УДК 656.022

Е.Н. Христофоров, Н.Е. Сакович, А.М. Никитин, А.М.Случевский

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АНАЛИЗА СОСТОЯНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЗА ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ПЕРИОД ЭКСПЛУАТАЦИИ

Рассмотрены подходы к количественному анализу состояния безопасности движения с применением методов математической статистики и теории вероятностей. За основу расчета показателей безопасности движения взят пуассоновский закон распределения. При этом отмечено, что достоверность оценки показателей будет выше при увеличении объема статистики дорожно-транспортных происшествий.

Ключевые слова: математическая статистика, безопасность движения, аварийность, опасные факторы, показатели безопасности движения, дорожно-транспортное происшествие, автотранспортное средство, теория вероятностей, пуассоновский закон распределения.

Анализ состояния безопасности движения проводится по статистическим данным о дорожно-транспортных происшествиях (ДТП), неисправностях автотранспортных средств (АТС), ошибках обслуживающего персонала, происшедших за определенный период эксплуатации (месяц, квартал, полугодие, год).

Используя эти данные, методами математической статистики можно решать задачи, составляющие существо количественного анализа состояния безопасности движения, а именно:

– оценивать реально достигнутый уровень безопасности движения;

– определять степень опасности неблагоприятных факторов;

– ранжировать неблагоприятные факторы по их вкладу в общий уровень аварийности;

– оценивать эффективность различных профилактических мероприятий по повышению безопасности движения.

Достигнутый уровень безопасности движения может быть оценен с помощью ранее изученных показателей, таких как: Q(t) – уровень риска; $T_{ДТП}$ – средний пробег на одно ДТП; $P(t)_{БД}$ – вероятность отсутствия ДТП за рассматриваемый суммарный пробег t_{Σ}. По данным эксплуатации непосредственно могут быть вычислены статистические оценки этих показателей:

$$Q^{\bullet}(t) = \frac{n_{ДТП}}{N} \quad \text{или} \quad Q^{\bullet}(t)_t = \frac{n_{ДТП}}{t_{\Sigma}}; \tag{1}$$

$$T^{\bullet}_{ДТП} = \frac{t_{\Sigma}}{n_{ДТП}}; \qquad P_{БД} = e^{-n_{ДТП}}. \tag{2}$$

Эти оценки являются приближенными, так как число ДТП, положенное в основу их расчета, случайно. Оно могло быть как меньше, так и больше зарегистрированного значения.

Точность расчета показателей безопасности движения можно оценить, определив доверительные интервалы, в которых с заданной степенью достоверности, характеризуемой доверительной вероятностью β, находятся истинные значения этих показателей. Из соотношений (1, 2) видно, что для этого необходимо определить доверительный интервал для величины $n_{ДТП}$. Последний можно вычислить, если учесть, что распределение заданного числа ДТП как редких событий является пуассоновским:

$$Q(t)_n = \frac{a^n}{n!}e^{-a}, \tag{3}$$

где a – неизвестный параметр распределения. За его приближенное значение может быть принято $a^* = n_{ДТП}$.

Распределение оценки a^*, как показано в теории вероятностей, тесно связано с χ^n–распределением. Это обстоятельство позволяет выразить доверительный интервал для a^*, а следовательно, и для $n_{ДТП}$ через значения χ^n. Математическая статистика дает для этого случая соотношение

$$\frac{1}{2}\chi^2_{\frac{1+\beta}{2}}(f_1) < n_{ДТП} < \frac{1}{2}\chi^2_{\frac{1-\beta}{2}}(f_2),$$

где $f_1 = 2n_{ДТП}$; $f_2 = 2(n_{ДТП} +1)$ – числа степеней свободы, в функции которых по таблицам определяют величины χ^2 при заданной доверительной вероятности β.

Известно, что при $f > 30$ величину χ^2 можно полагать приближенно распределенной по нормальному закону. Это обстоятельство дает возможность находить χ^2 при $f \geq 30$ ($n_{ДТП} \geq 15$) через конечные соотношения. В частности, при $\beta = 0,95$ они имеют вид

$$\chi^2_{0,975}(f_1) \leq \frac{1}{2}(\sqrt{2f_1} - 1,96)^2 ;$$

$$\chi^2_{0,025}(f_2) \leq \frac{1}{2}(\sqrt{2f_2} - 1,96)^2 .$$

При известных границах $n_{ДТП_1}$ и $n_{ДТП_2}$, используя соотношения (1, 2), можно определить доверительные границы для показателей безопасности движения:

$$Q(t)_1 = \frac{n_{ДТП_1}}{N}; \qquad Q(t)_2 = \frac{n_{ДТП_2}}{N};$$

$$Q(t)_t = \frac{n_{ДТП_1}}{t_\Sigma}; \qquad Q(t)_t = \frac{n_{ДТП_2}}{t_\Sigma};$$

