

Научноёмкие технологии в машиностроении. 2026. №3 (177). С.3-13.

Science intensive technologies in mechanical engineering. 2026. №3 (177). P.3-13.

Научная статья

УДК 621.921/661.681

doi: 10.30987/2223-4608-2026-3-3-13

## Закономерности изменения ширины и длины зёрен крупных фракций карбида кремния черного после пресс-валкового измельчения

Владимир Андреевич Носенко<sup>1</sup>, д.т.н.

Даниэль Эрнестович Ривас Перес<sup>2</sup>, зам. ген. директора

Александр Васильевич Саразов<sup>3</sup>, к.т.н.

Алексей Александрович Александров<sup>4</sup>, ст. преподаватель

<sup>1, 3, 4</sup> Волжский политехнический институт (филиал) ВолГТУ, Волжский, Россия

<sup>2</sup> ОАО «Волжский абразивный завод», Волжский, Россия

<sup>1</sup> vladim.nosenko2014@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5074-1099>

<sup>2</sup> rivas-peres\_de@vabz.ru, <https://orcid.org/0009-0000-7733-236X>

<sup>3</sup> sarazov\_av@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0007-3052-5691>

<sup>4</sup> alexalexal2011@yandex.ru, <http://orcid.org/0000-0002-7685-5502>

**Аннотация.** В статье представлены результаты исследования длины и ширины зёрен шлифовальных порошков из карбида кремния черного крупных фракций, полученных методом пресс-валкового измельчения в условиях ОАО «Волжский абразивный завод». Измельченный карбид кремния отсеивали на фракции ситовым анализатором Ro-Tap. Для исследований отобраны десять последовательных фракций, размер ячейки верхнего сита которых изменялся от 2360 мкм до 500 мкм. Проекцию профиля зерен получали на оптическом стереоскопическом микроскопе Альтами СМ0870-Т. Для обработки проекций, расчета длины и ширины зёрен фракций использовали специальное программное обеспечение. В качестве статистических параметров выбраны меры центральной тенденции, меры рассеяния абсолютные и относительные. В соответствии с коэффициентами достоверности аппроксимации дана классификация прямой пропорциональной зависимости статистических параметров длины и ширины зёрен от  $W_m$  по категориям: идеальная, высокая, умеренная и слабая. Достоверность аппроксимации статистических параметров ширины зёрен, по сравнению с длиной, более высокая. В общем случае соотношение между параметрами центральной тенденции можно выразить неравенством  $to < te < t$ , что характерно для отрицательно-асимметричного распределения. Для оценки масштаба вариации и сравнения характеристик признаков использовали относительные показатели: коэффициенты вариации, осцилляции, асимметрии и эксцесса. Дана оценка степени изменчивости, однородности, асимметричности длины и ширины зёрен фракций.

**Ключевые слова:** карбид кремния черный, пресс-валковое измельчение, длина и ширина зерен, статистические параметры, регрессионные и корреляционные связи

**Благодарности:** исследование выполнено при финансовой поддержке ОАО «Волжский абразивный завод», договор № 4990/02/2024-13/48-24

**Для цитирования:** Носенко В.А., Ривас Перес Д.Э., Саразов А.В., Александров А.А. Закономерности изменения ширины и длины зёрен крупных фракций карбида кремния черного после пресс-валкового измельчения // Научноёмкие технологии в машиностроении. 2026. № 3 (177). С. 3–13. doi: 10.30987/2223-4608-2026-3-3-13

## Patterns of changes in the width and length of large fractions grains in black silicon carbide after press-roll fine crushing

Vladimir A. Nosenko<sup>1</sup>, D. Eng.

Daniel E. Rivas Peres<sup>2</sup>, Deputy CEO

Alexander V Sarazov<sup>3</sup>, Ph.D Eng.

