

УДК 621.822

DOI: 10.12737/24884

А.Ю. Корнеев, Шенбо Ли

## РАСЧЁТ ПОЛЕЙ ДАВЛЕНИЙ И ТЕМПЕРАТУР В СМАЗОЧНОМ СЛОЕ КОНИЧЕСКИХ ГИДРОСТАТОДИНАМИЧЕСКИХ ПОДШИПНИКОВ

Рассматривается методика расчета полей давлений и температур в смазочном слое конического гидростатодинамического подшипника. Обобщенное уравнение Рейнольдса, уравнения баланса энергий и баланса расходов, а также дополнительные соотношения для теплофизических свойств смазочного материала выводятся с учетом турбулентности, теплового эффекта и осевой скорости смазочного материала. Данная система решена численным методом конечных разностей. В

связи с обратным течением смазочного материала на границах камер для решения уравнения баланса энергий был использован закон Патанкара для вычисления коэффициентов и постоянных условий дискретного уравнения.

**Ключевые слова:** конический гидростатодинамический подшипник, поле давлений, поле температур, уравнение Рейнольдса, уравнение баланса энергий, уравнение баланса расходов, метод конечных разностей.

A.Yu. Korneev, Shenbo Lee

## COMPUTATION OF PRESSURE AND TEMPERATURE FIELDS IN LUBRICATING LAYER OF TAPERED HYDROSTATIC DYNAMIC BEARINGS

The paper reports the consideration of the procedure for the computation of pressure and temperature fields in a lubricating layer of a tapered hydrostatic dynamic bearing based on a joint solution of Reynolds equations, a balance of energies and a balance of expenses and also additional correlations for thermal-physical properties of lubricating material taking into account turbulence and a thermal effect. The solution of this system was carried out through a numerical method of finite differences. The theoretical and experimental investigations show that lubricating material

in a tapered hydrostatic dynamic bearing ensures a sufficient carrying capacity. This work offers the use of results shown for the analysis of rotor systems on tapered bearings and it will be useful for scientific workers and engineers dealing with the problems of computation and design of slider bearings in high-speed systems.

**Key words:** tapered hydrostatic dynamic bearing, pressure field, temperature field, Reynolds equation, equation of energy balance, equation of expense balance, method of finite differences.

### Введение

Конические подшипники скольжения получили свое распространение из-за одновременного восприятия радиальной и осевой нагрузки, возможности корректировки осевого зазора, уменьшения осевых габаритов турбомшины и т.д. Среди отечественных и зарубежных ученых, занимавшихся проведением соответствующих исследований конических подшипников, можно отметить следующих. Индийские

ученые Прабу и Ганесан изучали статические характеристики многокамерных гидростатических подшипников [1], Халил, Кассаби и Исмаил в своей работе изучали влияние сил инерции на работу конических гидростатических упорных подшипников в условиях турбулентности [2]. Калита и др. провели теоретические исследования характеристик конических подшипников при ламинарном течении смазочного материала

[3]. Работы Синхи, Кеннеди и Родкевича посвящены влиянию температурных эффектов в конических подшипниках с учетом изменения вязкости масла [4; 5]. В статье Женга и Янга приведено сравнение тепловых эффектов в коническом гибридном подшипнике [6]. Сатиш, Викас и Фэйл

исследовали влияние износа на характеристики конических гибридных подшипников с питающими камерами и дросселями [7]. Фэнг и др. [8; 9] изучали статические и динамические характеристики конических гибридных подшипников.

**Математическая модель**

**Конструкция гидростатодинамического подшипника**

Конический гидростатодинамический (гибридный по принципу создания давления в смазочном слое) подшипник (ГСДП) с прямоугольными камерами как

объект исследования представлен на рис. 1. Основные параметры подшипника и смазочного материала приведены в табл. 1.

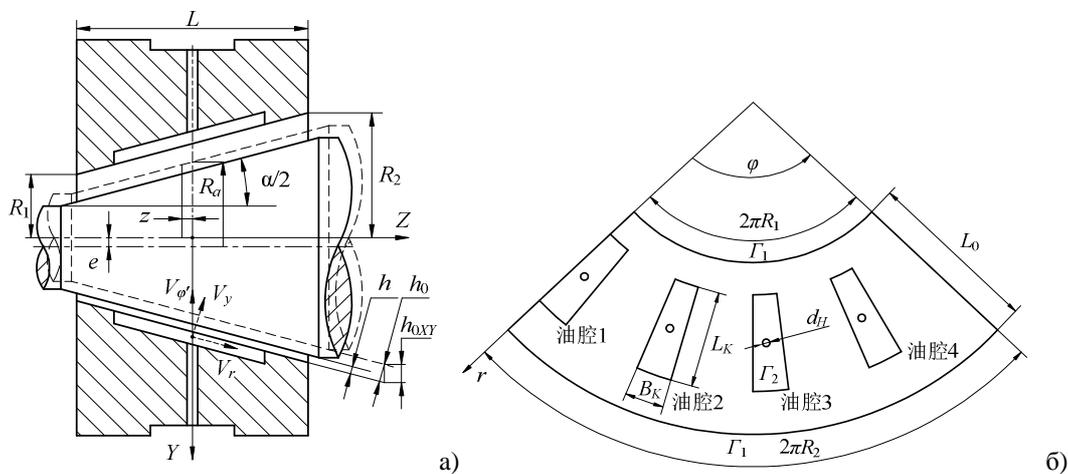


Рис. 1. Продольный разрез (а) и развертка (б) конического подшипника с прямоугольными камерами

Таблица

Геометрические и рабочие параметры конического подшипника

Параметр	Значение	Единица
Ширина КПС, $L$	53	мм
Радиус, $R_2$	24	мм
Угол конусности, $\alpha$	30	°
Радиальный зазор, $h_0$	50	мкм
Количество камер, $NK$	4	
Длина камеры, $L_K$	41	мм
Глубина камеры, $H_K$	2	мм
Ширина камеры, $B_K$	8	мм
Длина жиклера, $l_H$	5	мм
Диаметр жиклера, $d_H$	1	мм
Нагрузка на подшипник, $W$	70	Н
Теплоемкость масла, $C_v$	1949	Дж/(кг·°C)
Плотность масла, $\rho$	815	кг/м <sup>3</sup>
Температура масла на входе, $T_0$	20	°C
Вязкость масла при 20°C, $\mu_0$	0,013	Па·с

**Система уравнений**

На рис. 2 а представлена схема вращающегося шипа в коническом гидроста-

татодинамическом подшипнике с прямоугольными камерами, на которой показаны

система координат, векторы скоростей, внешняя нагрузка и другие геометрические соотношения. Схематическая диаграм-

ма потока смазочного материала через контур вокруг питающей камеры показана на рис. 2 б.

