СЕКЦИЯ «МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ»

УДК 681.51
DOI: 10.30987/conferencearticle_5c19e69f2008d0.90195586

И.В. Быстрова, Б.П. Подкопаев
(г. Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В.И. Ульянова (Ленина))

ДИАГНОСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕТЕЙ ИЗ ЦИФРОВЫХ АВТОМАТОВ

Рассматривается задача построения диагностической модели для сети S, состоящей из некоторого числа цифровых автоматов, при условии, что диагностические модели всех компонентов сети известны. Предполагается, что эти модели заданы системами логических уравнений, а подлежащие обнаружению ошибки локализуются в любом, но единственном компоненте сети, причём диагностическая модель этого компонента позволяет их обнаружить. Требуется путём преобразования упомянутых систем уравнений найти аналитическое задание минимальной по порядку диагностической модели сети S, обеспечивающей обнаружение таких ошибок.

The problem of constructing a diagnostic model for a network S consisting of a number of digital automata is considered, provided that the diagnostic models of all network components are known. It is assumed that these models are given by systems of logical equations, and the errors to be detected are localized in any but a single component of the network, and the diagnostic model of this component allows them to be detected. It is required to find the analytical task of the minimal order of the diagnostic model of the network S, which provides the detection of such errors, by converting the mentioned systems of equations.

Ключевые слова: диагностическая модель, цифровой автомат, сеть из цифровых автоматов, логические уравнения, ошибки в сети, функции: соответствия, переходов, выходов, решающая функция.

Keywords: diagnostic model, the digital state machine, a network of digital machines, logic equations, errors in network functions: compliance, transitions, outputs, critical function.

При синтезе средств функционального диагностирования (ФД) цифровых устройств необходимо решить задачу диагностического моделирования (ДМ) объекта диагностирования (ОД). В литературных источниках описано достаточно много способов решения этой задачи, однако, их практическое применение часто наталкивается на препятствие, именуемое "проклятием размерности". Последнее состоит в чрезмерной трудоёмкости построения модели для сложных ОД, что заставляет для решения задачи ФД разбивать их на части и решать её для каждой части индивидуально. По сути, цифровой ОД трактуется как сеть из цифровых автоматов, а решением диагностической задачи считается совокупность решений таковой для компонентов сети. Полученное решение вполне работоспособно, причём оно, помимо обнаружения ошибок в сети, позволяет производить их локализацию с точностью до отдельного компонента. Однако если требуется только обнаружение ошибок (без локализации), то требуемая избыточность представляется чрезмерной. В настоящей работе предлагается способ преобразования упомянутого решения к виду, минимальному по избыточности, но достаточному для обнаружения ошибок в ОД.

Для простоты положим, что ОД представляет собой совокупность из n цифровых автоматов состояний A_i, образующих сеть S (рис. 1). Как сеть, так и автоматы заданы тройками вида $S = (X, Q, \delta)$, $A_i = (X_i, Q_i, \delta_i)$, в которых X и

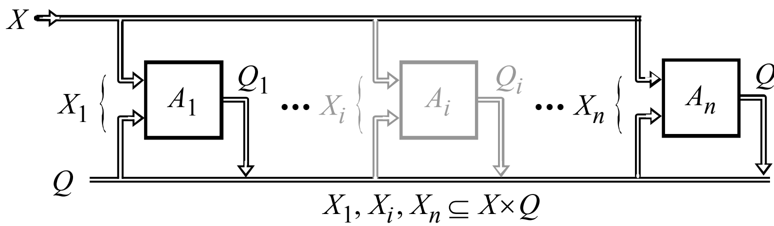

Рис. 1

X_i, Q и Q_i суть множества входов и состояний, а δ и δ_i – функции переходов S и A_i соответственно [1]. Для каждого автомата A_i построено устройство ФД, состоящее из автомата ДМ минимальной размерности $A_{Ki} = (X_{Ki}, Q_{Ki}, \delta_{Ki})$ и дискриминатора ошибок D_i, включающего вычислитель функции соответствия $r_i(q_i)$ и устройство сравнения $\otimes$, на выходе которого при наличии ошибок в A_i формируется сигнал $\varepsilon_i = 1$ (рис. 2). Такое устройство является частным случаем базовой формы ФД динамических систем, введённой в [2].

Будем искать для сети S устройство ФД минимальной размерности, формально подобное таковому для A_i, диагностическая способность которого достаточна для обнаружения ошибок в любом, но единственном компоненте сети.