$$T_{ДТП_1} = \frac{t_\Sigma}{n_{ДТП}}; \qquad T_{ДТП_2} = \frac{t_\Sigma}{n_{ДТП_2}};$$

$$P_{БД_1} = e^{-n_{ДТП_1}}; \qquad P_{БД_2} = e^{-n_{ДТП_2}}.$$

Такой же подход может быть применен при определении доверительных границ для вероятностей отсутствия ДТП или опасной ситуации в одном рейсе, для среднего времени пробега на одно ДТП или опасной ситуации и вероятностей отсутствия этих событий за рассматриваемый период. Предполагается, что потоки ДТП или опасных ситуаций являются пуассоновскими с распределением вероятностей возникновения определенного числа указанных событий, соответствующим (3).

Итак, для оценки достигнутого уровня безопасности движения требуются статистические данные по числу ДТП и суммарному пробегу (общему количеству выполненных рейсов). По одному статистическому показателю, например среднему пробегу на одно ДТП, дать точную количественную оценку достигнутого уровня безопасности движения не представляется возможным.

Достоверность получаемых оценок возрастает с увеличением объема статистики по ДТП. Поэтому надежные оценки показателей безопасности движения могут быть получены лишь за достаточно длительный период эксплуатации. Эти оценки являются интегральными, учитывающими совокупное влияние на безопасность движения всех факторов. Методика расчета показателей безопасности движения по отдельному i-му фактору (группе факторов) остается прежней, только в этом случае при расчете используется статистика $n_{ДТП}$ по данному фактору (группе факторов).

Важной задачей анализа состояния безопасности движения является сравнение фактического уровня безопасности движения с заданным (нормированным). В математическом плане решение этой задачи, если справедливо предположение о пуассоновском законе распределения числа ДТП (3), сводится к статистическому сравнению оценочного значения параметра распределения $a^{\bullet}$ с заданным a_3.

Предположим, что требуемый уровень безопасности движения для АТС занормирован величиной среднего пробега на одно дорожно-транспортное происшествие $T_{ДТП_3}$. Из данных эксплуатации АТС известно, что за пробег t_Σ произошло n ДТП. Тогда оценочное значение параметра распределения a*= n, а заданное (нормированное) $a_3 = \dfrac{t_\Sigma}{T_{ДТП3}}$.

При статистическом сравнении a* и a_3 возможно принятие следующих гипотез (выводов):

1. Нулевой гипотезы $a = a^3$ – фактический уровень безопасности движения соответствует заданному ($T_{ДТП} = T_{ДТП_3}$).

2. Альтернативной гипотезы $a < a_3$ – фактический уровень безопасности движения меньше заданного ($T_{ДТП} < T_{ДТП_3}$).

3. Альтернативной гипотезы $a > a_3$ – фактический уровень безопасности движения больше заданного ($T_{ДТП} > T_{ДТП_3}$).

Нулевая гипотеза на уровне значимости a отвергается в пользу альтернативной гипотезы $a > a_3$ при $a_3 < \dfrac{1}{2}\chi^2_{1-\alpha}(f_1)$, где $f_1 = 2n$, или в пользу альтернативной гипотезы $a < a_3$ при $a_3 > \dfrac{1}{2}\chi^2_{1-\alpha}(f_1)$, где $f_1 = 2(n+1)$. Выбор одной из двух альтернативных гипотез при сравнении фактического уровня безопасности с заданным определяется соотношением a* и a_3.

Вклад того или иного i-го фактора в общий уровень аварийности определяется не только частотой его появления в дорожном движении, но и степенью опасности его последствий. Будем полагать, что дорожное движение заканчивается ДТП, если последствия неблагоприятного фактора не предотвращены водителем, и его отсутствием, если последствия предотвращены. Поэтому степень опасности i-го фактора можно оценить относительной частотой ДТП s_i*, вычисленной при условии появления данного фактора $s_i^* = \dfrac{n_{ДТП_i}}{n_{ДТП_i} + n_{OC_1}}$.

Частота s_i* – величина случайная ввиду ограниченной статистики по $n_{ДТП_i}$ и n_{OC_i}. Доверительные границы s_{i1} и s_{i2} при доверительной вероятности β определяются из решения уравнений

$$\sum_{m=n_{ДТП_i}}^{n_i} C_{n_i}^m s_{i1}^m (1-s_{i1})^{n_i-m} = \frac{1-\beta}{2}\ ; \qquad (4)$$

$$\sum_{m=0}^{n_{ДТП_i}} C_{n_i}^m s_{i2}^m (1-s_{i2})^{n_i-m} = \frac{1-\beta}{2}\ , \qquad (5)$$

где $n = n_{ДТП_i} + n_{OC_i}$.