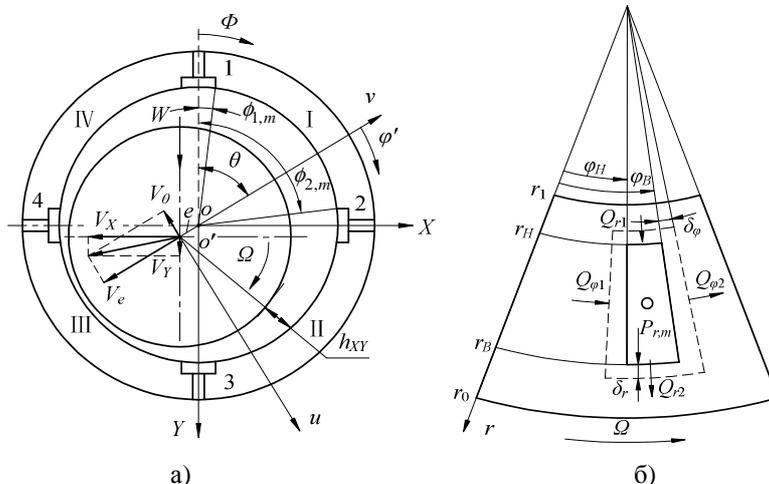


Рис. 2. Расчетные схемы: а - шип в подшипнике; б - расход смазочного материала вокруг контура

Система уравнений для расчета полей давлений и температур с учетом тепловых и турбулентных эффектов, записываемая для конического ГСДП с прямоугольными камерами, включает обобщенное на случай двумерной турбулентной смазочной пленки уравнение Рейнольдса, уравнения баланса энергии и баланса расходов смазочного материала, уравнение состояния и выражения для теплофизических свойств смазочного ма-

териала. Система замыкается необходимыми начальными и граничными условиями.

*Обобщенное уравнение Рейнольдса*

Как показано на рис. 1, развертка конической поверхности представляет собой трапециевидальную область. В соответствии с работами [10; 11] выводится обобщенное уравнение Рейнольдса в полярной системе координат в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{r h^3}{\mu K_r} \frac{\partial p}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial \phi} \left[ \frac{h^3}{\mu K_\phi} \frac{\partial p}{\partial \phi} \right] = 6V_r \frac{h}{r} + 6V_\phi \frac{\partial h}{\partial \phi} + 12V_y, \tag{1}$$

где значения скоростей в точках на поверхности шипа определяются как

$$V_r = (V_e \cos \phi' + V_\theta \sin \phi') \sin(\alpha/2) + V_z \cos(\alpha/2); \quad V_\phi = \Omega r \sin(\alpha/2);$$

$$V_y = (V_e \cos \phi' + V_\theta \sin \phi') \cos(\alpha/2) - V_z \sin(\alpha/2),$$

где  $\Omega$  - скорость цапфы;  $V_e$ ,  $V_\theta$  и  $V_z$  - скорости центра цапфы вдоль соответствующих осей;  $\phi'$  - угол перехода от системы коор-

динат  $uo'v$ ;  $K_r$  и  $K_\phi$  - коэффициенты турбулентности, определяемые (по методике Константинеску [10]) как

$$K_\phi = 1 + 0,044 \cdot (k^{*2} \cdot Re)^{0,725}; \quad K_r = 1 + 0,0247 \cdot (k^{*2} \cdot Re)^{0,65},$$

где  $k^*$  - коэффициент Кармана [10], определяющий величину пути смещения и зависящий от радиального зазора.

Коэффициент  $k^*$  может принимать значения 0,2...0,4, причем малые значения  $k^*$  соответствуют малым радиальным зазо-

рам - от 10 до 100 мкм. Часто коэффициент Кармана рассчитывают по эмпирической зависимости  $k^* = 0,125 Re^{0,07}$ . Значение числа Рейнольдса для случая конического подшипника определяется

как  $Re = \Omega R_a \rho h_0 / \mu$ , где  $\rho$  - плотность масла,  $R_a$  - средний радиус цапфы. Критическое число Рейнольдса  $Re_c = 1000$ .

Граничными условиями при решении уравнения Рейнольдса являются давления смазочного слоя:

- смазка подшипников в районе границы:  $p|_{\Gamma_1} = p_a$ ,  $p|_{\Gamma_2} = p_{H_n}$ ,  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  - границы областей, соответствующих заданному давлению слива  $p_a$  (на торцах подшипника) и давлению в камерах  $p_H$  (рис. 1 б);

- разрыв пленки масла:  $p(r, \varphi_x) = 0$ ,  $\frac{\partial p}{\partial \varphi_x} = 0$  ( $p$  - давление манометра,  $\varphi_x$  - полярный угол разрыва смазочного слоя).

Функция зазора в коническом подшипнике

Функция зазора в коническом подшипнике (рис. 1 и 2) определяется выражением

$$h = h_0(1 + \varepsilon \cos \varphi') + z \sin(\alpha/2), \quad (2)$$

$\varepsilon$  - эксцентриситет,  $\varepsilon = e/h_{0XY}$ ;  $h_{0XY}$  - зазор в плоскости  $XOY$ ;  $z$  - осевое смещение (рис. 1 а).

Уравнение баланса энергий

Предполагается, что процесс смазки является достаточно быстротечным. В этом случае можно пренебречь влиянием теплопроводности смазочного материала и рассматривать адиабатную постановку задачи. Следовательно, уравнение баланса энергий записывается в виде

$$\rho C_v \left[ \left( \frac{V_r h}{2} - \frac{h^3}{12\mu K_r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \frac{\partial T}{\partial r} + \left( \frac{V_\varphi h}{2} - \frac{h^3}{12\mu K_\varphi} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} \right) \frac{\partial T}{r \partial \varphi} \right] =$$

$$= \frac{h}{2} \left[ V_r \frac{\partial p}{\partial r} + V_\varphi \frac{\partial p}{r \partial \varphi} \right] + \frac{\mu}{h} [K_r V_r^2 + K_\varphi V_\varphi^2] + \frac{\mu h}{3r^2} \left[ \frac{4}{3} K_r V_r^2 + K_\varphi V_\varphi^2 \right], \quad (3)$$

где  $C_v$  - теплоемкость при постоянном давлении;  $T$  - температура.

