

УДК 620.1.08

П. М. Николаев

## АЛГОРИТМ ПОИСКА ТОЧКИ НА ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ, БЛИЖАЙШЕЙ К ЗАДАННОЙ ТОЧКЕ, ДЛЯ ЗАДАЧ КОНТРОЛЯ ТОЧНОСТИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ИЗДЕЛИЙ

Представлен алгоритм поиска точки на параметрической поверхности, ближайшей к заданной точке. Алгоритм построен на основе итерационного цикла. В качестве начального приближения использовано сканирование поверхности с заданным шагом. Для оптимизации сканирования предложено применять габаритную проверку.

Ключевые слова: параметрическая поверхность, минимизация расстояния, габаритная проверка, точка соответствия.

В современных условиях внедрения средств автоматизации проектирования и производства сохраняется высокая актуальность оценки точности изготовления изделий. Прежде всего такие оценки существенны для формообразующей технологической оснастки (пресс-формы, штампы, литейные формы и др.). С одной стороны, точность изготовления определяет последующие затраты на доработку продукции массового производства, изготавливаемой на данной оснастке, с другой – определяет качество самих изделий по воспроизведению замысла дизайнера, зазорам в местах сопряжения деталей, внешнему виду.

Для контроля точности изготовления изделий в современных производствах широко применяются программируемые координатно-измерительные машины, позволяющие в ручном или автоматическом режиме провести сканирование объектов. Результат сканирования представляет собой набор измеренных координат точек объекта, пригодный для дальнейшей обработки. Вопросы обработки измерений рассмотрены в литературе [1; 2]. В их основе лежат алгоритмы сопоставления математической (компьютерной) модели изделия с материалами измерений изготовленного образца. В соответствующих описаниях алгоритмов фундаментальной является проблема поиска точки на поверхности, ближайшей к заданной точке. В настоящей работе предлагается решение данной задачи.

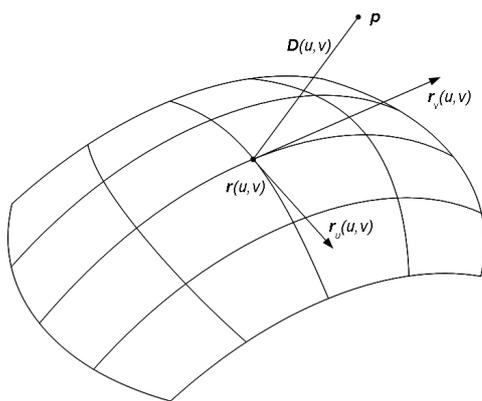


Рис.1. Постановка задачи поиска ближайшей точки на поверхности

Задача ставится следующим образом. Имеются параметрическая поверхность  $r(u, v)$  и точка  $p$  (рис. 1). Требуется определить параметрические координаты  $(u^*, v^*)$  на поверхности так, чтобы расстояние от  $r(u^*, v^*)$  до  $p$  было минимальным для всех точек поверхности.

Параметрическое задание поверхности не позволяет записать конечное выражение в виде одной формулы и предполагает использование итерационного процесса.

Для поиска точки на поверхности  $r(u, v)$ , ближайшей к заданной точке, вводится векторная функция (рис. 1)

$$D(u, v) = p - r(u, v).$$

Условие перпендикулярности вектора  $D(u, v)$

поверхности:

$$f(u, v) = D(u, v)r_u(u, v) = 0,$$

$$g(u, v) = D(u, v)r_v(u, v) = 0.$$

Используя начальное приближение  $u^{(0)}, v^{(0)}$ , строим итерационный процесс уточнения:

$$\begin{aligned} u^{(k)} &= u^{(k-1)} + \Delta u, \\ v^{(k)} &= v^{(k-1)} + \Delta v. \end{aligned} \quad (1)$$

Величины  $\Delta u$  и  $\Delta v$  определяются в результате решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} f(u + \Delta u, v + \Delta v) = f(u, v) + f_u(u, v)\Delta u + f_v(u, v)\Delta v = 0 \\ g(u + \Delta u, v + \Delta v) = g(u, v) + g_u(u, v)\Delta u + g_v(u, v)\Delta v = 0. \end{cases}$$

Условие завершения итерационного процесса:

$$|\Delta u| < \delta,$$

$$|\Delta v| < \delta,$$

где  $\delta$  – заданная точность (обычно можно использовать конкретную машинную точность).

Ключевым моментом в построении практичного работоспособного алгоритма определения точки соответствия на поверхности является задание начального приближения  $u^{(0)}, v^{(0)}$  для итерационного процесса.