Alexey A. Alexandrov<sup>4</sup>, senior lecturer

<sup>1, 3, 4</sup> Volga Polytechnic Institute (branch) VolgSTU, Volzhsky, Russia

<sup>2</sup> JSC Volzhsky Abrasive Plant, Volzhsky, Russia

<sup>1</sup> vladim.nosenko2014@yandex.ru

<sup>2</sup> rivas-peres\_de@vabz.ru

<sup>3</sup> sarazov\_av@mail.ru

<sup>4</sup> alexalexal2011@yandex.ru

**Abstract.** The article presents the results of studying length and width of grains in abrasive dust from black silicon carbide of large fractions obtained by press-roll grinding method in the conditions of JSC Volga Abrasive Plant. The crushed silicon carbide was diffused into fractions using a Ro-Tap testing sieve. Ten consecutive fractions were selected for the studies, the cell size of the upper sieve of which varied from 2360 microns to 500 microns. The projection of the grain profile was obtained on an optical stereoscopic microscope Altami SM0870-T. Special software was used to process the projections and calculate the length and width of the grain fractions. The measures of dispersion, absolute and relative, are chosen as statistical parameters. In accordance with approximate certainty factors, a classification of the direct proportional dependence of the statistical parameters of grain length and width on  $W_m$  is given by categories: ideal, high, moderate and weak. The approximation certainty of the statistical parameters of the grain width, compared with the length, is higher. In general, the ratio between the parameters of the central trend can be expressed by the inequality  $m_o < m_e < m$ , which is typical for a negatively asymmetric distribution. Relative indicators were used for variation scale assess and comparison of such characteristics as coefficients of variation, oscillations, asymmetry and kurtosis. The degree of variability, uniformity, and asymmetry of the length and width of the grain fractions is estimated.

**Keywords:** black silicon carbide, press-roll grinding, grain length and width, statistical parameters, regression and correlation relationships

**Acknowledgments:** This study was supported by Volzhsky Abrasive Plant OJSC, agreement no. 4990/02/2024-13/48-24

**For citation:** Nosenko V.A., D.E. Rivas Peres., Sarazov A.V., Alexandrov A.A. Patterns of changes in the width and length of large fractions grains in black silicon carbide after press-roll fine crushing / Science intensive technologies in mechanical engineering. 2026. № 3 (177). P. 3–13. doi: 10.30987/2223-4608-2026-3-3-13

### Введение

Карбид кремния черный находит широкое применение в промышленности для изготовления шлифовальных порошков и микропорошков, абразивных инструментов различных форм и размеров [1, 2], термостойкой высокопрочной керамики, огнеупорных материалов [3 – 5]. Необходимые размеры зёрен карбида кремния получают в результате различных методов дробления и отсева, что оказывает существенное влияние на эксплуатационные показатели изделий из карбида кремния [1 – 6].

Единственным производителем карбида кремния в России и самым крупным в Европе является ОАО «Волжский абразивный завод». Значительная доля карбида кремния используется для изготовления абразивного инструмента и огнеупорных изделий [7]. В результате дробления получают шлифовальные порошки

различных размеров от 3000 до 45 мкм и микропорошки. Форма зёрен изменяется от изометричных до пластинчатых и игольчатых. Для огнеупорных изделий предпочтительной формой является изометричная. Для изготовления абразивных инструментов используют шлифовальные порошки различных размеров и формы.

Одним из наиболее распространенных методов дробления карбида кремния на ОАО «Волжский абразивный завод» является прессвалковый [8 – 10]. Контроль размеров зёрен во фракциях осуществляют методом отсева на контрольных ситах в соответствии с ГОСТ Р 52381-2005 (ISO 8486-1:1996, ISO 6344-2:1998, ISO 9138:1993, ISO 9284:1992). Статистические параметры геометрических размеров зёрен фракций определяются размерами ячеек верхнего сита, через которые зёрна проходят, и размерами ячеек нижнего сита, на котором

зерна оседают. Отклонения ширины ячеек сит номинального значения определены допусками. Например, для номинального значения проходного сита  $W = 710$  мкм допустимые отклонения среднего размера  $W \pm Y$  изменяются в интервале 685...735 мкм, промежуточный размер ячеек достигает  $W + Z = 779$  мкм, максимальный размер одной ячейки не более  $W + X = 822$  мкм. В диапазон размеров от  $W + Z$  до  $W + X$  должно попадать не более 6 % ячеек. Различие между минимальным и максимальным размерами ячеек сита достигает 20 % и определяет разброс ширины и длины зёрен во фракции [5, 11, 12].