Уравнение зависимости вязкости от температуры масла

Путем экспериментальных измере-

ний вязкости смазочного масла № 7 вискозиметром R/S (Brookfield, США) была получена кривая зависимости вязкости смазки от ее температуры (рис. 3).

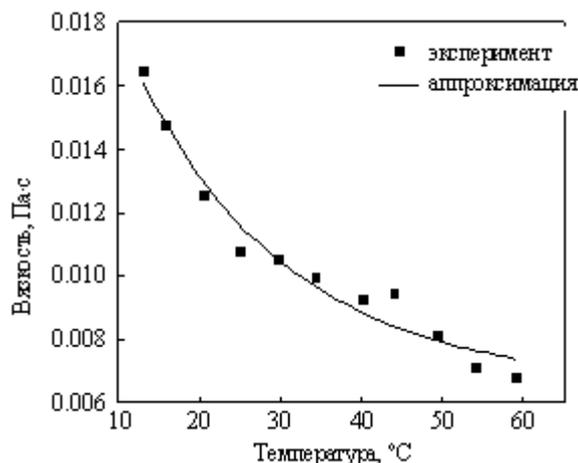


Рис. 3. Зависимость вязкости от температуры масла № 7

Аппроксимируя полученные данные, можно записать уравнение вязкости масла № 7 в следующем виде:

$$\mu = 0.01908e^{-\frac{T}{18.81448}} + 0.00656. \quad (4)$$

Уравнение баланса расходов

Для определения давлений в питаю-

щих камерах  $p_H$  необходимо включить в математическую модель расчета поля давлений в смазочном слое уравнение баланса расходов [10], которое выражает равенство массовых расходов смазочного материала через жиклер и контур, расположенный вокруг питающей камеры, и при условии положительного расхода ( $p_0 > p_H$ ) (рис. 2 б) имеет вид

$$Q_{H,m} = Q_{\phi_2} + Q_{r_2} - Q_{\phi_1} - Q_{r_1}. \quad (5)$$

Массовый расход смазочного материала через дросселирующее устройство (жиклер) определяется следующей зависимостью:

$$Q_{r_2} = \int_{\phi_H - \delta_\phi}^{\phi_B + \delta_\phi} \left( \frac{V_r h}{2} - \frac{h^3}{12K_r \mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_B + \delta_r} r d\phi; \quad Q_{r_1} = \int_{\phi_H - \delta_\phi}^{\phi_B + \delta_\phi} \left( \frac{V_r h}{2} - \frac{h^3}{12K_r \mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_H - \delta_r} r d\phi;$$

$$Q_{\phi_1} = \int_{r_H - \delta_r}^{r_B + \delta_r} \left( \frac{V_\phi h}{2} - \frac{h^3}{12K_\phi \mu} \frac{\partial p}{r \partial \phi} \right) \Big|_{\phi=\phi_H - \delta_\phi} r d\phi; \quad Q_{\phi_2} = \int_{r_H - \delta_r}^{r_B + \delta_r} \left( \frac{V_\phi h}{2} - \frac{h^3}{12K_\phi \mu} \frac{\partial p}{r \partial \phi} \right) \Big|_{\phi=\phi_B + \delta_\phi} r d\phi.$$

*Реакция смазочного слоя*

Несущая способность гидростатодинамического подшипника создается за счет уплотнения смазочного материала в зазоре и давления в камерах.

Гидродинамическая сила (реакция смазочного слоя) определяется как

$$F_x = W_v \sin(\theta) + W_u \cos(\theta); \quad F_y = W_v \cos(\theta) + W_u \sin(\theta); \quad F_z = W_z,$$

где  $W_u$ ,  $W_v$  и  $W_z$  - грузоподъемность смазочного слоя по соответствующим осям.

$$W_u = \sum_{m=1}^{NK} \int_{r_1}^{r_0} \int_{\phi_1 \sin(\alpha/2)}^{\phi_2 \sin(\alpha/2)} p \sin(\Phi - \theta) \cos(\alpha/2) r d\phi dr + \sum_{m=1}^{NK} p_{r,m} A_{u,m};$$

$$W_v = \sum_{m=1}^{NK} \int_{r_1}^{r_0} \int_{\phi_1 \sin(\alpha/2)}^{\phi_2 \sin(\alpha/2)} p \cos(\Phi - \theta) \cos(\alpha/2) r d\phi dr + \sum_{m=1}^{NK} p_{r,m} A_{v,m};$$

$$W_z = \sum_{m=1}^{NK} \int_{r_1}^{r_0} \int_{\phi_1 \sin(\alpha/2)}^{\phi_2 \sin(\alpha/2)} p \sin(\alpha/2) r d\phi dr + \sum_{m=1}^{NK} p_{r,m} A_{z,m},$$

где  $NK$  - количество камер;  $\phi_{1,m}$ ,  $\phi_{2,m}$  - углы, соответствующие началу и концу межкамерной перемычки  $m$ -й поверхности ( $m = 1 \dots 4$ ) в системе координат  $XOY$  (рис. 2

$$Q_{H,m} = c_f \frac{\pi d_H^4 (p_s - p_{r,m})}{128 \mu l_H},$$

где  $p_s$  - давление подачи масла;  $c_f$  - коэффициент расхода ( $c_f = 0,54$ );  $p_{r,m}$  - давление в камере  $m$ ;  $d_H$  и  $l_H$  - диаметр и длина жиклера соответственно.

Массовые расходы смазочного материала в осевом и окружном направлениях через контур вокруг питающей камеры, обусловленные вращением цапфы и градиентом давлений в соответствующих направлениях, определяются так:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}, \quad (6)$$

где  $F_x$ ,  $F_y$  и  $F_z$  - проекции гидродинамической силы на оси неподвижной системы координат.

а);  $A_{u,m}$ ,  $A_{v,m}$ ,  $A_{z,m}$  - площадь проекции  $m$ -й камеры подшипника на соответствующие плоскости.

