

УДК 658.5.012.1

DOI: 10.30987/article_5c3db110b7f0c1.06560615

А.Н. Гречухин, В.В. Куц, М.С. Разумов

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ АППРОКСИМАЦИИ КРИВОЛИНЕЙНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ СЛОЯМИ С ПОСТОЯННЫМ И ПЕРЕМЕННЫМ СЕЧЕНИЕМ ПРИ ФОРМООБРАЗОВАНИИ АДДИТИВНЫМИ МЕТОДАМИ

Рассмотрены вопросы управления параметрами поперечного сечения единичного слоя при аддитивном формообразовании. Решена задача аппроксимации криволинейных поверхностей деталей слоями с постоянным и переменным сечением.

Приведены результаты геометрического и компьютерного моделирования.

Ключевые слова: аддитивные технологии, послойный синтез, формообразование, погрешность.

A.N. Grechukhin, V.V. Kuts, M.S. Razumov

SOLUTION OF PROBLEMS OF CURVED SURFACE APPROXIMATION BY LAYERS WITH CONSTANT AND VARIABLE CROSS-SECTIONS AT SHAPING WITH ADDITIVE METHODS

The problems of parameter control in a single layer cross-section at additive shaping are considered. The problem of curved surface approximation in parts by layers with a constant and variable cross-section is solved. The results of geometric and computer model-

ing are shown. The comparative assessment of the results of problems mentioned above is given.

Key words: additive technologies, layer-by-layer synthesis, shaping, error.

Введение

Аддитивные технологии в последнее время активно развиваются. Расширяется не только диапазон изделий, получаемых аддитивными методами. Все чаще находят применение устройства на базе промышленных роботов, способные расширить диапазон применения аддитивных устройств, улучшить качество формообразуемых поверхностей [1].

В работах [2; 3] были рассмотрены вопросы точности аддитивных методов формообразования. Предложен способ повышения точностных характеристик сложных поверхностей изделий, получаемых аддитивными методами, который заключается в обеспечении динамической пространственной ориентации конечного элемента формообразующей системы аддитивного оборудования. Предложены механизмы обеспечения пространственной ориентации, которые базируются на применении мехатронных систем. Показано, что применение динамической пространственной ориентации позволяет снизить

величину погрешности аппроксимации и повысить точность формообразуемых поверхностей.

Однако проведенные исследования показывают, что смежным направлением развития темы повышения точности аддитивных методов формообразования может стать параллельное управление пространственной ориентацией и размерами поперечного сечения единичного слоя, которые, при определенных величинах, будут формировать требуемую величину погрешности аппроксимации при заданной производительности. Задачи аппроксимации криволинейного профиля детали участками единичного слоя, логично вытекающие из обозначенной выше цели, требуют комплексного решения, основанного на теоретических и эмпирических исследованиях.

С точки зрения геометрической теории формообразования поверхностей данная задача может быть решена в несколько этапов.

Решение задачи ориентации единичного слоя постоянного сечения при аппроксимации профиля детали

Поставленной задаче будет соответствовать условие, что единичный слой соответствует форме эллипса с параметрами ширины и высоты $a = const$, $b = const$. При таком условии задача аппроксимации

сводится к решению системы уравнений относительно неизвестных параметров t_{0i}, t_{i-1}, t_i (рис. 1):

$$\begin{cases} \overline{i_0 A_{i-1}(t_{0(i-1)})r_{i-1}(t_{i-1})} = \overline{i_0 A_i(t_{0i})r_i(t_i)}; \\ \overline{j_0 A_{i-1}(t_{0(i-1)})r_{i-1}(t_{i-1})} = \overline{j_0 A_i(t_{0i})r_i(t_i)}; \\ \frac{\overline{A_{i-1}(t_{0(i-1)})r_{i(i-1)}(t_{i-1})A_i(t_{0i})r_{ii}(t_i)}}{\overline{A_{i-1}(t_{0(i-1)})r_{i(i-1)}(t_{i-1})} \overline{A_i(t_{0i})r_{ii}(t_i)}} = -1, \end{cases}$$

где A_{i-1}, A_i - матрицы установки системы координат $i-1$ -го и i -го наплавленных слоев соответственно; $t_{0(i-1)}, t_{0i}$ - параметры профиля детали, определяющие точку установки $i-1$ -го и i -го слоев; t_{i-1}, t_i - параметры $i-1$ -го и i -го слоев, соответ-

ствующие их точке касания; $\overline{r_{i-1}(t_{i-1})}, \overline{r_i(t_i)}$ - точка касания $i-1$ -го и i -го слоев; $\overline{r_{i(i-1)}(t_{i-1})}, \overline{r_{ii}(t_i)}$ - производная $i-1$ -го и i -го слоев по параметру t .

