

УДК 004.942

DOI: 10.30987/article\_5c7434fd136d59.56723792

**В.П. Лапшин**, к.т.н.,

**И.А. Туркин**, к.т.н.,

**А.А. Закалюжный**, магистрант

(ФГБОУ ВО Донской государственной технической университет,  
344000, Россия, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1)

E-mail: zakalizhnuy-95@yandex.ru

## **Синтез управления, стабилизирующего режимы работы термодинамической системы\***

*Рассмотрен частный случай синтеза электромеханической системы управления методом максимума. За основу выбрана задача синтеза оптимальной по быстродействию электромеханической системы стабилизации режимов работы термодинамической системы, на основе использования модуля Пельтье как термопреобразователя. Показано, что синтез системы управления на основе принципа максимума позволяет оптимизировать реакцию термодинамической системы на внешние возмущения.*

**Ключевые слова:** возмущенное движение; оптимальное управление; быстродействие; принцип максимума; тепловой режим.

**V.P. Lapshin**, Can. Sc. Tech.,

**I.A. Turkin**, Can. Sc. Tech.,

**A.A. Zakalyuzhny**, Master degree student

(FSBEI HE Don State Technical University, 1, Gagarin Sq., Rostov-upon-Don, Russia, 344000)

## **Synthesis of management stabilizing operation modes of thermodynamic system**

*A special case of synthesis of an electromechanical control system by a method of maximum is considered. As a basis there is chosen a problem of synthesis of the electromechanical system optimal in an operating speed to stabilize operating modes of the thermodynamic system on the basis of Peltier module as a thermo-converter. It is shown that the synthesis of the control system on the basis of the principle of maximum allows optimizing a reaction of the thermodynamic system to external disturbances.*

**Keywords:** disturbed motion; optimum control; operating speed; principle of maximum; thermal mode.

### **Введение и постановка задачи исследования**

Потребности развития техники, в частности космической, стали основой для новой теории управления, которая сегодня обобщена таким понятием – теория оптимального управления. В основе этого направления лежит метод мак-

\* Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №19-08-00022 А.

симула, над которым работали советские математики Л.С. Понтрягин и его ученики [1]. С тех пор многие системы управления, в числе которых не только системы военного или космического назначения, были созданы на базе этого подхода.

В настоящее время с учетом развития новых направлений микроэлектроники и систем управления, построенных на этой базе, возникают новые интересные задачи управления, к

которым можно привлечь разработанный аппарат теории оптимального управления и в частности сам метод максимума.

Одной из таких задач, является задача обеспечения стабилизации температуры работы современной микроэлектроники. Учитывая все уменьшающиеся размеры устройств на базе полупроводниковой техники и все возрастающую их производительность, задача отвода тепла от них становится одной из наиболее приоритетной.

Помимо пассивных способов отвода тепла от нагреваемых элементов в последнее время появились и ряд активных способов охлаждения. Одним из таких способов является способ использования широко известного элемента Пельтье.

Элементы Пельтье применяются в ситуациях, когда необходимо охлаждение с небольшой разницей температур, или энергетическая эффективность охладителя не важна. Исторически сложилось, что модуль Пельтье применялся преимущественно для охлаждения микросхем и небольших деталей.

Однако в настоящее время он нашел широкое применение для создания холодильников, кондиционеров, генераторов, терморегуляторов. В приборах при низкой мощности охлаждения элементы Пельтье часто используются как вторая или третья ступень охлаждения. Это позволяет достичь температур на 30...40 градусов ниже, чем с помощью обычных компрессионных охладителей (до  $-80\text{ }^{\circ}\text{C}$  для одностадийных холодильников и до  $-120\text{ }^{\circ}\text{C}$  для двухстадийных). Последнее очень часто применяется при создании малогабаритных переносных термокамер для испытания электронных компонентов и узлов на воздействие климатических, в том числе циклических воздействий.

Основной проблемой эксплуатации элементов Пельтье является то, что свободные электроны в веществе одновременно являются переносчиками и электрического тока, и тепла. Соответственно, в процессе своей работы нагреваемая сторона элемента должна иметь качественный отвод тепла, иначе может произойти быстрый прогрев всего элемента, что приведет к выводу последнего из строя.