При известном способе задания поверхности возможно использование данной информации для оценки начального приближения. Например, для поверхности NURBS в качестве грубой аппроксимации можно использовать характеристический многогранник.

В случае задания поверхности в общем виде  $r(u, v)$  остается метод сканирования поверхности по параметрам  $u$  и  $v$  с заданным шагом. Процесс уточнения (1) запускается для каждой пары  $(u_i, v_j)$ , используемой в качестве начального приближения:

$$u^{(0)} = u_i = u_{min} + \frac{i}{M}(u_{max} - u_{min}), \quad i = 0, \dots, M,$$

$$v^{(0)} = v_j = v_{min} + \frac{j}{N}(v_{max} - v_{min}), \quad j = 0, \dots, N.$$

где  $u_{min}, u_{max}$  – область определения поверхности в направлении  $u$ ;  $v_{min}, v_{max}$  – область определения поверхности в направлении  $v$ ;  $M$  – число разбиений на интервале  $[u_{min}, u_{max}]$ ;  $N$  – число разбиений на интервале  $[v_{min}, v_{max}]$ .

В результате уточнений получается  $(M+1)(N+1)$  точек соответствия (большинство из которых будут совпадать). Из полученных решений выбирается точка, ближайшая к заданной точке  $p$ .

Скорость вычисления описанного алгоритма можно существенно повысить за счет введения габаритных проверок. Для этого во время перебора всех пар  $(u_i, v_j)$  запоминается

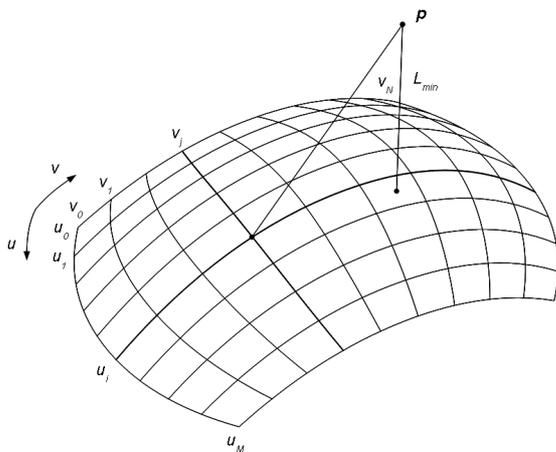


Рис. 2. Пропуск точек начального приближения  $u_i v_j$ , расстояние от которых до исходной точки  $p$  больше, чем уже найденное  $L_{min}$

текущее расстояние  $L_{min}$  до самой близкой из уже найденных точек соответствия (рис. 2). Процесс уточнения (1) для очередной пары  $(u_i, v_j)$  запускается только в том случае, если расстояние от точки  $p$  до точки начального приближения  $r(u_i, v_j)$  меньше  $L_{min}$ .

В ряде задач встает необходимость определения точек соответствия на поверхности для упорядоченной последовательности точек  $p_i$  (рис. 3). Так, в процедурах контроля точности изготовления последовательные точки замеров сопоставляются с математической моделью изделия. В этом случае параметры точки соответствия, полученной для точки  $p_i$ , могут использоваться в качестве начального приближения для следующей точки  $p_{i+1}$ . Таким образом, затратный с вычислительной точки зрения алго-

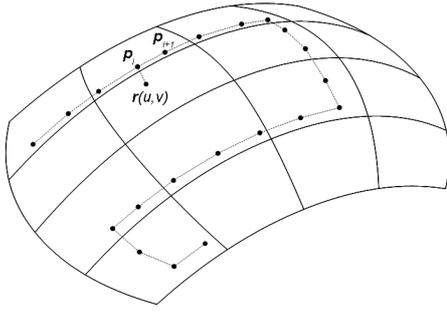


Рис. 3. Поиск точек на поверхности, ближайших к упорядоченной последовательности точек

ритм сканирования всей поверхности используется только для первой точки  $p_1$  заданной последовательности.

Рассмотренный алгоритм реализован в виде программной библиотечной функции, вошедшей в состав программно-аппаратного комплекса для контроля точности изготовления аэродинамических моделей ЦАГИ (на программную реализацию получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2013614054 от 23.04.13).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грановский, В.А. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях / В.А. Грановский, Т.Н. Сирая. – Л.: Энергоатомиздат, 1990.
2. Вермель, В.Д. Оценка точности изготовления аэродинамических моделей самолетов / В.Д.Вермель, А.Ю. Дроздовский, В.Ф. Забалуев, П.М. Николаев // Приборы. – 2010. - № 8. - С. 23-29.

Материал поступил в редколлегию 18.07.14.