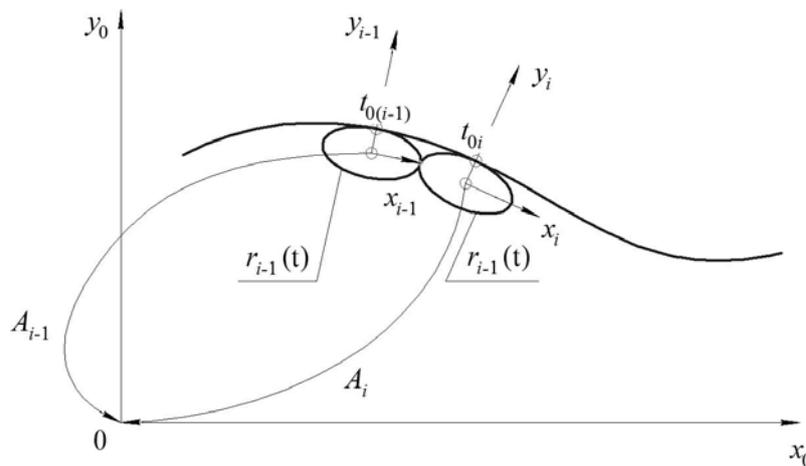


Рис. 1. Схема аппроксимации профиля детали при постоянных параметрах сечения единичного слоя

Матрица $A_i(t_i)$ рассчитывается по следующей зависимости:

$$A_i(t_i) = A_{0i}(t_i)A_{ki}^{-1}(t_{ki}),$$

где $A_{0i}(t_i)$ - матрица перехода из системы координат секущей плоскости в точке профиля детали к системе координат детали; $A_{ki}(t_{ki})$ - матрица перехода из системы координат секущей плоскости в i -й точке

наплавленного слоя, определяемого параметром t_{ki} .

В свою очередь, матрицу $A_{0i}(t_i)$ можно определить на основе методики, изложенной в работе [4], по заданным векторам, определяющим положение и направление осей координат секущей плоскости, а именно:

$$\begin{bmatrix} -\overline{i_0 r_{0ii}(t_{0i})} & -\overline{j_0 r_{0ii}(t_{0i})} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T; \\ \begin{bmatrix} \overline{i_0 r_{0ii}(t_{0i})} & \overline{j_0 r_{0ii}(t_{0i})} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \times [0 \ 0 \ -1 \ 0]^T; \\ \begin{bmatrix} \overline{i_0 r_{0i}(t_{0i})} & \overline{j_0 r_{0i}(t_{0i})} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T.$$

Матрица $A_{ki}(t_{ki})$ рассчитывается аналогично по заданным векторам:

$$\begin{bmatrix} \overline{i_i r_{ii}(t_i)} & -\overline{j_i r_{ii}(t_i)} & 0 & 0 \\ \overline{i_i r_{ii}(t_i)} & \overline{j_i r_{ii}(t_i)} & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} \overline{i_i r_{ii}(t_i)} & \overline{j_i r_{ii}(t_{0i})} & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

На рис. 2 представлены результаты геометрического моделирования аппроксимации участка криволинейной поверхности РК профильного вала (количество

граней $N=3$, радиус описанной окружности $R=12$ мм, эксцентриситет $e=1,2$ мм) единичными слоями с параметрами $a=0,631$ мм, $b=0,5$ мм.