Решения уравнений (4, 5) в зависимости от s_i* и n_i приводятся в виде таблиц или графиков (рисунок).

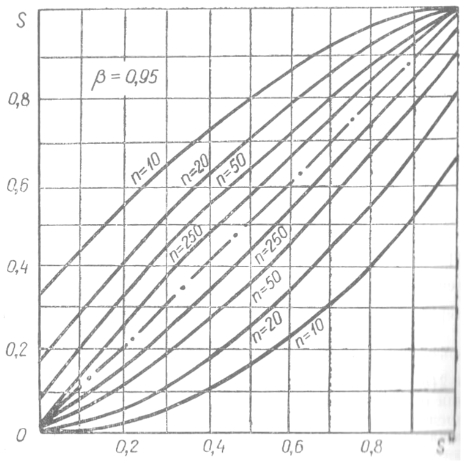

Рис. Графики зависимостей

В практике эксплуатации возможны случаи, когда по i-му фактору были только:

– одна опасная ситуация (ОС), т.е. $n_i = n_{OC_i}$; $s_i^* = 0$;

– одно ДТП, т.е. $n_i = n_{ДТП_i}$; $s_i^* = 1$.

Доверительные границы для s_i в этих случаях могут быть рассчитаны по конечным формулам:

– для первого частного случая $s_i = 0$; $s_{i2} = 1 - \sqrt[n_{OC_i}]{1-\beta}$;

– для второго частного случая $s_{i2} = 0$; $s_{i1} = 1 - \sqrt[n_{ДТП_i}]{1-\beta}$.

Достаточно широкий интервал вероятности ДТП и ОС, разрушения конструкции кузова, определяется малым объемом фактических данных (5 случаев).

Выводы о возможности ДТП и ОС по определенным причинам, когда такие события непосредственно в эксплуатации не наблюдались, должны основываться не только на результатах статистической обработки, но и, в первую очередь, на исследовании физики самих явлений: математические результаты не должны противоречить практическому опыту и здравому смыслу. Вообще, такого противоречия в большинстве случаев не будет. Опасные ситуации будут также объективно квалифицироваться как события, которые могут с вероятностью, отличной от нулевой, приводить к ДТП. Поэтому чтобы результаты статистической обработки при оценивании достигнутого уровня безопасности движения были правомерными и объективными, в первую очередь необходимо, чтобы исходная статистика аварийности была тщательно выверенной и объективной.

Важной задачей анализа статистики аварийности является определение факторов, оказывающих наиболее отрицательное влияние на безопасность движения. По наиболее аварийным факторам разрабатываются и реализуются первоочередные профилактические мероприятия, направленные на повышение безопасности движения. Решение задачи выявления наиболее аварийных факторов в общем случае связано с ранжировкой факторов по определенным показателям безопасности движения. В некоторых случаях такая ранжировка очевидна из самой практики эксплуатации и не требует проведения каких-либо расчетов по специальной схеме, во всех других случаях для ранжировки целесообразно применение методов статистического сравнения. Допустим, что требуется провести ранжировку n факторов по показателю уровня риска Q(t), т. е. расположить их в порядке убывания вклада каждого в аварийность. Казалось бы, эта задача решается просто – расположением факторов в порядке убывания числа ДТП по каждому из них. Однако такая ранжировка будет содержать элемент случайности, так как положенные в ее основу числа ДТП по каждому из факторов являются случайными. Если по j-му и i-му факторам произошло n_j и n_i ДТП, причем $n_j > n_i$, то этот факт еще не обязательно означает, что j-й фактор более авариен, чем i-й. Такое утверждение с определенной степенью достоверности будет верно, если n_j значительно превышает n_i. Для установления такого факта математическая статистика предлагает критерий статистического сравнения

$$U = \sqrt{2}\left(\sqrt{m_j - \frac{1}{2}} - \sqrt{n_i + \frac{1}{2}}\right) \qquad (6)$$

Величина U приближенно распределена по нормальному закону с параметрами $m_U = 0$, $\sigma_U = 1$. Вычисленное по формуле (6) значение U сравнивается с критическим значением $U_{1-\alpha}$, имеющим смысл аргумента функции нормального распределения при вероятности $1 - \alpha$. Величина α, называемая уровнем значимости, имеет смысл вероятности отвергнуть проверяемую гипотезу $Q(t)_j = Q(t)_i$, в то время как в действительности она верна. Обычно принимают $\alpha = 0{,}001...0{,}1$. В частности, если $\alpha = 0{,}05$, то величина $U_{0,95} = 1{,}64$. При $U < U_{1-\alpha}$ принимается гипотеза $Q(t)_j = Q(t)_i$, а при $U > U_{1-\alpha}$ − альтернативная (конкурирующая) гипотеза $Q(t)_j > Q(t)_i$.

