УДК 621.9.06.001.63 DOI: 10.12737/23201

В.В. Куц, М.А. Сидорова, М.С. Разумов, Ю.А. Мальнева

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДЯЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ОХВАТЫВАЮЩИХ ФРЕЗ С КОНСТРУКТИВНОЙ РАДИАЛЬНОЙ ПОДАЧЕЙ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ВАЛОВ С РАВНООСНЫМ КОНТУРОМ

Показаны результаты геометрического моделирования производящей поверхности охватывающей фрезы с конструктивной радиальной подачей для обработки валов с равноосным контуром, полученные с применением методологии структурно-параметрического синтеза металлорежущих систем.

**Ключевые слова**: фреза, производящая поверхность, равноосный контур, геометрическая модель, теория формообразования, структурнопараметрический синтез.

V.V. Kuts, M.A. Sidorov, M.S. Razumov, Yu.A. Malneva

# MODELING OF GENERATING SURFACES IN FEMALE MILLING CUTTERS WITH DESIGN RADIAL INFEED FOR MACHINING SHAFTS WITH HOMAXONIC PROFILE

The paper reports the solution of the urgent problem on technological solutions searches ensuring the shaping of profile keyless joints. The investigation was carried out with the use of the methodology of a structural-parametric synthesis of metal-cutting systems which allowed compiling mathematical and geometrical models of a female milling cutter generating surface with a design radial feed for the shaping of profile keyless joints. On the basis of this there was carried out the analysis of cutting procedures chosen which has shown that the procedure with a coaxial lo-

В узлах машин одними из наиболее ответственных соединений являются разъемные соединения для передачи крутящего момента. К ним предъявляются высокие требования по усталостной прочности, долговечности и др. В настоящее время в машинах разного функционального назначения для передачи крутящего момента наибольшее применение находят шлицевые и шпоночные соединения. Профильные бесшпоночные соединения, известные еще давно, находят ограниченное применение в отечественном машиностроении вследствие недостаточной технологичности и слабой разработанности необходимого для их производства технологического и инструментального обеспечения [1].

Однако профильные соединения имеют ряд преимуществ по сравнению с традиционными шлицевыми и шпоночными соединениями.

cation of a milling cutter regarding a shaft is most promising from the point of view of cost price and machining accuracy.

The research results may be used at the development of design-engineering documentation at the preparation of profile shafts production to ensure product characteristics specified.

**Key words**: milling cutter, generating surface, homaxonic, geometrical model, theory of shaping, structural-parametric synthesis.

Таким образом, актуальной задачей является поиск технологических решений, обеспечивающих формообразование профильных бесшпоночных соединений.

Уравнение поверхности профильного соединения с равноосным контуром на основе эпициклоиды в декартовых координатах (рис. 1) имеет вид

$$r_{0} = \begin{pmatrix} [R - e\cos(N\theta)]\cos\theta - Ne\sin(N\theta)\sin\theta \\ [R - e\cos(N\theta)]\sin\theta + Ne\sin(N\theta)\cos\theta \\ h \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где R — средний радиус РК-профиля; e — эксцентриситет РК-профиля; N — количество граней;  $\theta$  — параметрический угол ( $0 \le \theta \le 2\pi$ ); h — параметр ширины вала.

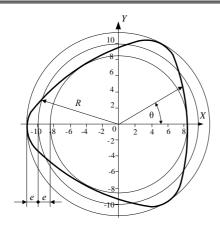


Рис. 1. РК-3-профильная кривая

Решением данной задачи является использование охватывающей фрезы с радиальной конструктивной подачей (рис. 2).

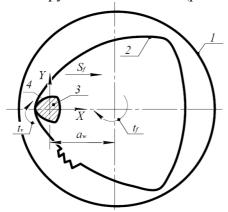


Рис. 2. Схема формообразования охватывающей фрезой

Охватывающей фрезе с радиальной конструктивной подачей 1, имеющей производящую поверхность 2, сообщают движение. Также передается вращение на вал 3, имеющий производящую поверхность 4. Оси охватывающей фрезы и вала располагают параллельно относительно друг друга. При этом охватывающей фрезе 1 сообщают частоту вращения  $t_f$ , а валу -  $t_v$ . Зубья охватывающей фрезы 1 имеют внутреннее расположение, а межосевое расстояние  $a_w$  определяется как разность среднего радиуса фрезы и среднего радиуса вала.