Для решения задачи отвода тепла, авторами предложен макет, позволяющий стабилизировать тепловое состояние нагреваемой стороны элемента Пельтье. Схема этой установки представлена на рис. 1.

Отвод тепла с использованием такого рода элемента должен быть максимально быстрым, так как перегрев элементов микроэлектрони-

ки, даже краткосрочный, может привести к выводу их из строя. Здесь, как раз и может пригодиться аппарат теории оптимального управления и в частности метод, разработанный Л.С. Понтрягиным и его учениками [1, 2].

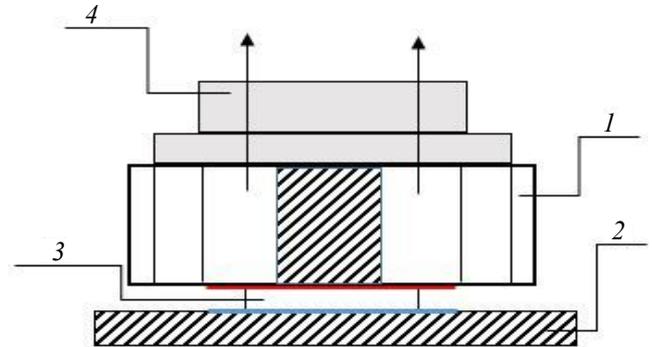


Рис. 1. Элемент Пельтье с активным охлаждением

### Синтез математической модели возмущенного движения системы

Перед процедурой синтеза математической модели рассмотрим схему установки (см. рис.1).

На рис. 1 стрелками показано направление отвода тепла. Система состоит из следующих элементов: 1 – радиатор; 2 – алюминиевый брусок; 3 – элемент Пельтье; 4 – вентилятор. В качестве привода вентилятора предлагается использовать широко распространенный электрический двигатель 7015-С, обеспечивающий преобразование электрической энергии в механическую энергию движения исполнительных механизмов системы.

Математическая модель электродвигателя постоянного тока с коллекторным управлением, описывается следующей системой уравнений [3]:

$$\begin{aligned} U - c_e \omega &= L \frac{di}{dt} + Ri \\ c_m i &= J \frac{d\omega}{dt} + M_c \end{aligned} \quad (1)$$

где  $U$  – напряжение, подаваемое на коллектор двигателя;  $i$  – ток, потребляемый двигателем;  $R, L$  – параметры электрической части двигателя;  $J$  – параметр, характеризующий инерционные свойства якоря двигателя, в том числе момент инерции самого вентилятора;  $\omega$  – частота вращения ротора двигателя;  $M_c = \mu \omega^2$  – внешний, приложенный момент сопротивления, для рассматриваемого случая  $\mu = 1,1 \cdot 10^{-7}$ ;  $c_m, c_e$  – механическая и электрическая постоянные двигателя.

Термодинамические параметры рассматриваемого устройства можно описать следующим дифференциальным уравнением:

$$T \frac{d\theta}{dt} + \theta = N_1 - N_2 \quad (2)$$

где  $\theta$  – текущая температура;  $N_1$  – мощность истока (величина, показывающая какое количество теплоты получает горячая сторона элемента Пельтье во время работы) в рассматриваемом случае 223, 58 Дж.;  $N_2$  – мощность стока (величина, показывающая, сколько тепла отводит вентилятор от элемента Пельтье в единицу времени), в нашем случае является некоторой функцией от угловой скорости:  $N_2 = f(\omega)$ ,  $T$  – постоянная времени элемента Пельтье, в данном случае получена эмпирическим путем и равна 2,85 с.

