

УДК 62-192

DOI: 10.30987/article\_5d2d9231bc8960.93315126

С.Н. Иванников, И.В. Манаенков, М.В. Крутякова, А.Н. Шурпо

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОВЫХ СМЕЩЕНИЙ ФОРМООБРАЗУЮЩИХ УЗЛОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Разработан способ определения тепловых смещений шпиндельных узлов, оказывающих наиболее существенное влияние на параметрическую надежность технологического оборудования, используемого в современном машиностроительном производстве. На основе выполненных экспериментальных и теоретических исследований по-

строена полуэмпирическая полиномиальная математическая модель для определения тепловых смещений шпиндельных узлов расчетным путем.

**Ключевые слова:** тепловые смещения, формообразующий узел, шпиндельный узел, технологическое оборудование.

S.N. Ivannikov, I.V. Manaenkov, M.V. Krutyakova, A.N. Shurpo

## DEFINITION OF THERMAL DISPLACEMENTS IN SHAPING OF MANUFACTURING EQUIPMENT UNITS

The paper is devoted to the development of a method for the thermal displacement definition of spindle units having the most significant impact upon parameter reliability of manufacturing equipment used in modern mechanical engineering.

Investigation methods: thermal displacement measurements of spindle units at fixed timing according to a special procedure; the approximation of thermal displacement functions obtained in an experimental way by a polynomial of the fourth degree through

the least-squares method with the factor computation based on the use of matrix factorization.

On the basis of experimental and theoretical investigations there is formed a semi-empirical polynomial mathematical model for the thermal displacement definition of spindle units in manufacturing equipment by a calculation method.

**Key words:** thermal displacements, shaping unit, spindle unit, manufacturing equipment.

### Введение

Минимизация тепловых смещений и устойчивость к тепловым воздействиям формообразующих узлов технологического оборудования является важнейшим условием обеспечения его параметрической надежности, которой придается первостепенное значение в современном машиностроительном производстве [1; 2; 6].

Наиболее ответственными и одновременно самыми теплонагруженными

формообразующими узлами технологического оборудования являются шпиндельные узлы, имеющие интенсивные источники теплообразования, тепловые смещения которых в процессе эксплуатации могут достигать значений, превосходящих допустимые отклонения параметров точности изготавливаемых деталей и приводящих к недопустимым погрешностям обработки [3; 7].

### Построение математической модели для определения тепловых смещений шпиндельных узлов технологического оборудования

Анализ используемых в настоящее время методов исследования и оценки тепловых смещений шпиндельных узлов технологического оборудования показывает, что экспериментальные методы хотя и позволяют получать достаточно достоверные результаты, но отличаются повышенной трудоёмкостью, а расчётным методам свойственны существенные ошибки и не-

точности вследствие необходимости принятия различного рода допущений из-за сложного характера (случайной природы) и недостаточной изученности протекающих в технологическом оборудовании тепловых процессов.

Поэтому для определения тепловых смещений шпиндельных узлов технологического оборудования предлагается рас-

смотреть целесообразность применения полуэмпирических математических моделей, разрабатываемых на основе использования обобщенных результатов экспериментальных исследований с учетом физической природы протекающих в действующем оборудовании тепловых процессов.

При разработке математической модели необходимо учитывать разнообразие режимов и условий эксплуатации универсального технологического оборудования и изменяющийся в связи с этим характер тепловых смещений шпиндельных узлов, для описания которых в большинстве случаев используются экспоненциальные зависимости, что справедливо для монотонного (непрерывного) режима работы оборудования. Однако при прерывистом (переменном) режиме работы технологического оборудования, обусловленном запланированными и незапланированными остановками и изменяющимися в широких диапазонах значений режимами резания,

$$f(\tau) = C_0 + C_1\tau + C_2\tau^2 + \dots + C_n\tau^n = C_0 + \sum_{i=0}^n C_i\tau^i,$$

где  $\tau$  - время;  $C_i$  - коэффициенты полинома;  $n$  - степень полинома.

Поскольку тепловые смещения оцениваются в функции времени  $\tau$ , то для построения математической модели требуется определить величины смещений шпинделя в некоторые фиксированные моменты времени  $\tau_i$ , после чего получить функцию для всего диапазона изменения  $\tau$ .

В результате экспериментальных исследований накапливается определенное множество реализаций тепловых смещений шпинделя при различных частотах его вращения. Каждая реализация описывается функциями  $x=f(\tau)$  и  $y=f(\tau)$ , где  $x$  и  $y$  - радиальные смещения соответственно в горизонтальном и вертикальном направлениях.