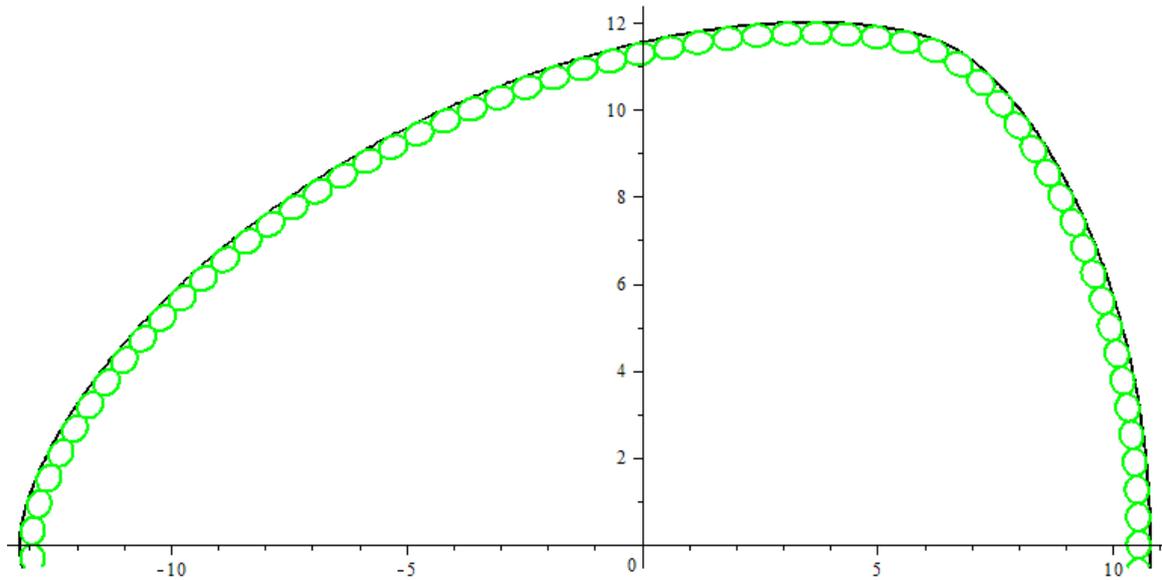


Рис. 2. Моделирование аппроксимации криволинейной поверхности РК профильного вала участками поперечного сечения единичного слоя с постоянными параметрами

Решение задачи расчета максимальных величин погрешности аппроксимации

Величину погрешности аппроксимации определим как функцию:

$$\Delta_i(t_{0i}, t_{i-1}, t_i, a_{i-1}, b_{i-1}, a_i, b_i) = \left| A_i(t_{0i}, a_i, b_i) r_i(t_i, a_i, b_i) \right| - \left| r_0(t_{\Delta}) \right|,$$

где $r_0(t_{\Delta})$ - вектор, определяющий точку на профиле детали с параметрами t_{Δ} в на-

правлении вектора $A_i(t_{0i}, a_i, b_i) r_i(t_i, a_i, b_i)$ (рис. 3).

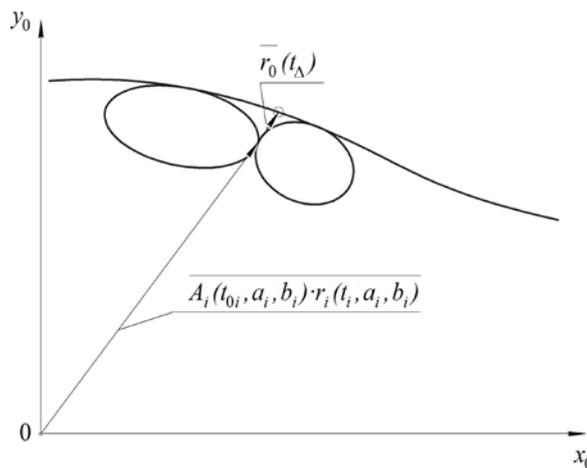


Рис. 3. Графическое представление функции

Параметр t_{Δ} определяют путем решения уравнения

$$\frac{A_i(t_{0i}, a_i, b_i)r_i(t_i, a_i, b_i)r_0(t_{\Delta})}{|A_i(t_{0i}, a_i, b_i)r_i(t_i, a_i, b_i)||r_0(t_{\Delta})|} = 1.$$

На рис. 4 показаны результаты расчета погрешности аппроксимации криволиней-

ной поверхности участками единичного слоя с постоянной геометрией.