Учитывая аperiodический характер распространения тепла, примем структуру функциональной зависимости мощности стока в виде

$$f(\omega) = N_1(1 - e^{-\alpha\omega}),$$

тогда и

$$N_2 = N_1(1 - e^{-\alpha\omega}).$$

На основании этого уравнение (2) можно преобразовать к следующему виду:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{N_1}{T} e^{-\alpha\omega} - \frac{\theta}{T} \quad (3)$$

Тогда система уравнений, описывающая термодинамику охлаждения элемента Пельтье, примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \frac{N_1}{T} e^{-\alpha\omega} - \frac{\theta}{T} \\ \frac{di}{dt} &= \frac{U}{L} - \frac{c_e \omega}{L} - \frac{Ri}{L} \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{c_m i}{J} - \frac{M_c}{J} \end{aligned} \quad (4)$$

После замены переменных и введения обобщенных параметров модели получим модель в новых координатах:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -a_{11}x_1 + a_{12}e^{-\alpha x_2} \\ \frac{dx_2}{dt} &= -a_{22}x_2^2 + a_{23}x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} &= -a_{32}x_2 - a_{33}x_3 + bU \end{aligned} \quad (5)$$

Результаты моделирования системы уравнений (5), с учетом реальных параметров электрического двигателя 7015-С, показали, что в системе наблюдается устойчивый режим работы, при котором, если на выбранный двигатель подать напряжение питания в 12 В, наблюдается устойчивый температурный режим в охлаждаемой части элемента Пельтье (см. рис. 1). Сама температура в этой части стабилизируется в окрестности значения 62 °С, что вполне удовлетворяет требованиям к таким системам охлаждения. Однако подобного рода система должна не только обеспечивать устойчивый температурный режим, но и требовать, с технологической точки зрения, времени реакции на внешние возмущения.

Для оценки времени реакции системы на внешние возмущения и для последующего синтеза системы на основе принципа максимума, преобразуем систему уравнений (5) в систему уравнений в координатах возмущенного движения системы, что допустимо с точки зрения моделирования динамики системы [4 – 7].

Для перехода от исходной модели системы, представленной уравнениями (5), к модели возмущенного движения произведем замену координат состояния системы следующим образом:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_{01} + z_1 \\ x_2 &= x_{02} + z_2 \\ x_3 &= x_{03} + z_3 \end{aligned} \quad (6)$$

где  $x_{01}, x_{02}, x_{03}$  – постоянные характеризующие равновесный стационарный режим работы системы;  $z_1, z_2, z_3$  – координаты возмущенного движения системы.

С учетом уравнений (6) и после вычитания из получаемой системы уравнений, описывающих стационарное состояние, получим следующую систему уравнений для возмущенного движения системы:

$$\begin{aligned} \frac{dz_1}{dt} &= -a_{11}z_1 + a_{12}e^{-\alpha z_2} e^{-\alpha x_{02}} - a_{12}e^{-\alpha x_{02}} \\ \frac{dz_2}{dt} &= -a_{22}z_2^2 - 2a_{22}z_2x_{02} + a_{23}z_3 \\ \frac{dz_3}{dt} &= -a_{32}z_2 - a_{33}z_3 \end{aligned} \quad (7)$$

Результаты моделирования системы уравнений (7) для случая скачка температуры в пять градусов нагревающейся части элемента Пельтье, т.е. той части, от которой система

управления отводит тепло, представлено на рис. 2.

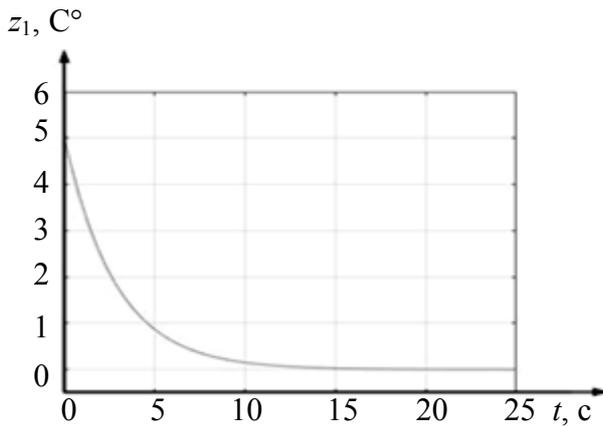


Рис. 2. Временная характеристика частного случая возмущенного движения в системе управления

Как видно из рис. 2 система управления характеризуется наличием асимптотически устойчивого стационарного режима работы, причем, для рассматриваемого случая, время реакции на внешнее возмущение составило около 15 с. В данном случае ноль температуры на рис. 2 соответствует 62 °С для случая системы в исходных координатах. Для ускорения реакции системы на внешние возмущения воспользуемся принципом максимума и синтезируем оптимальное управление для привода вентилятора, учитывая тот факт, что допустимо подавать на двигатель 7015-С напряжение 14 В. Таким образом, можно говорить об ограничениях на управление  $-2 \leq \Delta U \leq 2$  В (в рассматриваемом случае напряжение двигателя 12 В).