Основной задачей при проектировании подобного инструмента является задача проектирования его производящей поверхности, которая может быть выполнена с применением методологии структурнопараметрического синтеза металлорежущих систем [2; 3], где металлорежущий

инструмент рассматривается как один из основных элементов металлорежущей системы. Для этого составим основное уравнение формообразования, соответствующее принятой схеме формообразования:

$$A = A^6 \left( t_{\scriptscriptstyle v} \right) A^1 \left( a_{\scriptscriptstyle w} \right) A^6 \left( t_{\scriptscriptstyle f} \right), \tag{2}$$

где  $A^6(t_v)$  — матрица, учитывающая поворот заготовки вокруг оси Z на угол  $t_v$ ,

$$A^{6}(t_{v}) = \begin{bmatrix} \cos(t_{v}) & -\sin(t_{v}) & 0 & 0\\ \sin(t_{v}) & \cos(t_{v}) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

 $A^{1}(a_{w})$  – матрица, определяющая межцентровое расстояние между валом и фрезой.

$$A^{1}(a_{w}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a_{w} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

 $A^{6}ig(t_{_{f}}ig)$  — матрица поворота фрезы вокруг оси Z на угол  $t_{_{f}}$  ,

$$A^{6}(t_{f}) = \begin{bmatrix} \cos(t_{f}) & -\sin(t_{f}) & 0 & 0 \\ \sin(t_{f}) & \cos(t_{f}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Преобразовав выражение (2), получим:

$$A = \begin{bmatrix} 2\cos(t_f)^2 - 1 & 2\sin(t_f)\cos(t_f) & 0 & a_w\cos(t_f) \\ -2\sin(t_f)\cos(t_f) & 2\cos(t_f)^2 - 1 & 0 & a_w\sin(t_f) \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.(3)$$

Тогда уравнение производящей по-

верхности инструмента будет иметь вид  $\overline{r}_{\scriptscriptstyle f} = A^{-1} \overline{r}_{\scriptscriptstyle 0} \ . \tag{4}$ 

Задавая кинематическую связь  $t_f=-t_v$ ,  $t_v=\theta$ , и учитывая, что  $a_w=R-R_I$ , где  $R_I$  средний радиус производящей поверхности фрезы, выполним подстановку (1) и (3) в уравнение (4). Получим соответствую-

щее уравнение производящей поверхности охватывающей фрезы с конструктивной радиальной подачей с параметрами  $\theta$  и h:

$$\overline{r}_{f}(\theta, h) = \begin{bmatrix} (R_{1} - e\cos(N\theta))\cos(\theta) - Ne\sin(N\theta)\sin(\theta) \\ (R_{1} - e\cos(N\theta))\sin(\theta) + Ne\sin(N\theta)\cos(\theta) \\ h \\ 1 \end{bmatrix}$$

Задавая кинематическую связь  $t_f$ =-N  $t_v$ ,  $t_v$  =0, получим следующее уравнение:

$$\overline{r}_{f}(\theta, h) = \begin{bmatrix} (N-1)\cos^{2}(N\theta) - N)e + R_{1}\cos(N\theta) \\ \sin(N\theta)(e(N-1)\cos(N\theta) + R_{1}) \\ h \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Также становится возможным получить уравнение производящей поверхности фрезы при скрещивании осей вала и

фрезы на угол  $\beta$ . Для этого дополним уравнение (2):

$$A = A^{6}(t_{v})A^{1}(a_{w})A^{5}(\beta)A^{6}(t_{f}),$$

где  $A^5(\beta)$  – матрица, учитывающая поворот заготовки вокруг оси Y на угол  $\beta$ ,

$$A^{5}(\beta) = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) & 0 & 0\\ \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Тогда при кинематической связи  $t_f$ =- $t_v$ ,  $t_v$  =0, уравнение производящей поверхности фрезы примет вид

$$\overline{r}_{f}(\theta, h) = \begin{bmatrix} ((R_{1} - e\cos(N\theta))\cos(\beta) - \sin(\beta)h)\cos(\theta) - Ne\sin(N\theta)\sin(\theta) \\ Ne\sin(N\theta)\cos(\theta) + ((R_{1} - e\cos(N\theta))\cos(\beta) - \sin(\beta)h)\sin(\theta) \\ h\cos(\beta) + (R_{1} - e\cos(N\theta))\sin(\beta) \\ 1 \end{bmatrix}$$

При кинематической связи  $t_f$ =- $N t_v$ ,  $t_v = \theta$ , получим следующее уравнение:

$$\overline{r}_{f}(\theta, h) = \begin{bmatrix} (e\cos(N\theta)^{2} + \cos(N\theta)R_{1})\cos(\beta) - Ne + Ne\cos(N\theta) - \sin(\beta)\cos(N\theta)h \\ (-e\cos(N\theta)^{2} + R_{1})\sin(N\theta)\cos(\beta) - \sin(\beta)\sin(N\theta)h + \sin(N\theta)\cos(N\theta)Ne \\ \cos(\beta)h + (e\cos(N\theta) + R_{1})\sin(\beta) \end{bmatrix}$$

На рис. 3 показаны результаты моделирования различных поверхностей фрез при N=3, R=40, e=3,  $R_1=100$ .