**Система уравнений в безразмерном виде**

При решении исходной системы уравнений необходимо все фигурирующие в ней параметры привести к безразмерному виду. Безразмеривание позволяет в значительной мере избежать влияния ошибок округления при численной реализации алгоритмов, сокращает общее число

параметров построенной модели и, наконец, дает возможность наглядного сравнения одних членов дифференциального уравнения с другими. При расчете используются следующие безразмерные параметры:

$$\bar{r} = r/r_0, \bar{\delta}_r = \delta_r/r_0, \bar{A} = A/r_0^2, \bar{W} = W/(p_s r_0^2), \bar{F} = F/(p_s r_0^2), \bar{h} = h/h_0, \bar{p} = p/p_s, \bar{\mu} = \mu/\mu_0, \\ \bar{\rho} = \rho/\rho_0, \bar{C}_V = C_V/C_{V_0}, \bar{Q} = Q/[p_s h_0^3/(12\mu_0)], \bar{T} = T/T_0, \bar{z} = z/h_0, \tau = \Omega t,$$

$$\bar{V}_r = V_r/V_{r_0}, \bar{V}_\varphi = V_\varphi/V_{\varphi_0}, \bar{V}_y = V_y/V_{y_0}, B_{num} = \mu_0 \omega_0 r_0^2 / (p_s h_0^2)$$

в том числе  $r_0 = R_2/\sin(\alpha/2)$ ,  $V_{r_0} = \Omega r_0$ ,  $V_{\varphi_0} = \Omega r_0$ ,  $V_{y_0} = \Omega h_0$ . Подставляя эти безразмерные параметры в уравне-

ния (1-6), получим:

– обобщенное уравнение Рейнольдса в безразмерном виде:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}^2} + A \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}} + B \frac{\partial^2 \bar{p}}{\bar{r}^2 \partial \varphi^2} + C \frac{\partial \bar{p}}{\bar{r} \partial \varphi} = E + F, \tag{7}$$

где

$$A = \frac{1}{\bar{r}} + \frac{3}{\bar{h}} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{r}} - \frac{1}{\bar{\mu}} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{r}} - \frac{1}{K_r} \frac{\partial K_r}{\partial \bar{r}}, \quad B = \frac{K_r}{K_\varphi}, \quad C = B \left( \frac{3}{\bar{h}} \frac{\partial \bar{h}}{\bar{r} \partial \varphi} - \frac{1}{\bar{\mu}} \frac{\partial \bar{\mu}}{\bar{r} \partial \varphi} - \frac{1}{K_\varphi} \frac{\partial K_\varphi}{\bar{r} \partial \varphi} \right),$$

$$E = 6B_{num} \frac{\bar{\mu} K_r}{\bar{h}^3} \left( \bar{V}_r \frac{\bar{h}}{\bar{r}} + \bar{V}_\varphi \frac{\partial \bar{h}}{\bar{r} \partial \varphi} \right), \quad F = 12B_{num} \bar{\mu} K_r \frac{\bar{V}_y}{\bar{h}^3},$$

в том числе

$$\bar{V}_r = (\bar{V}_e \cos \varphi' + \bar{V}_\theta \sin \varphi') \sin(\alpha/2) + \bar{V}_z \cos(\alpha/2); \\ \bar{V}_\varphi = r \sin(\alpha/2); \quad \bar{V}_y = (\bar{V}_e \cos \varphi' + \bar{V}_\theta \sin \varphi') \cos(\alpha/2) - \bar{V}_z \sin(\alpha/2),$$

– безразмерное выражение для функции зазора:

$$\bar{h} = 1 + \varepsilon \cos \varphi' + \bar{z} \sin(\alpha/2); \tag{8}$$

– безразмерное уравнение энергии:

$$\frac{\rho_0 C_{V_0} h_0 T_0}{r_0} \bar{\rho} \bar{C}_V \left[ \left( V_{r_0} \frac{\bar{V}_r \bar{h}}{2} - \frac{p_0 h_0^2}{12 \mu_0 r_0} \frac{\bar{h}^3}{\bar{\mu} K_r} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} + \left( V_{\varphi_0} \frac{\bar{V}_\varphi \bar{h}}{2} - \frac{p_0 h_0^2}{12 \mu_0 r_0} \frac{\bar{h}^3}{\bar{\mu} K_\varphi} \frac{\partial \bar{p}}{\bar{r} \partial \varphi} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\bar{r} \partial \varphi} \right] = \\ = \frac{p_0 h_0}{2 r_0} \bar{h} \left[ V_{r_0} \bar{V}_r \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}} + V_{\varphi_0} \bar{V}_\varphi \frac{\partial \bar{p}}{\bar{r} \partial \varphi} \right] + \frac{\mu_0}{h_0} \frac{\bar{\mu}}{\bar{h}} \left[ V_{r_0}^2 K_r \bar{V}_r^2 + V_{\varphi_0}^2 K_\varphi \bar{V}_\varphi^2 \right] + \frac{\mu_0 h_0}{3 r_0^2} \frac{\bar{\mu} \bar{h}}{\bar{r}^2} \left[ \frac{4}{3} V_{r_0}^2 K_r \bar{V}_r^2 + V_{\varphi_0}^2 K_\varphi \bar{V}_\varphi^2 \right], \tag{9}$$

– выражение для безразмерной вязкости как функции температуры:

$$\bar{\mu} = \frac{\frac{\bar{T} T_0}{0.01908 e^{18.81448}} + 0.00656}{\mu_0}; \tag{10}$$

– безразмерное уравнение баланса расходов:

$$\bar{Q}_{H,m} = \bar{Q}_{\varphi_2} + \bar{Q}_{r_2} - \bar{Q}_{\varphi_1} - \bar{Q}_{r_1}, \tag{11}$$

в том числе

$$\bar{Q}_{H,m} = c_f \frac{3\pi d_H^4 (1 - \bar{p}_{r,m})}{32\bar{\mu} \bar{h}_0^3 l_H},$$

$$\bar{Q}_{r_2} = \int_{\varphi_H - \delta_\varphi}^{\varphi_B + \delta_\varphi} \left( 6B_{num} \bar{V}_r \bar{h} - \frac{\bar{h}^3}{K_r \bar{\mu}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}} \right)_{r=r_B + \delta_r} \bar{r} d\varphi; \quad \bar{Q}_{r_1} = \int_{\varphi_H - \delta_\varphi}^{\varphi_B + \delta_\varphi} \left( 6B_{num} \bar{V}_r \bar{h} - \frac{\bar{h}^3}{K_r \bar{\mu}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}} \right)_{r=r_H - \delta_r} \bar{r} d\varphi;$$

$$\bar{Q}_{\varphi_1} = \int_{r_H - \delta_r}^{r_B + \delta_r} \left( 6B_{num} \bar{V}_\varphi \bar{h} - \frac{\bar{h}^3}{K_\varphi \bar{\mu}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=\varphi_H - \delta_\varphi} \bar{r} d\varphi; \quad \bar{Q}_{\varphi_2} = \int_{r_H - \delta_r}^{r_B + \delta_r} \left( 6B_{num} \bar{V}_\varphi \bar{h} - \frac{\bar{h}^3}{K_\varphi \bar{\mu}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=\varphi_B + \delta_\varphi} \bar{r} d\varphi;$$