### Синтез управления на основе принципа максимума

Перед началом синтеза системы управления необходимо получить линеаризованную модель возмущенного движения, так как метод синтеза подразумевает решение систем дифференциальных уравнений, что не всегда

удобно и даже возможно в случае нелинейных систем уравнений [8].

Линеаризованная система уравнений, описывающая возмущенное движение, выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} y_1' &= -\beta_{11}y_1 - \beta_{21}y_2 \\ y_2' &= -\beta_{22}y_2 + \beta_{23}y_3 \\ y_3' &= -\beta_{32}y_2 - \beta_{33}y_3 + b\Delta U, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $y_1, y_2, y_3$  – линеаризованные координаты возмущенного движения,

$$\begin{aligned} a_{11} &= \beta_{11} ; \\ \alpha a_{12} e^{-\alpha x_{02}} &= \beta_{12} ; \\ 2a_{22}x_{02} &= \beta_{22} ; \\ a_{23} &= \beta_{23} ; \\ a_{32} &= \beta_{32} ; \\ a_{33} &= \beta_{33} . \end{aligned}$$

Для случая системы (8) определим гамильтониан:

$$H = \Psi_1 f_1 + \Psi_2 f_2 + \Psi_3 f_3, \quad (9)$$

где  $\psi_i$  – неопределенные координаты, а  $f_i$  – правые части выражений в системе (8).

В дополнение к (9) составим сопряженную систему уравнений для вспомогательных переменных  $\psi_i$ , которая в нашем случае примет вид следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d\psi_1}{dt} = \beta_{11}\psi_1 \\ \frac{d\psi_2}{dt} = \beta_{12}\psi_1 + \beta_{22}\psi_2 + \beta_{32}\psi_3 \\ \frac{d\psi_3}{dt} = -\beta_{23}\psi_2 + \beta_{33}\psi_3 \end{cases} \quad (10)$$

Решение системы линейных уравнений (10) для данного случая привода, где  $\beta_{11} = 0,35$ ;  $\beta_{12} = 0,27$ ;  $\beta_{22} = 1,69$ ;  $\beta_{23} = 5487$ ;  $\beta_{32} = 20,83$ ;  $\beta_{33} = 16583,3$ ;  $b = 206,74$ , принимает вид:

$$\begin{cases} \psi_1 = 0,9994C_3 e^{0,35t} \\ \psi_2 = 0,0013C_1 e^{16576t} + 0,9493C_2 e^{8,59t} - 0,0328C_3 e^{0,35t} \\ \psi_3 = C_1 e^{16576t} + 0,3143C_2 e^{8,59t} - 0,0108C_3 e^{0,35t} \end{cases} \quad (11)$$

где  $C_1, C_2, C_3$  – постоянные интегрирования.

После подстановки в (9) системы уравнений (11) вычленим часть гамильтониана, включающую в себя управление, получим:

$$H^* = \psi_3 U = (C_1 e^{16576t} + 0,3143C_2 e^{8,59t} - 0,108C_3 e^{0,35t}) b U \quad (12)$$

Анализ выражения (12), показывает, что часть гамильтониана, зависящая от управления, как и сам гамильтониан будет стремиться к максимуму в том случае, если знак управления будет совпадать со знаком функции  $\psi_3$ . То есть для того чтобы гамильтониан  $H$  (9) принимал максимальное положительное значение, слагаемое  $H^*$  должно быть всегда положительным и наибольшим. Для этого алгоритм оптимального управления должен иметь вид  $u(t) = \sigma U_{\max}$ , где  $\sigma = \text{sign}(\psi_3)$ . Построим  $\psi_3$ , задавшись частными значениями постоянных интегрирования (рис. 3).

