrov, B.M. *Machinery Accuracy Computation*. – M.: Mechanical Engineering, 1984. – pp. 256.
12. Warminski, J., Litak, G., Cartmell, M. P., Khanin, R., Wierciogoch, M. Approximate analytical solutions for primary chatter in the non-linear metal cutting model // *Journal of Sound and Vibration*. – 2003. – № 259 (4). – P. 917-933.
13. Stepan, G., Insperge, T., Szalai, R. Delay, Parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes // *International Journal of Bifurcation and Chaos*. – 2005. – Vol. 15. – № 9. – P. 2783-2798.
14. Zakovorotny, V.L., Lukyanov, A.D., Gubanova, A.A., Khris-toforova, V.V. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting // *Journal of Sound and Vibration*. – 2016. – T. 368. – pp. 174-190.
15. Zakovorotny, V.L., Gvindjilia, V.E. Attracting multitudes bifurcation of cutter deforming shifts depending on spindle unit wobbles // *College Proceedings. Applied Non-Linear Dynamics*. – 2017. – Vol.25. – No.6. – pp. 40-52.
16. Ryzhkin, A.A. *Synergetics of Tool Material Wear at Edge Working*. – Rostov-upon-Don: DSTU Publishers, 2019. – pp. 289.
17. Krutko, P.D. *Dynamics Inverse Problems in Theory of Automatic Control. Lecture Series: manual for colleges*. – M.: Mechanical Engineering, 2004. – pp. 576.

Рецензент д.т.н. Д.И. Петрешин