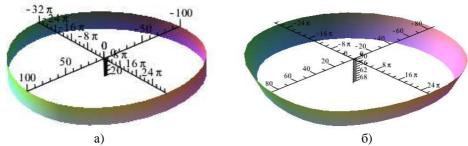
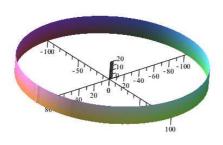
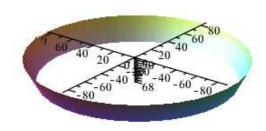


Рис. 3. Моделирование поверхности охватывающей фрезы с радиальной конструктивной подачей при кинематической связи  $t_f = -t_v$ : а - соосное расположение фрезы относительно

вала; б - расположение вала под углом наклона 
$$\beta = \frac{1}{6}\pi$$





a) (

Рис. 4. Моделирование поверхности охватывающей фрезы с радиальной конструктивной подачей при кинематической связи  $t_f$ =-N tv: а - соосное расположение фрезы относительно

вала; б - расположение вала под углом наклона 
$$\beta = \frac{1}{6}\pi$$

Таким образом, применение методологии структурно-параметрического синтеза металлорежущих систем позволило составить математические и геометрические модели производящей поверхности охватывающей фрезы с конструктивной радиальной подачей для формообразования профильных бесшпоночных соединений, что позволило провести анализ выбранных схем резания. Проведенный анализ показал, что схема с соосным расположением фрезы относительно вала (рис. 4a) является наиболее перспективной с точки зрения себестоимости и точности обработки.

Результаты исследования могут быть использованы при разработке конструкторско-технологической документации при подготовке производства профильных валов с целью обеспечения заданных характеристик изделия.

## Исследования выполнены при поддержке гранта РФФИ №16-38-00166.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Куц, В.В. Синтез производящих поверхностей фрез-протяжек для обработки валов с равноосным контуром/ В.В.Куц, А.Г. Ивахненко, М.Л.Сторублев// Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2012. № 8. С. 42-48.
- 2. Ивахненко, А.Г. Структурно-параметрический синтез технологических систем/ А.Г. Ивахнен-
- Kuts, V.V. Synthesis of generating surfaces of milling-cutter broaches for machining shafts with homaxonic profile/ V.V.Kuts, A.G.Ivakhnenko, M.L.Storublyov// Proceedings of Tula State University. Engineering Sciences. 2012. № 8. pp. 42-48.
- 2. Ivakhnenko, A.G. Structural-parametric synthesis of technological systems/ A.G.Ivakhnenko,

- ко, В.В.Куц. Курск: Кур. гос. техн. ун-т, 2010. 153 с.
- 3. Ивахненко, А.Г. Методология структурнопараметрического синтеза металлорежущих систем / А.Г. Ивахненко, В.В. Куц, О.Ю. Еренков [и др.]. – Комсомольск н/А: Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет, 2015. - 282 с.
  - V.V.Kuts. Kursk: *Kursk State Technical University*, 2010. pp.153.
- Ivakhnenko, A.G. Methodology of structural-parametrical synthesis of metal-cutting systems / A.G.Ivakhnenko, V.V.Kuts, O.Yu.Erenkov [et al.].
  Komsomolsk-upon-Amur: Komsomolsk-upon-Amur State technical University, 2015. pp. 282.

Статья поступила в редколлегию 8.09.2016. Рецензент: д.т.н., профессор Комсомольского-на-Амуре технического государственного университета Еренков О.Ю.

### Сведения об авторах:

**Куц Вадим Васильевич,** к.т.н., доцент, профессор кафедры «Управление качеством, метрология и сертификация» Брянского государственного технического университета, тел.: (4712) 32-61-00, e-mail: <a href="mailto:kuc-vadim@yandex.ru">kuc-vadim@yandex.ru</a>.

Сидорова Марина Александровна, аспирант кафедры «Машиностроительные технологии и оборудование» Юго-Западного государственного университета, г. Курск, тел.: (4712) 22-26-69, e-mail: smaswsu@mail.ru.

**V.V. Kuts,** Can. Eng., Assistant Prof., of the Dep. "Quality Control, Metrology and Certification", Phone: (4712) 32-61-00, <a href="mailto:kuc-vadim@yandex.ru">kuc-vadim@yandex.ru</a>, (FSBEI HE "Bryansk State Technical University").

**M.A. Sidorova,** Post graduate student of the Dep. "Engineering techniques and Equipment", Phone: (4712) 22-26-69, <a href="masswsu@mail.ru">masswsu@mail.ru</a>, (Kursk, FSBEI HE "South-Western State University").

Разумов Михаил Сергеевич, к.т.н., доцент кафедры «Машиностроительные технологии и оборудование» Юго-Западного государственного университета, г. Курск, тел.: 8-908-129-27-77, e-mail: mika 1984@mail.ru.

**Мальнева Юлия Андреевна,** к.т.н., преподаватель кафедры «Автомобили, транспортные системы и процессы» Юго-Западного государственного университета, г. Курск, тел.: (4712) 32-68-79, e-mail: maximenckoyuliya2010@yandex.ru.

**M.S. Razumov,** Can. Eng., Assistant Prof. "Engineering Techniques and Equipment", Phone: 8-908-129-27-77, <a href="mika\_1984@mail.ru">mika\_1984@mail.ru</a>, (Kursk, FSBEI HE "South-Western State University").

**Yu.A. Malneva,** Can. Eng., Lecturer of the Dep. "Motor Cars, Transport Systems and Processes", Phone: (4712) 32-68-79 <a href="maximenckoyuliya2010@yandex.ru">maximenckoyuliya2010@yandex.ru</a>, (Kursk, FSBEI HE "South-Western State University").