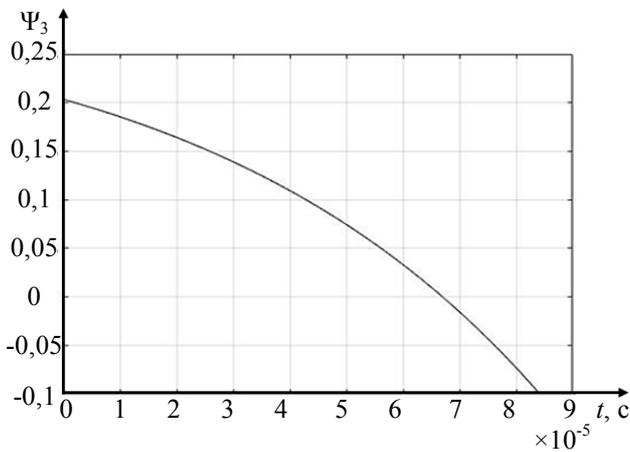


Рис. 3. Временная характеристика функции  $\psi_3$

Анализ зависимости, представленной на рис. 3, позволяет сформулировать следующий подход к поиску оптимального управления: для рассматриваемого случая управление является кусочно-постоянной функцией, принимающей значения  $\pm 2$  В, и будет иметь не более двух интервалов постоянства, так как нелинейная функция  $\psi_3$  меняет знак не более одного раза. При этом возможная смена знака происходит с плюса на минус, т.е. для выполнения принципа максимума требуется сначала подавать на двигатель  $U = +2$  В, а затем  $U = -2$  В.

С учетом этих рассуждений определим алгоритм оптимального уравнения, который обеспечивает перевод объекта из возмущенного состояния  $x_1(0) = 5, x_2(0) = 0, x_3(0) = 0$  в исходное состояние  $x_1(T) = 0, x_2(T) = 0, x_3(T) = 0$  за минимальное время. Необходимо отметить,

что в современных условиях нет необходимости получать аналитическое решение исходной системы уравнений. Можно, используя имеющиеся возможности современных пакетов прикладных программ, типа Matlab, достаточно просто и наглядно получить численное решение для рассматриваемого случая.

Результаты численного моделирования для расчетного оптимального по быстродействию алгоритма управления представлены на рис. 4.

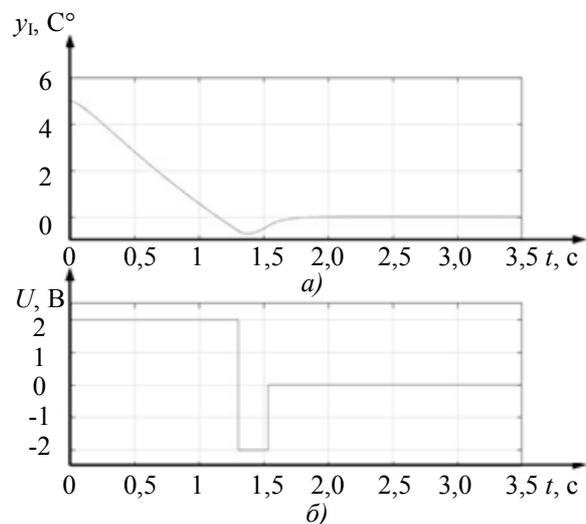


Рис. 4. Временная характеристика частного случая возмущенного движения в системе управления (а) и синтезированное управление (б)

Анализ представленных на рис. 4 характеристик показывает, что время регулирования для рассматриваемого случая управления, оптимального по быстродействию, составило около 1,5 с. Сопоставляя эти данные с результатами, представленными на рис.2, можно сделать вывод о десятикратном приросте быстродействия системы управления.

### Выводы

Синтезированный в работе закон управления, максимизирующий гамильтониан (9), позволил повысить скорость реакции системы на внешние возмущения почти в десять раз, что в свою очередь позволяет говорить о более надежном охлаждении электронных блоков и

устройств с использованием управления построенного на принципе максимума. Таким образом, синтез системы управления на основе принципа максимума позволяет оптимизировать реакцию термодинамической системы на внешние возмущения.