– безразмерную реакцию смазочного слоя:

$$\bar{F} = \sqrt{\bar{F}_x^2 + \bar{F}_y^2 + \bar{F}_z^2}, \tag{12}$$

где  $\bar{F}_x, \bar{F}_y, \bar{F}_z$  – проекции гидродинамической силы на оси неподвижной системы координат, определяемые как  $\bar{F}_x = \bar{W}_v \sin(\theta) + \bar{W}_u \cos(\theta)$ ,

$\bar{F}_y = \bar{W}_v \cos(\theta) + \bar{W}_u \sin(\theta)$ ,  $\bar{F}_z = \bar{W}_z$ , где  $\bar{W}_u, \bar{W}_v, \bar{W}_z$  – безразмерная грузоподъемность смазочного слоя по соответствующим осям,

$$\bar{W}_u = \sum_{m=1}^{NK} \int_{R_1/R_2}^1 \int_{\phi_{1,m} \sin(\alpha/2)}^{\phi_{2,m} \sin(\alpha/2)} \bar{p} \sin(\Phi - \theta) \cos(\alpha/2) \bar{r} d\varphi d\bar{r} + \sum_{m=1}^{NK} \bar{p}_{r,m} \bar{A}_{u,m};$$

$$\bar{W}_v = \sum_{m=1}^{NK} \int_{R_1/R_2}^1 \int_{\phi_{1,m} \sin(\alpha/2)}^{\phi_{2,m} \sin(\alpha/2)} \bar{p} \cos(\Phi - \theta) \cos(\alpha/2) \bar{r} d\varphi d\bar{r} + \sum_{m=1}^{NK} \bar{p}_{r,m} \bar{A}_{v,m};$$

$$\bar{W}_z = \sum_{m=1}^{NK} \int_{R_1/R_2}^1 \int_{\phi_{1,m} \sin(\alpha/2)}^{\phi_{2,m} \sin(\alpha/2)} \bar{p} \sin(\alpha/2) \bar{r} d\varphi d\bar{r} + \sum_{m=1}^{NK} \bar{p}_{r,m} \bar{A}_{z,m}.$$

### Расчет и анализ давления и температуры в смазочном слое подшипника

#### Расчет поля давлений

1. Для решения уравнений Рейнольдса и баланса энергий используется метод конечных разностей.

2. Вначале на развертке поверхности конического подшипника методом итераций решаются уравнения Рейнольдса и баланса энергий с точностью 0,0001, после чего с такой же точностью рассчитывается

угол отклонения эксцентриситета, а далее решается система уравнений по определению давлений в смазочном слое и положения устойчивого состояния вала.

3. Далее рассчитывается несущая способность (грузоподъемность) смазочного слоя в зазоре конического подшипника.

#### Расчет поля температур

1. Течение смазочной среды является неустановившимся, в некоторых местах существует обратное течение, поэтому решение уравнений будет расходящимся. В данной статье при решении используется положительный коэффициент Патанкара [12], для того чтобы все коэффициенты уравнения были положительными, что

приводит к сходимости уравнений.

2. Температура масла в камере определяется двумя способами. Первый способ используется, когда в камере существует обратное течение; тогда масло в камеру поступает из другой камеры, поэтому температура масла является средней температурой масла из других камер. Вторым способом – когда в камере нет обратного тече-

ния; тогда масло, поступающее из дросселя и другой камеры, через смешение вытекает из данной камеры. Решение уравнения баланса энергии для камеры позволит получить температуру масла в данной камере.

3. Предположим, что по направлению нормали к границе подшипника поле температур описывается параболической функцией. Тогда решение уравнения энергии с использованием формул экстраполяции и дискретизации представляет собой закрытую краевую задачу, для реше-

**Анализ давления и температуры смазочного слоя**

При анализе с использованием программы MathCAD для расчета давления и температуры смазочной пленки необходимо перейти от полярных к декартовым координатам с учетом следующих соотношений:

$$\begin{cases} \bar{x} = \bar{r} \cos \varphi, \\ \bar{y} = \bar{r} \sin \varphi. \end{cases}$$

На рис. 4 представлено распределе-

ния которой используется итерационный метод с точностью до 0,0001.

4. Совместное решение уравнений Рейнольдса, баланса энергии и соотношения вязкости как функции от температуры позволяет сначала определить давления при конкретной температуре, когда относительная ошибка сходимости решения при двух соседних циклах меньше заданного значения. Считаем, что температура влияет на давление уже незначительно, в противном случае цикл решения продолжается до достижения необходимой точности.

ние давления и температуры в смазочном слое при давлении подачи масла 0,26 МПа и нулевой скорости вращения цапфы. Отмечается, что при таком давлении подачи смазочного материала несущая способность составляет более 70 Н, благодаря чему происходит всплытие цапфы вала. Это является хорошей характеристикой статического давления.

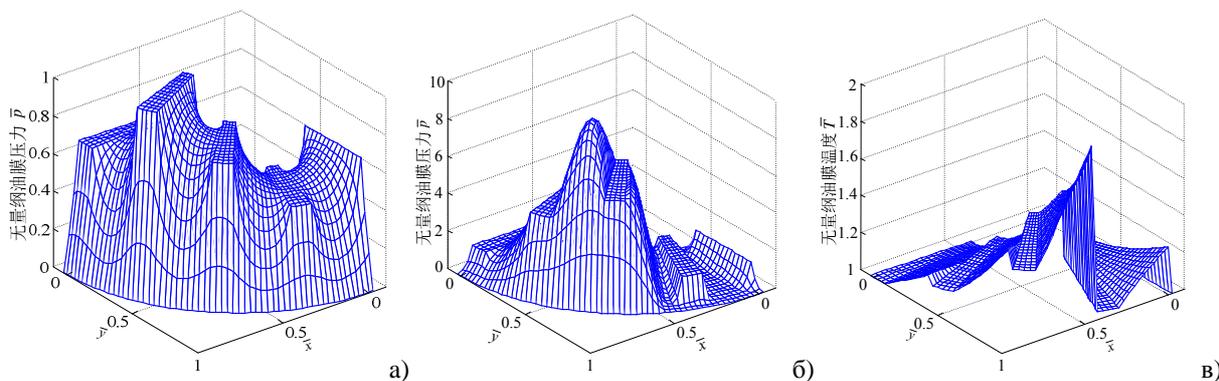


Рис. 4. Распределение давления (а – давление подачи  $p_s = 0,26$  МПа,  $\Omega = 0$ ;