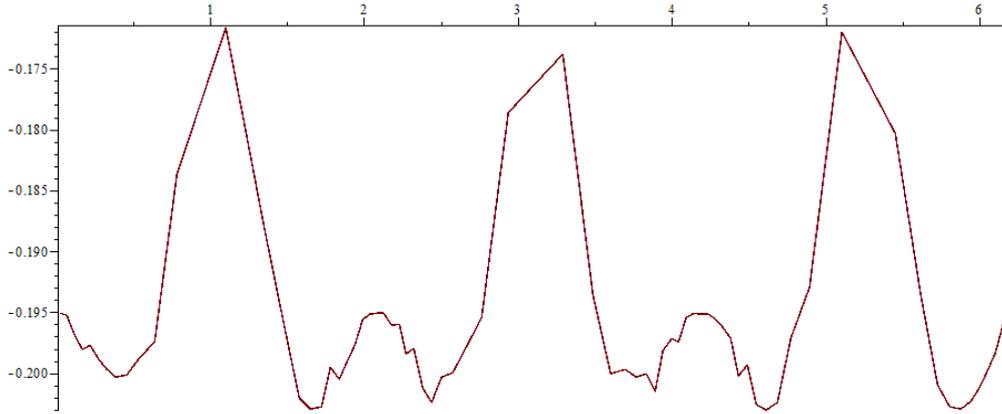


Рис. 4. График изменения погрешности аппроксимации поверхности РК профильного вала единичным слоем с постоянными параметрами

Анализ представленного графика показывает, что погрешность при аппроксимации участка профиля РК профильного

вала единичным слоем с постоянной геометрией изменяется в диапазоне 35 мкм.

Решение задачи аппроксимации профиля детали слоями с переменным сечением

Для стабилизации и сужения диапазона значений погрешности аппроксимации выполним аппроксимацию слоями с переменным сечением (с переменной геометрией - шириной a и высотой b поперечного сечения). Данной задаче соответствуют следующие условия: $a_i \neq const$, $b_i \neq const$, $a_{i-1} \neq const$, $b_{i-1} \neq const$ и

$\Delta_i \approx \Delta_{\text{проб.}}$. В данном случае задача аппроксимации может быть решена в 2 этапа:

1. Обеспечение ориентации начальных 2 слоев, что сводится к решению системы уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} i_0 A_{i-1}(t_{0(i-1)}, a_{i-1}, b_{i-1})r_{i-1}(t_{i-1}, a_{i-1}, b_{i-1}) &= i_0 A_i(t_{0i}, a_i, b_i)r_i(t_i, a_i, b_i); \\ j_0 A_{i-1}(t_{0(i-1)}, a_{i-1}, b_{i-1})r_{i-1}(t_{i-1}, a_{i-1}, b_{i-1}) &= j_0 A_i(t_{0i}, a_i, b_i)r_i(t_i, a_i, b_i); \\ \frac{A_{i-1}(t_{0(i-1)})r_{i(i-1)}(t_{i-1})A_i(t_{0i})r_{ii}(t_i)}{|A_{i-1}(t_{0(i-1)})r_{i(i-1)}(t_{i-1})||A_i(t_{0i})r_{ii}(t_i)|} &= -1; \\ \Delta_i(t_{0i}, t_{i-1}, t_i, a_{i-1}, b_{i-1}, a_i, b_i) &= \Delta_{\text{проб.}}; \\ a_{i-1} &= a_i; \\ b_{i-1} &= b_i; \\ b_i &= f(a_i), \end{aligned} \right.$$

где $\Delta_i(t_{0i}; t_{i-1}; t_i; a_{i-1}; b_{i-1}; a_i; b_i)$ - функция расчета величины погрешности профиля, образованного $i-1$ -м и i -м слоями; $f(a_i)$

- функция, определяющая наибольшую величину параметра b_i при заданной вели-

чине параметра a_i сечения наплавленного слоя.