Для реализации полученных результатов необходимо преобразовать предлагаемое авторами устройство (см. рис. 1): нужно ввести в него датчик контроля температуры и отдельную микросхему для расчета времени включения, выключения и переключения дополнительного управления на приводе вентилятора.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Понtryгин, Л.С., Болтынский, В.Г. и др., Математическая теория оптимальных процессов. - М.: Наука, 1983. – 393 с.
2. Закалюжный, А.А., Кудряшев С.Б. Основные принципы построения систем автоматического управления температурным режимом. - Научно-технические и виброволновые технологии обработки деталей высокотехнологичных изделий: материалы международного научного симпозиума технологов-машиностроителей. – Ростов-на-Дону: ДГТУ, 2018 – С. 51-53
3. Лапшин, В. П., Туркин, И. А. Электродвигатель постоянного тока – привод электромобиля //Автомобильная промышленность. – 2017. – №. 1. – С. 16-18.
4. Младов А. Г. Системы дифференциальных уравнений и устойчивость движения по Ляпунову. – Высшая школа, 1966.
5. Lapshin V. P., Turkin I. A. Dynamic influence of the spindle servo drive on the drilling of deep narrow holes

//Russian Engineering Research. – 2015. – Т. 35. – №. 10. – С. 795-797.

6. Lapshin V. P., Turkin I. A. Modeling Tractive Effort Torque of Wheel in Deformation Movements of Pneumatic Tire Wheel //Procedia Engineering. – 2017. – Т. 206. – С. 594-599.

7. Zakovorotny V. L., Lapshin V. P., Babenko T. S. Assessing the Regenerative Effect Impact on the Dynamics of Deformation Movements of the Tool during Turning //Procedia Engineering. – 2017. – Т. 206. – С. 68-73.

### REFERENCES

1. L.S. Pontryagin, V.G. Boltyansky et al., *Mathematical Theory of Optimum Processes*. – M.: Science, 1983. – pp. 393.
2. Zakalyuzhny, A.A., Kudryashev, S.B. Basic Principles of formation of temperature mode automatic control system. – *Science Intensive and Vibration Wave Technologies for Machining Parts of High-Tech Products: Proceedings of the Inter. Symposium of Technologist-Engineering Workers*. – Rostov-upon-Don: DSTU, 2018 – pp. 51-53.
3. Lapshin V.P., Turkin I.A. DC Motor-accumulator vehicle // *Automotive Industry*. – 2017. – No.1. – pp. 16-18.
4. Mladov A.G *Systems of Differential Equations and Lyapunov's Stability of Motion*. – Higher School, 1966.
5. Lapshin V. P., Turkin I. A. Dynamic influence of the spindle servo drive on the drilling of deep narrow holes //Russian Engineering Research. – 2015. – Т. 35. – №. 10. – pp. 795-797.
6. Lapshin V. P., Turkin I. A. Modeling Tractive Effort Torque of Wheel in Deformation Movements of Pneumatic Tire Wheel //Procedia Engineering. – 2017. – Т. 206. – pp. 594-599.
7. Zakovorotny V. L., Lapshin V. P., Babenko T. S. Assessing the Regenerative Effect Impact on the Dynamics of Deformation Movements of the Tool during Turning //Procedia Engineering. – 2017. – Т. 206. – pp. 68-73.

Рецензент д.т.н. Е.А. Саксонов

Учредитель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Брянский государственный технический университет"  
 Адрес редакции и издателя: 241035, Брянская область, г. Брянск, бульвар 50 лет Октября, 7  
 ФГБОУ ВО «Брянский государственный технический университет»  
 Телефон редакции журнала: 8-903-592-87-39. E-mail: naukatm@yandex.ru  
 Вёрстка А.А. Алисов. Технический редактор А.А. Алисов. Корректор Н.В. Дюбкова.

Сдано в набор 11.03.2019. Выход в свет 29.03.2019.  
 Формат 60 × 88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 5,88.  
 Тираж 500 экз. Свободная цена.

12+

Отпечатано в лаборатории оперативной полиграфии  
 Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования  
 "Брянский государственный технический университет"  
 241035, Брянская область, г. Брянск, ул. Институтская, 16