На рисунке представлены полученные в результате экспериментальных исследований реализации тепловых смещений в функции времени по координатным осям  $x$  (а) и  $y$  (б), а также в плоскости  $XOY$  (в) токарно-винторезного станка мод. 16К20ВФ1 при частоте вращения шпинделя  $n=400$  мин<sup>-1</sup>. На рисунке г приведена

для описания тепловых смещений шпиндельных узлов более обоснованным является применение полиномиальных зависимостей.

Рассмотрим пример составления полуэмпирической математической модели для определения тепловых смещений универсальных токарных станков, как наиболее распространенного в машиностроительном производстве технологического оборудования.

Фактором, оказывающим самое существенное влияние на процесс теплообразования шпиндельного узла и его тепловые смещения, является частота вращения шпинделя, которая на универсальных станках изменяется в широком диапазоне значений [4; 8; 9].

Как уже отмечалось выше, при описании тепловых смещений наиболее универсальной представляется математическая модель, основанная на полиномиальной зависимости вида

фотография теплового тренда круговых траекторий движения оси шпинделя в плоскости  $XOY$ , иллюстрирующая величину и характер смещения за первые 60 мин (через каждые 10 мин) непрерывной работы шпиндельного узла при  $n=400$  мин<sup>-1</sup>. Общее время наблюдений составило 250 мин. Смещения круговых траекторий измеряли по специально разработанной методике [3] с интервалами  $\Delta\tau = 5, 10, 15$  мин, при необходимости увеличивая их по мере роста продолжительности наблюдений и снижения интенсивности тепловых смещений.

В результате теоретических исследований было установлено, что функции  $x=f(\tau)$  и  $y=f(\tau)$  целесообразно аппроксимировать полиномом четвертой степени по методу наименьших квадратов:

$$f(\tau) = C_0 + \sum_{i=1}^4 C_i\tau^i.$$

Построение полиномиальной математической модели для определения тепловых смещений шпиндельного узла имеет особенности, связанные с выбором

средств, позволяющих наиболее адекватно описывать исследуемый процесс.

Согласно [5], в общей задаче аппроксимации по методу наименьших квадратов один из наиболее надежных методов вычисления коэффициентов основан на матричной факторизации (сингулярном разложении). Поэтому при разработке полиномиальной математической модели была использована программа SVD-сингулярного разложения матрицы, описание которой приведено в работе [5].

Следует отметить, что есть другие способы решения задачи нахождения коэффициентов полинома, в том числе требующие меньшего машинного времени и объема памяти, но они менее эффективны с точки

зрения учета ошибок исходной информации, округления и, главное, точности результатов вычислений. Более того, программа SVD обладает важным достоинством в смысле машинной независимости.

Вычисления, связанные с аппроксимацией функции и определением коэффициентов полинома для каждой конкретной частоты вращения шпинделя, могут производиться с помощью разрабатываемых специальных подпрограмм [5].

После выполнения преобразований результатом аппроксимации тепловых смещений шпиндельного узла для любого произвольного значения  $n$ , находящегося в пределах диапазона регулирования частоты вращения шпинделя, является функция

$$f(\tau) = C_1 + \frac{C_2(\tau-CH)}{ZN} + C_3 \left[ \frac{(\tau-CH)}{ZN} \right]^2 + C_4 \left[ \frac{(\tau-CH)}{ZN} \right]^3 + C_5 \left[ \frac{(\tau-CH)}{ZN} \right]^4 = C_1 + \sum_{i=2}^5 \left[ \frac{(\tau-CH)}{ZN} \right]^{i-1}.$$