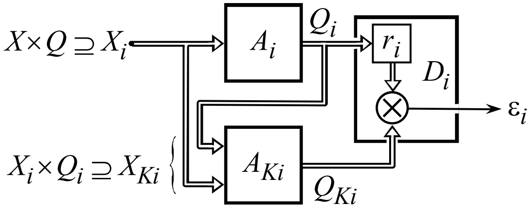

Рис. 2

Первое условие принятой постановки задачи требует, чтобы в искомое устройство входили автомат $A_K = (X_K, Q_K, \delta_K)$, осуществляющий ДМ сети, и вычислитель функции соответствия $r(q)$, а обнаружение ошибок производилось путём сравнения текущих значений $r(q)$ и $q_K \in Q_K$ между собой. Второе предполагает, что в конкретный момент времени ошибки сосредоточены в одном компоненте сети.

Очевидно, что для решения задачи, прежде всего, нужно, используя известные функции соответствия $r_i(q_i)$, найти функцию $r(q)$, что одновременно определит и множество состояний Q_K, так как при отсутствии ошибок $q_K = r(q)$. После этого в A_K останется неопределённой только функция переходов δ_K. Вычисление последней сводится к преобразованию совокупности известных функций δ_{Ki}, после чего определится и множество входов X_K, т. е. задача ДМ сети будет решена. Для завершения построения устройства ФД к автомату A_K и функции $r(q)$ достаточно добавить устройство сравнения.

Для начала положим, что все функции соответствия $r_i(q_i)$ скалярны, т. е. имеют единичную размерность. Такая ситуация имеет место в случае, когда множества состояний Q_i можно разбить на два блока так, чтобы при появлении ошибок заданного класса текущие состояния всегда переходили из одного блока в другой. К примеру, это можно сделать в случае наличия только однократных ошибок в двоичных векторах q_i.

В этом случае устройство сравнения $\otimes$ есть двухвходовой сумматор по модулю два, а сигнал ошибки – $\varepsilon_i = r_i(q_i) \oplus q_{Ki}$ и при отсутствии ошибок

$$r_i(q_i) = q_{Ki}. \qquad (1)$$

Считая, что $r(q)$ также скалярна, найдём два соотношения для вычисления значения сигнала ошибки в сети S: $\varepsilon = r(q) \oplus q_K$ и $\varepsilon = F(\varepsilon_1, ..., \varepsilon_i, ..., \varepsilon_n)$. Первое обусловлено подобием устройств ФД для A_i и S, второе предполагает наличие некоторой функции F, зависящей от ε_i и принимающей нулевое значение при отсутствии ошибок в сети и единичное при наличии хотя бы одной из них. Поскольку оба соотношения определяют одну и ту же величину, раскрыв значение ε_i , получим:

$$r(q) \oplus q_K = F[r_1(q_1) \oplus q_{K1}, ..., r_i(q_i) \oplus q_{Ki}, ..., r_n(q_n) \oplus q_{Kn}]. \qquad (2)$$

Для решения поставленной задачи надо преобразовать равенство (2) так, чтобы функция F в правой его части, удовлетворяя приведённому условию, допускала представление её в виде композиции двух компонентов, первый из которых зависит только от состояний сети, а второй – от состояний A_K. Записав F в виде полинома Жегалкина [3], нетрудно убедиться, что необходимыми свойствами обладает только сумма по модулю два, а (2) переходит в $r(q) \oplus q_K = \left[\bigoplus_{i=1}^{n} r_i(q_i)\right] \oplus \left[\bigoplus_{i=1}^{n} q_{Ki}\right]$, что далее даёт

$$r(q) = \left[\bigoplus_{i=1}^{n} r_i(q_i)\right] = q_K = \left[\bigoplus_{i=1}^{n} q_{Ki}\right]. \quad (3)$$

Для задания искомого A_K остаётся определить его функцию переходов δ_K. Для этого воспользуемся двумя известными соотношениями: $q_K = \delta_K(x_K, q_K)$ и $q_{Ki} = \delta_{Ki}(x_{Ki}, q_{Ki})$ [1]. Подставив второе из них в выражение для q_K из (3), получим:

$$q_K = \delta_K(x_K, q_K) = \left[\bigoplus_{i=1}^{n} q_{Ki}\right] = \left[\bigoplus_{i=1}^{n} \delta_{Ki}(x_{Ki}, q_{Ki})\right].$$

Исключив q_{Ki} из последнего выражения с помощью (1), найдём функцию переходов A_K в форме, не зависящей от состояний A_{Ki}:

$$\delta_K(x_K, q_K) = \left\{\bigoplus_{i=1}^{n} \delta_{Ki}\left[x_{Ki}, r_i(q_i)\right]\right\}. \quad (4)$$

Соотношения (3) и (4) полностью определяют искомое устройство ФД сети S, причём следует отметить, что для реализации её диагностической модели (A_K) информация о состояниях диагностических моделей компонентов (A_{Ki}) не нужна.