б – давление подачи  $p_s = 0,26$  МПа,  $\Omega = 10000$  об/мин,  $\varepsilon = 0,7$ ) и температуры (в) в смазочном слое

На рис. 4 (б, в) представлены результаты расчета при скорости вращения ротора 10000 об/мин, давлении подачи в питающем трубопроводе 0,26 МПа, среднем радиальном зазоре  $h_0 = 50$  мкм. При эксцентриситете  $\varepsilon = 0,7$  распределение давления в смазочном слое представлено

на диаграмме 4 б, на которой можно увидеть, что в межкамерной области между первой и четвертой камерами давление равно нулю, т.е. в этом месте происходит разрыв смазочного слоя. На диаграмме 4 в видно, что максимальная температура в масляном слое находится в районе мини-

мального разрыва давления после третьей и четвертой камер. Поскольку конический подшипник имеет разный диаметр поперечного сечения в зависимости от его длины, то окружная скорость на большем диаметре выше, что приводит к большим потерям мощности на трение и повышению температуры. После этого температура масляной пленки резко снижается, поскольку в четвер-

той камере на данный момент происходит смешивание горячего и холодного масла.

Анализ результатов расчета показывает, что температура смазки в камере выше, чем в межкамерных перемычках между первой и второй и между второй и третьей камерами, поскольку там существует обратное течение горячей смазки в камеры. Поэтому средняя температура в камерах выше, чем в зазоре подшипника.

### Экспериментальные исследования

На рис. 5 представлены фото подшипника, ротора с нагрузочным диском, стенда и схема измерительной системы, позволяющая получать после соответствующей обработки полученных данных траектории движения центра цапфы. После установки подшипника в корпус установки определяется радиальный зазор, который составляет  $h_{0xy} = 137$  мкм. Тогда полный

зазор, определяемый зависимостью  $h_0 = h_{0xy} / \cos(\alpha/2)$ , составляет  $h_0 = 142$  мкм. При проведении эксперимента использовался расходомер марки LW6 для измерения расхода масла, на крышке в торце вала перпендикулярно друг другу устанавливались два датчика для измерения перемещений вала и построения траекторий движения (рис. 5 б).

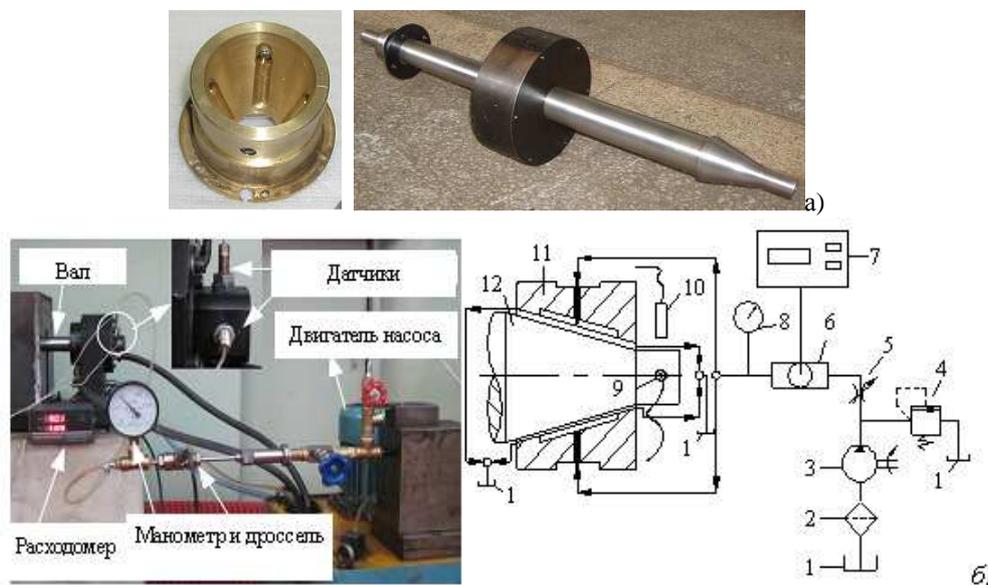


Рис. 5. Высокоскоростная роторная система с коническими подшипниками:

а - конический подшипник и вал с конической поверхностью; б - фото и схема измерительной системы (1 - бак, 2 - фильтр, 3 - гидравлический насос, 4 - перепускной клапан, 5 - дроссель, 6 - датчик расходомера, 7 - расходомер, 8 - манометр, 9, 10 - датчики перемещений по осям X и Y, 11 - конический подшипник, 12 - вал)

На диаграмме б а представлено сравнение теоретических и экспериментальных результатов расчета и измерения расхода смазочного материала в зависимости от давления подачи смазки в зазор подшип-

ника при невращающемся вале. Можно отметить, что расход смазочного материала увеличивается с ростом давления подачи, теоретические и экспериментальные результаты имеют хорошее согласование

между собой.

На диаграмме 6 б представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований влияния давления подачи смазочного материала на величину всплытия вала в зазоре подшипника при отсутствии вращения. Отмечается, что увеличение давления подачи смазочного материала приводит к росту величины поднятия вала. Всплытие вала при заданных геометрических и рабочих параметрах происходит при достижении величины давления подачи  $p_0 = 0,24$  МПа, обеспечивая при этом достаточную статическую

несущую способность.

Значительное расхождение теоретических и экспериментальных результатов связано с тем, что испытуемый ротор подерживался с одной стороны шарикоподшипником (фиксированное положение), с другой стороны - коническим гидростатическим подшипником. Следовательно, при всплытии вала появляется момент относительно фиксированного конца, не учтенный в теоретическом анализе, что и приводит к достаточно значительному расхождению теоретических и экспериментальных результатов.