В данной работе для описания взаимосвязи размеров зерен с размером ячеек сит приняты два геометрических параметра: длина и ширина. Каждый из параметров представлен десятью статистическими параметрами, характеризующих изменчивость, однородность, колеблемость и асимметричность.

Цель работы: исследование корреляционных и регрессионных связей статистических параметров длины и ширины зёрен шлифовальных порошков из карбида кремния черного, полученных пресс-валковым методом измельчения, с размерами ячеек контрольных сит; оценка степени изменчивости,

однородности, колеблемости, асимметричности геометрических параметров.

### Методика исследований

В качестве абразивного материала использовали карбид кремния черный марки 54С производства ОАО «Волжский абразивный завод». В соответствии с действующим технологическим процессом исходный кусок карбида кремния поступает из электроплавильного цеха в дробильно-рассевальный, где проходит этап среднего дробления в конусной дробилке КСД-1200 и стержневой мельнице 4СМ-2. Пресс-валковое измельчение выполняли на измельчителе мод. ПВИ 800/150. Для отсева зёрен на фракции использовали ситовой анализатор Ro-Tap и комплекты контрольных лабораторных сит из металлической проволочной сетки, ГОСТ Р 51568-99 (ИСО 3310-1-90). Номинальный размер ячеек верхнего и нижнего сит при отсева на фракции изменяется от 2360 мкм до 425 мкм. В качестве условного размера, характеризующего фракцию, принимали среднее арифметическое номинальных размеров ячеек верхнего  $W_{ui}$  и нижнего  $W_{l(i+1)}$  сит соответствующей фракции:  $W_{mi} = (W_i + W_{i+1})/2$ , где  $i$  – условный номер фракции (табл. 1).

### 1. Номинальные размеры ячеек верхнего $W_u$ , нижнего $W_l$ сит фракций, ГОСТ Р 51568-99 (ИСО 3310-1-90)

#### 1. Nominal cell sizes of the upper $W_u$ , lower $W_l$ sieves of fractions, the State Standard (GOST) R 51568-99 (ISO 3310-1-90)

Условный номер фракции	$W_i$ , мкм	$W_{i+1}$ , мкм	$W_{mi} = (W_i + W_{i+1})/2$ , мкм
1	2360	2000	2180
2	2000	1700	1850
3	1700	1400	1550
4	1400	1180	1290
5	1180	1000	1090
6	1000	850	925
7	850	710	780
8	710	600	655
9	600	500	550
10	500	425	463

Длину и ширину зёрен определяли на оптическом стереоскопическом микроскопе Альтами СМ0870-Т. Обработку изображений зерен и вычисление геометрических размеров зерен осуществляли с использованием программного обеспечения [13]. В каждой фракции измеряли 800 зёрен. Длину зерен определяли, как наибольшее расстояние между двумя наиболее удаленными точками проекции периметра зерен на горизонтальную плоскость. Ширина зерен соответствует наибольшему размеру объекта в плоскости, перпендикулярной к длине (ISO 9276-6-2008, ГОСТ 9206-80, изм. № 3). Статистические параметры представлены тремя группами показателей: меры центральной тенденции (среднее  $m$ , медиана  $me$ , мода  $mo$ ); меры рассеяния абсолютные (размах  $r$ , среднее линейное отклонение  $d$ , стандартное отклонение  $s$ ); меры рассеяния относительные (коэффициенты вариации  $sm$ , осцилляции  $rm$ , асимметрии  $a$ , эксцесса  $e$ ). Функциональные зависимости определяли на основе корреляционного анализа между статистическими параметрами и номинальным средним размером ячеек верхнего и нижнего сит фракций  $W_m$ .