2. Обеспечение ориентации последующих слоев (при $i > 2$), когда геометрические параметры предшествующего слоя

$$\left\{ \begin{aligned} & \overline{i_0 A_{i-1}(t_{0(i-1)}, a_{i-1}, b_{i-1}) r_{i-1}(t_{i-1}, a_{i-1}, b_{i-1})} = \overline{i_0 A_i(t_{0i}, a_i, b_i) r_i(t_i, a_i, b_i)}; \\ & \overline{j_0 A_{j-1}(t_{0(j-1)}, a_{j-1}, b_{j-1}) r_{j-1}(t_{j-1}, a_{j-1}, b_{j-1})} = \overline{j_0 A_j(t_{0j}, a_j, b_j) r_j(t_j, a_j, b_j)}; \\ & \frac{A_{i-1}(t_{0(i-1)}) r_{i(i-1)}(t_{i-1}) A_i(t_{0i}) r_{ii}(t_i)}{|A_{i-1}(t_{0(i-1)}) r_{i(i-1)}(t_{i-1})| |A_i(t_{0i}) r_{ii}(t_i)|} = -1; \\ & \Delta_i(t_{0i}, t_{i-1}, t_i, a_{i-1}, b_{i-1}, a_i, b_i) = \Delta_{\text{мреб}}; \\ & b_i = f(a_i). \end{aligned} \right.$$

Для построения функции $b = f(a)$ были проведены экспериментальные исследования влияния режимов наплавки - температуры материала T , толщины слоя материала h , скорости перемещения экструдера V - на величины a и b единичного наплавленного слоя.

Согласно плану эксперимента, посредством FDM-печати были наплавлены образцы единичных слоев. Варьируемые параметры: толщина единичного слоя h , мм; температура разогрева экструдера t , °C; скорость перемещения экструдера V , мм/с. Изготовленные шлифы были исследованы на инструментальном микроскопе ММИ-2. Были зафиксированы координаты точек на кривых, образующих поперечное сечение единичного слоя, произведена ап-

$a_{i-1} = const, b_{i-1} = const, a_i \neq const, b_i \neq const$. Необходимо решить систему уравнений:

проксимация этих точек по уравнению эллипса - именно такая форма поперечного сечения единичного слоя наблюдалась в образцах. По разности координат характерных точек на поверхности профиля поперечного сечения единичного слоя были определены параметры ширины a и высоты b единичного наплавленного слоя.

Для математического описания геометрических характеристик наплавленного единичного слоя была произведена обработка результатов эксперимента. Получены функции, отражающие влияние элементов режимов аддитивного формообразования на величины ширины a и высоты b единичного наплавленного слоя:

$$a(h, T, v) = h(3,56h + 8,536) - t(0,043h - 0,02) + v(0,0002t - 0,04) - 3,87;$$

$$b(h, T, v) = h(4267 - 5,595h) - t(0,0006h - 0,028) + v(0,000312t - 0,065) - 31,45.$$

Тогда искомую функцию $b = f(a)$ будем рассматривать как

$$f(a) = \begin{cases} b(h, T, v) \rightarrow \max; \\ a(h, T, v) = a; \\ h_{\min} \leq h \leq h_{\max}; \\ T_{\min} \leq T \leq T_{\max}; \\ v_{\min} \leq v \leq v_{\max}. \end{cases}$$

Результаты реализации данной модели при аппроксимации криволинейной поверхности участками единичного слоя с

переменной геометрией представлены на рис. 5.