По результатам попарного сравнения всех п факторов заполняется специальная таблица.

Таблица

Таблица попарного сравнения факторов

Фактор	1	2	⋯	i	⋯	j	⋯	n	Сумма баллов
1	–	–1	⋯	1	⋯	0	⋯	0	
2	1	–	⋯	–1	⋯	0	⋯	–1	
⋯	⋯	⋯	–	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	
i	–1	1	⋯	–	⋯	–1	⋯	0	
⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	–	⋯	⋯	⋯	
j	0	0	⋯	1	⋯	–	⋯	1	
⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	–	⋯	
n	0	1	⋯	0	⋯	–1	⋯	–	

В каждую ячейку таблицы на основании приятной гипотезы заносятся:

− 0, если $Q(t)_i = Q(t)_j$;

− 1, если $Q(t)_i > Q(t)_j$; (7)

− 1, если $Q(t)_i < Q(t)_j$.

По правилу (7) заполняются ячейки, расположенные справа от главной диагонали. Принцип заполнения ячеек, расположенных слева от главной диагонали, ясен из самой таблицы и правила (7).

Факторы ранжируются в соответствии с алгебраическими суммами баллов: наиболее аварийному фактору соответствует наименьшая сумма.

При ранжировке факторов по вероятности появления их в дорожном движении $q^* = \frac{n_{ДТП} + n_{ОС}}{N}$ величины n_j и n_i, используемые в формуле (7), вычисляются по формулам

$$n_j = n_{ДТП_j} + n_{ОС_j};$$

$$n_i = n_{ДТП_i} + n_{ОС_i}.$$

Если требуется ранжировка факторов по степени их опасности $s^* = \frac{n_{ДТП}}{n_{ДТП} + n_{ОС}}$, то статистическое сравнение степеней опасности s_j и s_i j–го и i–го факторов может быть проведено на основе критерия точной вероятности Фишера. Для вычисления этого критерия данные статистики представляются матрицей 2 х 2:

$$\begin{bmatrix} n_{ДТП_i} n_{ОС_i} \\ n_{ДТП_J} n_{ОС_j} \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Если хотя бы один из элементов матрицы равен нулю, то точная вероятность появления полученных при правильности гипотезы H_0 (различия между факторами по степени их опасности нет) подсчитывается по формуле

$$P_0(H_0) = \frac{C_{n_{ДТП_i}}^{n_{ДТП_i}} + n_{ДТП\, j} C_{OC_i}^{n_{OC_i}} + n_{OC_j}}{C_{n_{ДТП_i} + n_{OC_i} + n_{ДТП\, j} + n_{ДТП\, j}}^{n_{ДТП\, i} + n_{OC_i}}}.$$

Если ни один из элементов матрицы (8) не равен нулю, то составляется серия более экстремальных матриц 1, 2, ..., К, пока в К-й матрице один из ее элементов не станет равным нулю:

$$\begin{bmatrix} n_{ДТП_i} - 1 \\ n_{ДТП_J} + 1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} n_{OC_i} + 1 \\ n_{OC_j} - 1 \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} n_{ДТП_i} - k \\ n_{ДТП_J} + k \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} n_{OC_i} + h \\ n_{OC_j} - k \end{bmatrix}.$$

Тогда точная вероятность $P(H_0)$ подсчитывается по формуле

$$P(H_0)= P_1+ P_2+\ldots+ P_k.$$

Для расчета $P_1, \ldots, P_k$ можно воспользоваться рекуррентной формулой:

$$P_k = P_{k-1} = \frac{\lfloor n_{ДТП_i} - (1-k) \rfloor \lfloor n_{OC_j} - k(k-1) \rfloor}{(n_{OC_i} + k)(n_{ДТП_j} + k)} \quad .$$

Гипотеза о равенстве $s_j=s_i$ принимается, если $P(H_0) > \alpha$, где α – выбранный уровень значимости, и отвергается, если $P(H_0) < \alpha$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Никитин, А.М. Теоретические основы безопасности дорожного движения: монография / А.М.Никитин. – Брянск: Изд-во БГСХА, 2014. – 187 с.
2. Сакович, Н.Е. Математическое моделирование в обеспечении безопасности дорожного движения: монография / Н.Е.Сакович. – Брянск: Изд-во БГСХА, 2011. – 176 с.
3. Христофоров, Е.Н. Вероятностно-статистические методы в дорожном движении: монография / Е.Н.Христофоров. – Брянск: Изд-во БГСХА, 2005. – 200 с.

Материал поступил в редколлегию 16.02.15.