### Результаты исследования

На рис. 1 представлены графические зависимости восьми статистических параметров длины  $l$  и ширины  $b$  зёрен фракций от  $W_m$ : средние  $m$ , медианы  $me$ , моды  $mo$ , предельные максимальные  $r_{max}$  и минимальные  $r_{min}$  размеры, вариационные размахи  $r$ , стандартные  $s$  и линейные  $d$  отклонения. Регрессионные связи между статистическими параметрами и

средним номинальным размером ячеек верхнего проходного и нижнего непроходного сит  $W_m$  аппроксимировали прямой пропорциональной зависимостью. Степень соответствия теоретических моделей экспериментальным данным оценивали коэффициентом достоверности аппроксимации Пирсона  $R^2$ . Качественная оценка силы связи между параметрами определена по шкале Четдока в соответствии с фактическим значением  $R^2$ :  $R^2 < 0,3$  – слабая;  $0,3 \leq R^2 < 0,5$  – умеренная;  $0,5 \leq R^2 < 0,7$  – заметная;  $0,7 \leq R^2 < 0,9$  – высокая;  $0,9 \leq R^2 < 0,99$  – весьма высокая,  $R^2 = 1$  соответствует идеальной положительной линейной связи.

Коэффициенты достоверности аппроксимации  $R^2$  средних  $l_m, b_m$  (рис. 1, а, б) и медиан  $l_{me}, b_{me}$  (рис. 2, а, б) с погрешностью до тысячных долей процента равны единице, что свидетельствует об идеальном соответствии выбранных регрессионных зависимостей.

Коэффициенты  $R^2$ , близкие к единице, получены при аппроксимации прямыми пропорциональными зависимостями регрессионных связей между стандартными отклонениями  $s$  (рис. 3, а, б) и средними линейными отклонениями  $d$  (рис. 4, а, б) длины и ширины зерен. Значения  $R^2$  в интервале до 0,90 получены в формулах максимальных  $l_{max}, b_{max}$  и минимальных  $l_{min}, b_{min}$  значений признаков (5), (6). Снижение  $R^2$  до значений, соответственно, 0,83 и 0,77 наблюдается в формулах размаха  $l_r$  и моды  $l_{mo}$  длины зёрен (рис. 7, а). В аналогичных формулах размаха  $b_r$  и моды  $b_{mo}$  ширины зерен (рис. 7, б)  $R^2 = 0,98$ , что, в 1,2 – 1,3 раза больше соответствующих коэффициентов достоверности аппроксимации параметров длины.

$$l_{mi} = 1,67 \cdot W_{mi}, R^2 = 1,00 \text{ (a)}; b_{mi} = 1,22 \cdot W_{mi}, R^2 = 1,00 \text{ (б)}; \quad (1)$$

$$l_{mei} = 1,61 \cdot W_{mi}, R^2 = 1,00 \text{ (a)}; b_{mei} = 1,21 \cdot W_{mi}, R^2 = 1,00 \text{ (б)}; \quad (2)$$

$$l_{si} = 0,311 \cdot W_{mi}, R^2 = 0,99 \text{ (a)}; b_{si} = 0,139 \cdot W_{mi}, R^2 = 0,96 \text{ (б)}; \quad (3)$$

$$l_{di} = 0,236 \cdot W_{mi}, R^2 = 0,99 \text{ (a)}; b_{di} = 0,110 \cdot W_{mi}, R^2 = 0,96 \text{ (б)}; \quad (4)$$

$$l_{maxi} = 3,151 \cdot W_{mi}, R^2 = 0,91 \text{ (a)}; b_{maxi} = 1,75 \cdot W_{mi}, R^2 = 0,98 \text{ (б)}; \quad (5)$$