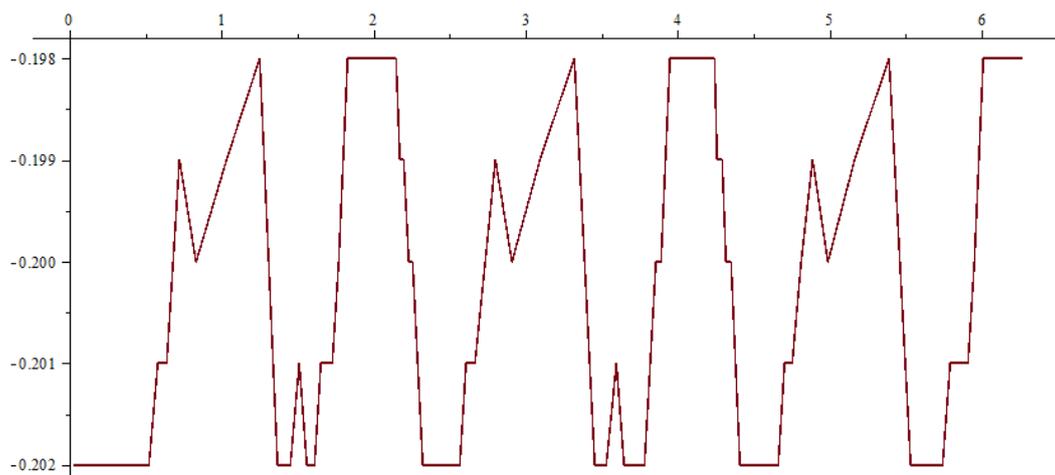
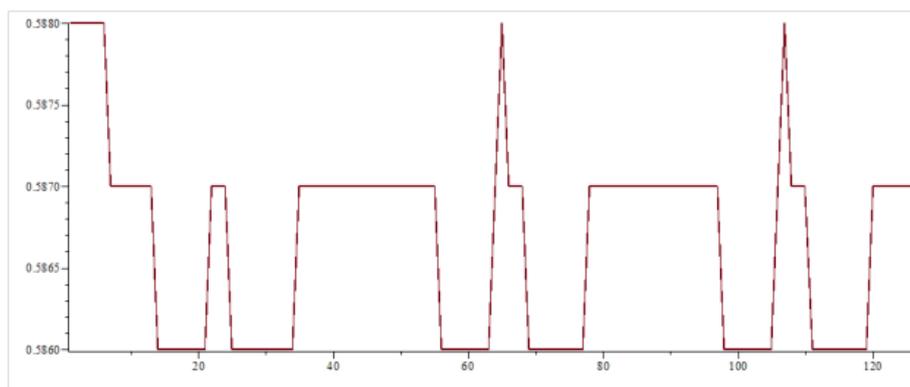


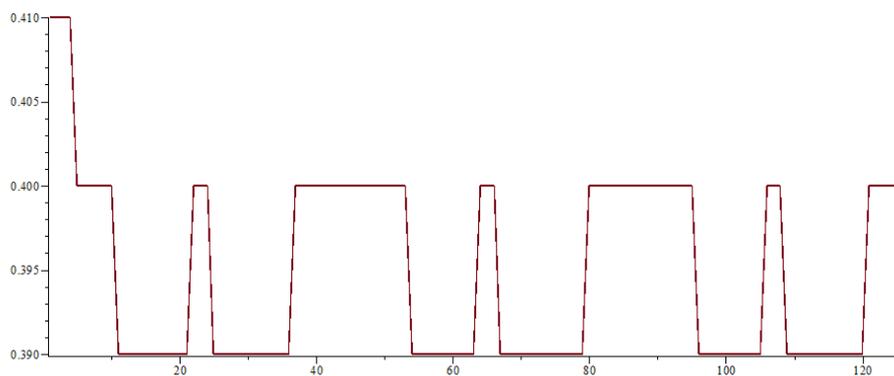
Рис. 5. График изменения погрешности аппроксимации поверхности РК профильного вала единичным слоем с переменными параметрами поперечного сечения

Из графика видно, что погрешность профиля варьируется в пределах 4 мкм.

Результаты варьирования параметров ширины и высоты поперечного сечения единичного слоя представлены на рис. 6.



а)



б)

Рис. 6. График изменения параметров поперечного сечения единичного слоя:
а – ширины; б – высоты

Заключение

Проведенные исследования показывают, что реализация пространственной ориентации конечного звена формообразующей системы в сочетании с управлением

параметрами поперечного сечения единичного слоя при аддитивном формообразовании поверхностей позволяет в значительной степени стабилизировать величину

ну погрешности аппроксимации на участках РК профильного вала с переменной

кривизной.