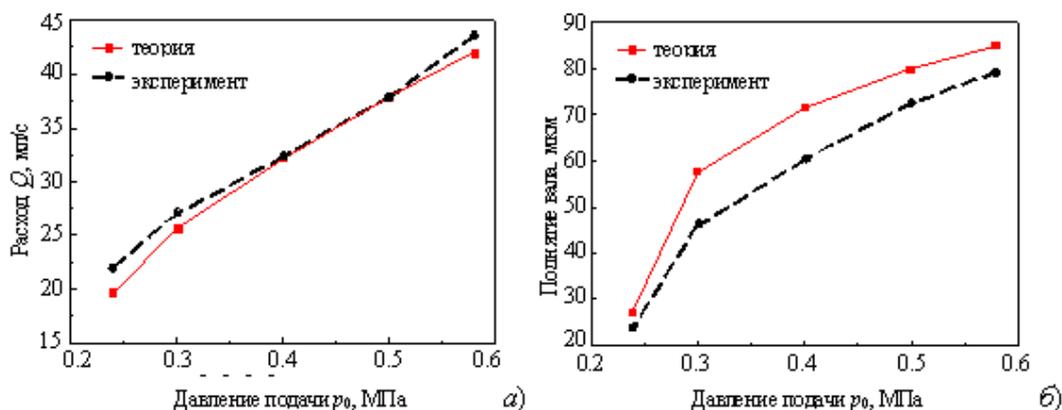


Рис. 6. Зависимости расхода смазочного материала (а) и величины поднятия вала (б) от давления подачи

На рис. 7 представлены кривые подвижного равновесия (точки устойчивого равновесия) при давлениях подачи смазочного материала 0,16, 0,26 и 0,36 МПа и фиксированной внешней нагрузке. При проведении экспериментальных исследований угловая скорость ротора задавалась в интервале  $\omega_0 = 900 \dots 7500$  об/мин с шагом в 600 об/мин. Как видно из графиков, при давлении подачи смазочного материала  $p_0 = 0,16$  МПа цапфа вала не всплывает; после начала вращения действие гидродинамического эффекта приводит к всплытию и смещению вала влево. При увеличении давления подачи смазочного материала до 0,26 МПа вал всплывает и при отсутствии вращения. С ростом угловой скорости положение центра цапфы (точка устойчивого

равновесия) смещается в сторону геометрического центра подшипника, т.е. уменьшается радиальный эксцентриситет. Это показывает рост гидродинамических эффектов в зазоре подшипника, обеспечивающих изменения в положении цапфы. Теоретические и экспериментальные кривые имеют схожий характер, однако есть и некоторые расхождения. Они связаны с тем, что в теоретических расчетах не было учтено влияние внешнего фиксированного момента. В процессе установки конического гидростатодинамического подшипника отклонения составили порядка  $6^\circ$  между средней и продольной осями камеры. Ошибка измерения датчиков также является одной из причин появления расхождения в значениях.

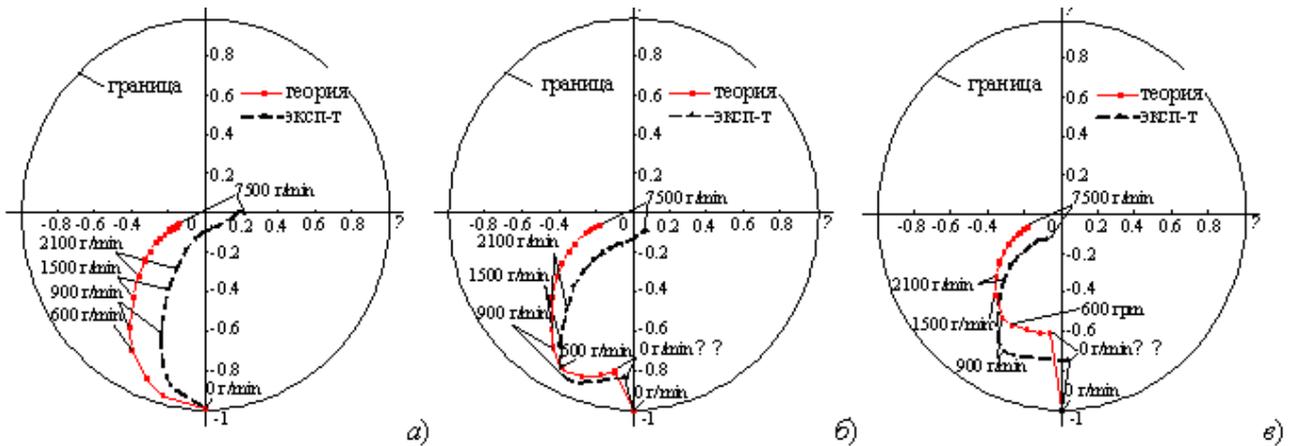


Рис. 7. Кривые подвижного равновесия при давлениях подачи: а – 0,16 МПа; б – 0,26 МПа; в – 0,36 МПа

### Заключение

Решение обобщенного уравнения Рейнольдса и адиабатического уравнения баланса энергий с учетом турбулентных и тепловых эффектов для случая конического гидростатического подшипника с прямоугольными камерами осуществляется путем дифференцирования численными методами для получения полей давлений и температур в смазочном слое. Теоретический анализ показывает, что в случае высоких скоростей и больших эксцентриситетов температура смазочного слоя возрастает быстрее. Это может быть рассмотрено для определения влияния температуры на работу подшипника.

Проведя теоретические и экспериментальные исследования работы конического гидростатического подшипника с прямоугольными камерами, можно отметить, что подшипник обладает необходи-

мыми статическими характеристиками, обеспечен достаточной смазкой в момент пуска и останова, эффективно избегает образования сухого трения в процессе работы. Течение смазки пропорционально давлению подачи смазочного материала, гидродинамический эффект возрастает с ростом угловой скорости. В случае небольших нагрузок подшипник работает при малых эксцентриситетах.

Теоретические и экспериментальные результаты имеют хорошее согласование, теоретический анализ подтверждается обоснованным математическим аппаратом. Дальнейший анализ роторной системы на конических подшипниках будет представлен в следующих работах.

*Статья подготовлена в рамках выполнения проекта № 9.101.2014/К проектной части государственного задания в сфере научной деятельности «Гидродинамические эффекты в напорно-сдвиговых течениях сред сложной реологии в каналах переменной геометрии» (2014 – 2016 гг.).*

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Prabhu, T.J. Analysis of Multirecess Conical Hydrostatic Thrust Bearings under Rotation / T.J.Prabhu, N.Ganesan // Wear. – 1983. - № 89 (1). - P. 29-40.
2. Khalil, M.F. Effect of Inertia Forces on The Performance of Externally Pressurized Conical Thrust Bearings under Turbulent Flow Conditions / M.F.Khalil, S.Z.Kazzab, A.S.Ismail // Wear. – 1993. - № 166 (2). - P. 155-161.
3. Kalita, W. On the Laminar Flow Characteristics of Conical Bearings. P. 1. Analytical Approach / W.Kalita, C.M.Rodkiewicz, J.S.Kennedy // Journal of Tribology, Transactions of the ASME. – 1986. - № 108 (1). - P. 53-58.
4. Sinha, P. Convection and Dissipation Effects in Oil