$$l_{mini} = 1,00 \cdot W_{mi}, R^2 = 0,95 \text{ (a)}; b_{mini} = 0,67 \cdot W_{mi}, R^2 = 0,92 \text{ (б)}; \quad (6)$$

$$l_{ri} = 2,15 \cdot W_{mi}, R^2 = 0,83 \text{ (a)}; b_{ri} = 1,07 \cdot W_{mi}, R^2 = 0,97 \text{ (б)}; \quad (7)$$

$$l_{moi} = 1,46 \cdot W_{mi}, R^2 = 0,77 \text{ (a)}; b_{moi} = 1,16 \cdot W_{mi}, R^2 = 0,97 \text{ (б)}. \quad (8)$$

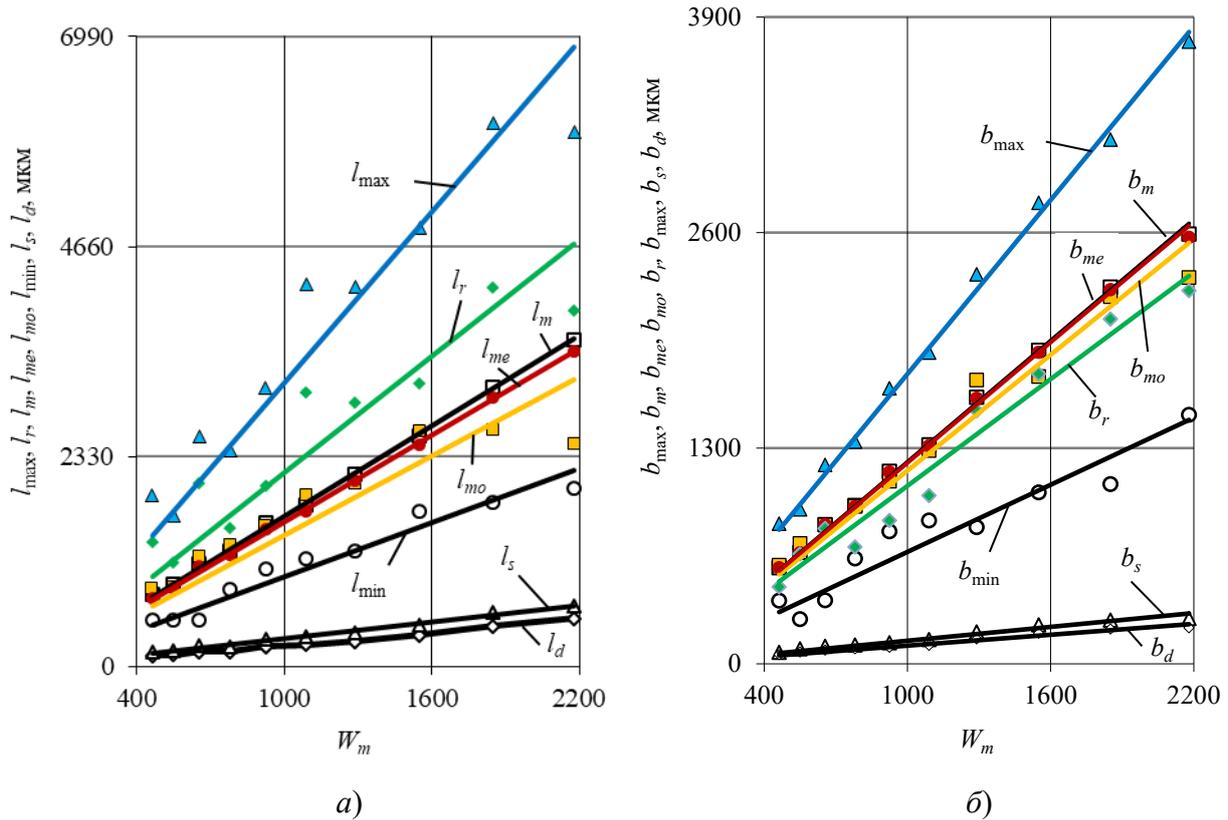


Рис. 1. Статистические параметры длины (а) и ширины (б) зёрен фракций в зависимости от  $W_m$ :