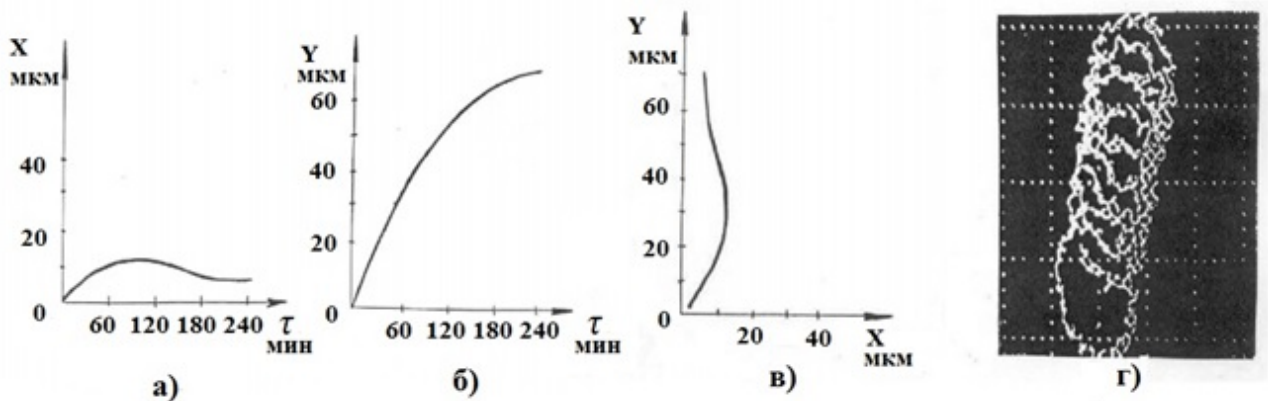


Рис. Отдельные реализации тепловых смещений шпиндельного узла при  $n=400 \text{ мин}^{-1}$ : а - по оси  $x$ ; б - по оси  $y$ ; в - в плоскости  $XOY$ ; г - смещение траекторий движения оси шпинделя за  $\tau=60$  мин

специфика составления массива коэффициентов в подпрограмме требует, чтобы пять коэффициентов полинома четвертой степени получили номера не с  $C_0$  по  $C_4$ , а с  $C_1$  по  $C_5$ . После определения коэффициентов полинома  $C_1-C_5$  и норми-

рующих параметров  $CH$  и  $ZN$  для заданной частоты вращения шпинделя математическая модель тепловых смещений принимает конкретный вид. Например, для значения  $n=400 \text{ мин}^{-1}$  функция  $x = f(\tau)$  принимает вид

$$x = 7,711 - \frac{1,718(\tau-125)}{36} - 0,0848 \left[ \frac{\tau-125}{36} \right]^2 + 0,198 \left[ \frac{\tau-125}{36} \right]^3 - 0,00856 \left[ \frac{\tau-125}{36} \right]^4. \quad (1)$$

Для функции  $y=f(\tau)$  при том же значении  $n$  получим:

$$y = 56,1 - \frac{8,985(\tau-125)}{36} - 1,425 \left[ \frac{\tau-125}{36} \right]^2 + 0,0516 \left[ \frac{\tau-125}{36} \right]^3 - 0,00856 \left[ \frac{\tau-125}{36} \right]^4. \quad (2)$$

Для аппроксимации величины тепловых смещений шпиндельного узла в заданные промежутки времени в выражения (1) и (2) подставляются соответствующие значения  $\tau_i$ .

Полином четвертой степени позволяет с достаточной точностью аппроксими-

ровать тепловые смещения шпиндельного узла. Погрешность аппроксимации определяется по формуле

$$R = \sqrt{\sum_{i=1}^m [x_i - f(\tau_i)]^2},$$

где  $x_i$  - экспериментальное значение параметра, характеризующего тепловое сме-

щение, в момент времени  $\tau_i$ ;  $f(\tau_i)$  - расчетное значение параметра;  $m$  - количество

### Заключение

Описание функций  $x=f(\tau)$  и  $y=f(\tau)$  выражениями, аналогичными (1) и (2), при любых значениях частоты вращения шпинделя (независимо от режимов работы технологического оборудования) позволя-

точек.