На практике функции соответствия для компонентов сети часто представляют собой векторные функции, образованные несколькими скалярными компонентами. Если для некоторого A_i таковых m_i, то $\boldsymbol{r}_i(q_i) = \{r_{i(m_i-1)}(q_i),\ldots, r_{ij}(q_i),\ldots, r_{i0}(q_i)\}$, порядок A_{Ki} и размерность его вектора состояний также равны m, а в устройстве сравнения (рис.2) производится покомпонентное суммирование по модулю $\boldsymbol{r}_i(q_i)$ и $\boldsymbol{q}_{Ki}$ с последующим объединением результатов по "ИЛИ". Каждому ненулевому значению двоичного вектора, полученному в результате упомянутого суммирования, соответствует некоторое подмножество класса ошибок, обнаруживаемых в A_i, их объединение образует весь класс. Вектор, содержащий единственную единицу, фиксирует ошибки из подмножества, обнаружение которых обеспечивает соответствующий компонент функции $\boldsymbol{r}_i(q_i)$. К примеру, если единичен j-й разряд вектора суммы, то ошибки из соответствующего подмножества обнаруживаются с помощью $r_{ij}(q_i)$.

Пусть все функции соответствия компонентов $r_{ij}(q_i)$ имеют одинаковую размерность, равную m. Выберем из каждой функции по одному компоненту, например все $r_{i0}(q_i)$, и построим диагностическую модель сети S для обнаружения ошибок из соответствующих $r_{i0}(q_i)$ подмножеств, считая, что они происходят в одном из компонентов сети. Такая задача решена выше (функция $r_{i0}(q_i)$ скалярна), и моделирующий автомат A_{0K} в соответствии с

(3), (4) имеет состояния $q_{0K} = r_0(q) = \left[\overset{n}{\underset{i=1}{\oplus}} r_{i0}(q_i)\right]$ и функцию переходов $\delta_{0K}(x_{0K}, q_{0K}) = \left\{\overset{n}{\underset{i=1}{\oplus}} \delta_{Ki}\,[x_{Ki}, r_{i0}(q_i)]\right\}$.

По аналогии можно построить A_{1K}, A_{2K} и далее до $A_{(m-1)K}$ включительно. Несложный анализ показывает, что полученная совокупность из m автоматов первого порядка образует автомат A_K порядка m и в рассматриваемом случае является диагностической моделью сети S. При этом m-размерные вектор состояний $\boldsymbol{q}_K$ и векторная функция соответствия $\boldsymbol{r}(q)$ определятся как

$$\boldsymbol{q}_K = \boldsymbol{r}(q) = \left\{\left[\overset{n}{\underset{i=1}{\oplus}} r_{i(m-1)}(q_i)\right], \ldots, \left[\overset{n}{\underset{i=1}{\oplus}} r_{ij}(q_i)\right], \ldots, \left[\overset{n}{\underset{i=1}{\oplus}} r_{i0}(q_i)\right]\right\}, \qquad (5)$$

а векторная функция переходов той же размерности – как

$$\delta_K(x_K, q_K) =$$

$$= \{\overset{n}{\underset{i=1}{\oplus}} \delta_{Ki}[x_{Ki}, r_{i(m-1)}(q_i)], \ldots, \overset{n}{\underset{i=1}{\oplus}} \delta_{Ki}[x_{Ki}, r_{ij}(q_i)], \ldots, \overset{n}{\underset{i=1}{\oplus}} \delta_{Ki}[x_{Ki}, r_{i0}(q_i)]\}. \quad (6)$$

Следует отметить, что порядок A_K не зависит от выбора компонентов $r_{ij}(q_i)$ при построении A_{0K} и последующих автоматов, образующих модель сети. Нужно лишь обеспечить отсутствие во всех выбранных m-ках (их n) одинаковых элементов. Принятый способ выбора упрощает выражения (5) и (6).

Равенство порядков A_K и всех A_{Ki} может служить доказательством минимальности первого при условии минимальности хотя бы одного из вторых.

В общем случае порядки A_{Ki} и размерности $\boldsymbol{r}_i(q_i)$ различны, однако, для построения диагностической модели сети и в этом случае можно использовать соотношения (5) и (6). Для этого достаточно выбрать в качестве m наибольшее из m_i, а векторные функции $\boldsymbol{r}_i(q_i)$ меньшей размерности дополнить до m нулевыми компонентами. После этого упомянутые соотношения определят искомую диагностическую модель, порядок которой m и минимален при условии минимальности A_{Ki} порядка m.

Список литературы

1. *Hartmanis, J.* The algebraic structure theory of sequential machines. / J. Hartmanis, R. Stearns. − New York: Prentice Hall Incorporation, 1966. − 211 p.

2. *Подкопаев, Б.П.* Алгебраическая теория функционального диагностирования динамических систем. Ч.2 Системные алгебры, алгебраическая модель функционального диагностирования, реализация модели функционального диагностирования. / Б.П. Подкопаев. − СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2013. –132 с.

3. *Супрун, В.П.* Основы теории булевых функций/ В.П. Супрун. − М.: Изд-во «Ленанд/URSS», 2017. – 208 с.

Материал поступил в редколлегию 09.10.18.