▲ –  $l_{max}, b_{max}$ ; ◆ –  $l_r, b_r$ ; □ –  $l_m, b_m$ ; ● –  $l_{me}, b_{me}$ ; ■ –  $l_{mo}, b_{mo}$ ;  
○ –  $l_{min}, b_{min}$ ; △ –  $l_s, b_s$ ; ◇ –  $l_d, b_d$

Fig. 1. Statistical parameters of length (a) and width (b) of grain fractions depending on  $W_m$ :

▲ –  $l_{max}, b_{max}$ ; ◆ –  $l_r, b_r$ ; □ –  $l_m, b_m$ ; ● –  $l_{me}, b_{me}$ ; ■ –  $l_{mo}, b_{mo}$ ;  
○ –  $l_{min}, b_{min}$ ; △ –  $l_s, b_s$ ; ◇ –  $l_d, b_d$

В соответствии со значениями  $R^2$  статистические параметры длины зёрен по силе связи со средним номинальным размером ячеек контрольных сит фракций  $W_m$  классифицированы на следующие группы: идеальная связь ( $R^2 \sim 1,00$ ) – функциональные зависимости средних  $l_m$  и медиан  $l_{me}$ ; весьма высокая сила связи установлена для группы параметров  $l_s, l_d, l_{max}, l_{min}$ ; высокая – для параметров  $l_r$  и  $l_{mo}$ . Результаты корреляционных связей статистических параметров ширины зёрен с  $W_m$ : идеальная связь – средних  $b_m$  и медиан  $b_{me}$ ; весьма высокая сила связи – для всех остальных параметров  $b_s, b_d, b_{max}, b_{min}, l_r$  и  $l_{mo}$ .

Процентное соотношение качественных показателей силы связи статистических параметров длины зёрен: идеальная и весьма высокая – 75 % ( $l_m, l_{me}, l_s, l_d, l_{max}, l_{min}$ ); высокая – 25 % ( $l_r, l_{mo}$ ). Коэффициенты достоверности аппроксимации статистических параметров ширины

зёрен прямой пропорциональной зависимостью от  $W_m$ , по сравнению со статистическими параметрами длины зёрен, более значимые: идеальная и весьма высокая сила связи – 100 % ( $b_m, b_{me}, b_{max}, b_{mo}, b_r, b_s, b_d, b_{min}$ ).

Коэффициенты пропорциональности в зависимостях (1) – (8), определяющих взаимосвязь между номинальным средним размером ячеек верхнего и нижнего контрольных сит фракций  $W_m$  и статистическими параметрами длины  $Kl$ , представлены в табл. 5 в порядке их уменьшения. Близкая закономерность изменения коэффициентов пропорциональности наблюдается для статистических параметров ширины зёрен  $Kb$ . Закономерности изменения коэффициентов пропорциональности в соответствии с принятым законом находятся в полном соответствии с изменениями соответствующих статистических параметров.

2. Коэффициенты пропорциональности и достоверности аппроксимации в формулах (1) – (8)

2. Coefficients of proportionality and approximation certainty in formulas (1) – (8)

Статистические параметры	$Kl$	$R^2(l)$	$Kb$	$R^2(b)$	$Kl / Kl_m$	$Kb / Kb_m$	$Kl / Kb$
max	3,15	0,91	1,75	1,00	1,89	1,43	1,80
$r$	2,15	0,83	1,07	0,97	1,29	0,88	2,01
$m$	1,67	1,00	1,22	1,00	1,00	1,00	1,37
$me$	1,61	1,00	1,21	1,00	0,96	0,99	1,33
$mo$	1,46	0,77	1,16	0,97	0,87	0,95	1,26
min	1,00	0,95	0,675	0,92	0,60	0,55	1,50
$s$	0,311	0,99	0,139	0,96	0,19	0,114	2,24
$d$	0,236	0,99	0,109	0,96	0,14	0,089	2,17