- Lubricated Conical Bearings with Variable Viscosity / P.Sinha, C.M.Rodkiewicz // Journal of Tribology, Transactions of the ASME. – 1991. – № 113 (2). – P. 339-342.
5. Kennedy, J.S. Thermal Effects in Externally Pressurized Conical Bearings with Variable Viscosity / J.S.Kennedy, P.Sinha, C.M.Rodkiewicz // Journal of Tribology, Transactions of the ASME. – 1988. – № 10 (2). – P. 201-211.
  6. Jeng, M.C. Comparison of Thermal Effects on the Conical-Cylindrical Bearing with 2-D и 3-D Energy Equations / M.C.Jeng, Y.K.Yang // Tribology Transactions. – 2002. – № 45(1). – P. 68-85.
  7. Satish, C.S. Influence of Wear on the Performance of a Multirecess Conical Hybrid Journal Bearing Compensated with Orifice Restrictor / C.S.Satish, M.Vikas, S.C.Phalle // Tribology International. – 2011. – № 44. – P. 1754-1764.
  8. Xia, H.Q. The Research of Static Properties of Hybrid Stairs Cone Sliding Bearing / H.Q.Xia, X.L.Fang // Journal of Zhengzhou Institute of Technology. – 1988. – № 9(4). – P. 89-97.
  9. Fang, X.L. The Analysis of Static and Dynamic Characteristics of Hybrid Conical Bearing / X.L.Fang, X.H.He // Journal of Changsha Communication College. – 1997. – № 13(3). – P. 17-24.
  10. Korneev, A.Yu. Conical Bearings of Liquid friction / A.Yu.Korneev, L.A.Savin, O.V.Solomin. - Orel: Mashinostroenie-1, 2008. - P. 40-54.
  11. Xu, S.X. Hydrostatic or Pressure and Hybrid Bearing Design / S.X.Xu. - Publishing House of Southeast University, 1989. - P. 119-120.
  12. Patankar, S.V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow / S.V.Patankar, Z.Zhang. - Science Publishing Company, 1984. - P. 40-43.
1. Prabhu, T.J. Analysis of Multirecess Conical Hydrostatic Thrust Bearings under Rotation / T.J.Prabhu, N.Ganesan // Wear. – 1983. – № 89 (1). – P. 29-40.
  2. Khalil, M.F. Effect of Inertia Forces on The Performance of Externally Pressurized Conical Thrust Bearings under Turbulent Flow Conditions / M.F.Khalil, S.Z.Kazzab, A.S.Ismail // Wear. – 1993. – № 166 (2). – P. 155-161.
  3. Kalita, W. On the Laminar Flow Characteristics of Conical Bearings. P. 1. Analytical Approach / W.Kalita, C.M.Rodkiewicz, J.S.Kennedy // Journal of Tribology, Transactions of the ASME. – 1986. – № 108 (1). – P. 53-58.
  4. Sinha, P. Convection and Dissipation Effects in Oil Lubricated Conical Bearings with Variable Viscosity / P.Sinha, C.M.Rodkiewicz // Journal of Tribology, Transactions of the ASME. – 1991. – № 113 (2). – P. 339-342.
  5. Kennedy, J.S. Thermal Effects in Externally Pressurized Conical Bearings with Variable Viscosity / J.S.Kennedy, P.Sinha, C.M.Rodkiewicz // Journal of Tribology, Transactions of the ASME. – 1988. – № 10 (2). – P. 201-211.
  6. Jeng, M.C. Comparison of Thermal Effects on the Conical-Cylindrical Bearing with 2-D и 3-D Energy Equations / M.C.Jeng, Y.K.Yang // Tribology Transactions. – 2002. – № 45(1). – P. 68-85.
  7. Satish, C.S. Influence of Wear on the Performance of a Multirecess Conical Hybrid Journal Bearing Compensated with Orifice Restrictor / C.S.Satish, M.Vikas, S.C.Phalle // Tribology International. – 2011. – № 44. – P. 1754-1764.
  8. Xia, H.Q. The Research of Static Properties of Hybrid Stairs Cone Sliding Bearing / H.Q.Xia, X.L.Fang // Journal of Zhengzhou Institute of Technology. – 1988. – № 9(4). – P. 89-97.
  9. Fang, X.L. The Analysis of Static and Dynamic Characteristics of Hybrid Conical Bearing / X.L.Fang, X.H.He // Journal of Changsha Communication College. – 1997. – № 13(3). – P. 17-24.
  10. Korneev, A.Yu. Conical Bearings of Liquid friction / A.Yu.Korneev, L.A.Savin, O.V.Solomin. - Orel: Mashinostroenie-1, 2008. - P. 40-54.
  11. Xu, S.X. Hydrostatic or Pressure and Hybrid Bearing Design / S.X.Xu. - Publishing House of Southeast University, 1989. - P. 119-120.
  12. Patankar, S.V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow / S.V.Patankar, Z.Zhang. - Science Publishing Company, 1984. - P. 40-43.

*Статья поступила в редколлегию 22.11.2016.*

*Рецензент: д.т.н., профессор Юго-Западного государственного университета  
Яцун С.Ф.*

**Сведения об авторах:**

**Корнеев Андрей Юрьевич**, к.т.н., доцент кафедры «Мехатроника и международный инжиниринг», декан факультета среднего профессионального образования Орловского государственного университета им. И.С.Тургенева, e-mail: [korneev\\_andrey@mail.ru](mailto:korneev_andrey@mail.ru).

**Korneev Andrey Yurievich**, Can. Eng., Assistant Prof of the Dep. “Mechatronics and International Engineering”, Dean of the Faculty of Secondary Vocational Education of Turgenev State university of Orel, e-mail: [korneev\\_andrey@mail.ru](mailto:korneev_andrey@mail.ru).

[neev\\_andrey@mail.ru](mailto:neev_andrey@mail.ru).

**Ли Шенбо**, к.т.н., доцент кафедры «Мехатроника» Института машиностроения и автомобилестроения Сямыньского технологического университета, e-mail: [hit4057@xmut.edu.cn](mailto:hit4057@xmut.edu.cn).

**Lee Shenbo**, Can. Eng., Assistant Prof. of the Dep. “Mechatronics”, Institute of Mechanical Engineering and Automobile Industry, Technological University of Sya Myn, e-mail: [hit4057@xmut.edu.cn](mailto:hit4057@xmut.edu.cn).