ет использовать их в качестве полуэмпирических математических моделей для определения тепловых смещений шпиндельных узлов при любом характере этих смещений.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванников, С.Н. Обеспечение параметрической надежности технологических машин / С.Н. Иванников, И.В. Манаенков // Естественные и технические науки. - 2016. - № 5. - С. 81-83.
2. Лукина, С.В. Методика формирования и выбора оптимальной конфигурации формообразующей системы многокоординатной обработки / С.В. Лукина, С.Н. Иванников, И.В. Манаенков // Известия МГТУ «МАМИ». - 2013. - № 2 (16). - Т. 2. - С. 237-242.
3. Надежность и диагностика технологического оборудования. Ч. 2. Теплоустойчивость / МГТУ «МАМИ». - 2012. - 40 с.
4. Пуш, А.В. Базы исходных данных для проектирования и исследования станков / А.В. Пуш, С.Н. Иванников, С.Д. Пхакадзе, Ю.А. Телегин // Станки и инструмент. - 1992. - № 11. - С. 3-8.
5. Форсайт, Дж. Машинные методы математических вычислений / Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер. - М.: Мир, 1980. - 279 с.
6. Manaenkov, I. Forming and selection technique for optimal configuration of form-shaping system for multiple-axis machining / I. Manaenkov, V. Makarov // Lecture Notes in Mechanical Engineering: Proceedings of the 4th International Conference on Industrial Engineering. - 2018. - P. 1919-1927.
7. Lukina, S. Methodology of multiaxial machines formats volumetric accuracy comparative evaluation / S. Lukina, I. Manaenkov // MATEC Web of Conferences. - 2017. - № 129. - P. 1-4.
8. Lukina, S. Designing spline broaches of optimal structure / S. Lukina, M. Krutyakova, S. Ivannikov // MATEC Web of Conferences. - 2018. - № 224.
9. Lukina, S. Analytical study of modular cutting tools dynamic properties / S. Lukina, M. Krutyakova // MATEC Web of Conferences. - 2017. - № 129.
1. Ivannikov, S.N. Parameter reliability support for manufacturing equipment / S.N. Ivannikov, I.V. Manaenkov // Natural and Technical Sciences. - 2016. - No.5. - pp. 81-83.
2. Lukina, S.V. Procedure of formation and choice of shaping system optimum configuration of multiaxes processing / S.V. Lukina, S.V. Ivannikov, I.V. Manaenkov // MSTU "MAMI" Proceedings. - 2013. - No.2 (16). - Vol. 2. - pp. 237-242.
3. Manufacturing Equipment Reliability and Diagnostics. Part. 2. Heat Stability / MSTU "MAMI". - 2012. - pp. 40.
4. Push, A.V. Initial data bases for machine design and investigation / A.V. Push, S.N. Ivannikov, S.D. Phakadze, Yu.A. Telegin // Machines and Tools. - 1992. - No.11. - pp. 3-8.
5. Forsythe, J. Machine Methods of Mathematical Calculations / J. Forsythe, M. Malcolm, K. Moulter. - World, 1980. - pp. 279.
6. Manaenkov, I. Forming and selection technique for optimal configuration of form-shaping system for multiple-axis machining / I. Manaenkov, V. Makarov // Lecture Notes in Mechanical Engineering: Proceedings of the 4th International Conference on Industrial Engineering. - 2018. - P. 1919-1927.
7. Lukina, S. Methodology of multiaxial machines formats volumetric accuracy comparative evaluation / S. Lukina, I. Manaenkov // MATEC Web of Conferences. - 2017. - № 129. - P. 1-4.
8. Lukina, S. Designing spline broaches of optimal structure / S. Lukina, M. Krutyakova, S. Ivannikov // MATEC Web of Conferences. - 2018. - № 224.
9. Lukina, S. Analytical study of modular cutting tools dynamic properties / S. Lukina, M. Krutyakova // MATEC Web of Conferences. - 2017. - № 129.

*Статья поступила в редакцию 3.06.19*

*Рецензент: д.т.н., профессор НИТУ «МИСиС»*

*Мнацаканян В.У.*

*Статья принята к публикации 27. 06. 19.*

**Сведения об авторах:**

**Иванников Сергей Николаевич**, к.т.н., профессор кафедры «Технологии и оборудование машиностроения» Московского политехнического университета, e-mail: [ivannikov.51@mail.ru](mailto:ivannikov.51@mail.ru).

**Манаенков Игорь Владиславович**, к.т.н., доцент кафедры «Технологии и оборудование машиностроения» Московского политехнического университета, e-mail: [manaenkov\\_igor@mail.ru](mailto:manaenkov_igor@mail.ru).

**Ivannikov Sergey Nikolaevich**, Can. Sc. Tech., Prof. of the Dep. "Technology and Engineering Equipment", Moscow Polytechnic University, e-mail: [ivannikov.51@mail.ru](mailto:ivannikov.51@mail.ru).

**Manaenkov Igor Vladislavovich**, Can. Sc. Tech., Assistant Prof. of the Dep. "Technology and Engineering Equipment", Moscow Polytechnic University, e-mail: [manaenkov\\_igor@mail.ru](mailto:manaenkov_igor@mail.ru).

**Крутякова Маргарита Викторовна**, к.т.н., доцент кафедры «Технологии и оборудование машиностроения» Московского политехнического университета, e-mail: [krutyakova.mv@mail.ru](mailto:krutyakova.mv@mail.ru).

**Шурпо Александр Николаевич**, к.т.н., ст. науч. сотрудник лаборатории № 1 Института конструкторско-технологической информатики РАН, e-mail: [a-shurpo@yandex.ru](mailto:a-shurpo@yandex.ru).

**Krutyakova Margarita Victorovna**, Can. Sc. Tech., Assistant Prof. of the Dep. "Technology and Engineering Equipment", Moscow Polytechnic University, e-mail: [krutyakova.mv@mail.ru](mailto:krutyakova.mv@mail.ru).

**Shurpo Alexander Nikolaevich**, Can. Sc. Tech., Senior Research Assistant of Lab. 1, Institute of Design-technological Informatics of RAS, e-mail: [a-shurpo@yandex.ru](mailto:a-shurpo@yandex.ru).