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации для молодых ученых МК-6406.2018.8.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гречухин, А.Н. Управление пространственной ориентацией узлов робота в процессе аддитивного формообразования изделий / А.Н. Гречухин, В.В. Куц, М.С. Разумов // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2018. – Т. 14. – № 4. – С. 122-129.
2. Kuts, V.V. Improving the quality of additive methods for forming the surfaces of odd-shaped parts with the application of parallel kinematics mechanisms / V.V. Kuts, M.S. Razumov, A.N. Grechukhin, N.A. Bychkova // International Journal of Applied Engineering Research. – 2016. - № 24. - P. 11832-11835.
3. Червяков, Л.М. Трансфер аддитивных технологий: промышленность Курской области: монография / Л.М. Червяков, Н.А. Бычкова, Н.В. Елисеева [и др.]. – Курск: Университетская книга, 2016. – 168 с.
4. Куц, В.В. Методология предпроектных исследований специализированных металлорежущих систем: дис. ... д-ра техн. наук / В.В. Куц. – Курск, 2012. – 366 с.
5. Гречишников, В.А. Определение погрешности формы детали при формообразовании планетарным механизмом методами геометрической теории резания / В.А. Гречишников, В.В. Куц, М.С. Разумов [и др.] // СТИН. – 2017. – № 4. – С. 24-26.
6. Grechishnikov, V.A. Errors in shaping by a planetary mechanism / V.A. Grechishnikov, V.B. Romanov, P.M. Pivkin, V.V. Kuts, M.S. Razumov, A.N. Grechukhin, S.Y. Yurasov // Russian Engineering Research. - 2017. - № 9. - P. 824-826.
1. Grechukhin, A.N. Spatial orientation control of robot units during product additive shaping / A.N. Grechukhin, V.V. Kuts, M.S. Razumov // Bulletin of Voronezh State Technical University. – 2018. – Vol.14. – No.4. – pp. 122-129.
2. Kuts, V.V. Improving the quality of additive methods for forming the surfaces of odd-shaped parts with the application of parallel kinematics mechanisms / V.V. Kuts, M.S. Razumov, A.N. Grechukhin, N.A. Bychkova // International Journal of Applied Engineering Research. – 2016. - № 24. - P. 11832-11835.
3. Chervyakov, L.M. Additive Technologies Transfer: Industry of Kursk Region: monograph / L.M. Chervyakov, N.A. Bychkova, N.V. Eliseeva [et al.]. – Kursk: University Book, 2016. – pp. 168.
4. Kuts, V.V. Pre-design investigation methodology for special metal cutting systems: Thesis for Dr. Sc. Tech. Degree / V.V. Kuts. – Kursk, 2012. – pp. 366.
5. Grechishnikov, V.A. Definition of Part Shape Error by Shaping by Planetary Mechanism through Methods of Geometric Theory of Cutting / V.A. Grechishnikov, V.V. Kuts, M.S. Razumov [et al.] // СТИН. – 2017. – No.4. – pp. 24-26.
6. Grechishnikov, V.A. Errors in shaping by a planetary mechanism / V.A. Grechishnikov, V.B. Romanov, P.M. Pivkin, V.V. Kuts, M.S. Razumov, A.N. Grechukhin, S.Y. Yurasov // Russian Engineering Research. - 2017. - № 9. - P. 824-826.

Статья поступила в редакцию 02.11.18.

*Рецензент: д.т.н., профессор Воронежского государственного технического университета
Кириллов О.Н.*

Статья принята к публикации 25.12.18.

Сведения об авторах:

Гречухин Александр Николаевич, доцент кафедры МТиО Юго-Западного государственного университета, e-mail: Agrechuhin@mail.ru.

Куц Вадим Васильевич, профессор кафедры МТиО Юго-Западного государственного университета, e-mail: Kuc-vadim@yandex.ru.

Grechukhin Alexander Nikolaevich, Assistant Prof. of the Dep. "ET&E", South-Western State University, e-mail: Agrechuhin@mail.ru.

Kuts Vadim Vasilievich, Prof. of the Dep. "ET&E", South-Western State University, e-mail: Kuc-vadim@yandex.ru.

Разумов Михаил Сергеевич, доцент кафедры МТиО Юго-Западного государственного университета, e-mail: Mika_1984@mail.ru.

Razumov Mikhail Sergeevich, Assistant Prof. of the Dep. "ET&E", South-Western State University, e-mail: Mika_1984@mail.ru.