Сравнительный анализ коэффициентов пропорциональности статистических параметров зёрен сделан относительно коэффициентов пропорциональности средних, соответственно,  $Kl_m$  и  $Kb_m$ . Из табл. 5 следует, что коэффициент пропорциональности  $Kl_m$  между  $W_{mi}$  и средней длиной зёрен  $l_{mi}$ , где  $i$  – номер фракции, в 1,89 меньше коэффициента пропорциональности  $Kl_{max}$ . Соответственно, теоретическая средняя длина зёрен фракций  $l_{mi}$  во столько же раз меньше теоретической максимальной длины зёрен во фракциях  $l_{maxi}$ . Коэффициент пропорциональности  $Kl_m$  в 1,29 раз меньше  $Kl_r$ , в 1,7 раза больше  $Kl_{min}$ , на 14 % больше  $Kl_{mo}$ , более, чем в 5 раз превосходит коэффициент пропорциональности стандартного отклонения  $Kls$  и в 7 раз больше коэффициента пропорциональности среднего линейного отклонения  $Kld$ .

Закономерности изменения коэффициентов пропорциональности статистических

параметров ширины зёрен  $Kb$  в большей части регрессионных связей согласуются с коэффициентами пропорциональности статистических параметров длины  $Kl$ . По сравнению с коэффициентом пропорциональности средних  $Kb_m$  коэффициент максимальных значений  $Kb_{max}$  возрастает в 1,43 раза. Коэффициент пропорциональности медианы  $Kb_{me}$  практически не отличается от  $Kb_m$  и снижается у коэффициента пропорциональности моды  $Kb_{mo}$  на 5 %. Коэффициент минимальных значений ширины зёрен  $Kb_{min}$  по сравнению с  $Kb_m$  снижается в 1,8 раза. Коэффициент пропорциональности стандартного отклонения снижается по сравнению с  $Kb_m$  в 8,8 раза.

Теоретические средние, медианы и моды длины и ширины зёрен фракций равны произведению соответствующего коэффициента пропорциональности на  $W_{mi}$  (1), (2), (8)

$$l_{mi} = Kl_m \cdot W_{mi}, l_{mei} = Kl_{me} \cdot W_{mi}, l_{moi} = Kl_{mo} \cdot W_{mi}; \quad (9)$$

$$b_{mi} = Kb_m \cdot W_{mi}, b_{mei} = Kb_{me} \cdot W_{mi}, b_{moi} = Kb_{mo} \cdot W_{mi}, \quad (10)$$

где  $i$  – номер фракции;  $Kl_m$ ,  $Kl_{me}$ ,  $Kl_{mo}$  и  $Kb_m$ ,  $Kb_{me}$ ,  $Kb_{mo}$  – коэффициенты пропорциональности, зависимостей (1, 2, 8). После подстановки

соответствующих коэффициентов пропорциональности и преобразования формулы (9, 10) в пропорции, получаем:

$$l_{mi} : l_{mei} : l_{moi} = Kl_m : Kl_{me} : Kl_{mo} = 1,0 : 0,96 : 0,87; \quad (11)$$

$$b_{mi} : b_{mei} : b_{moi} = Kb_m : Kb_{me} : Kb_{mo} = 1,0 : 0,99 : 0,95. \quad (12)$$

В общем случае для геометрических параметров длины и ширины зёрен наблюдается смещение коэффициентов пропорциональности медианы ( $Kl_{me}, Kb_{me}$ ) и моды ( $Kl_{mo}, Kb_{mo}$ ) относительно соответствующих коэффициентов среднего ( $Kl_m, Kb_m$ ) в меньшую сторону (влево):

$$m > me > mo. \quad (13)$$

Максимальное смещение моды от среднего ширины зёрен не превышает 5 %, смещение медианы относительно среднего можно считать незначимым. Смещение медианы и моды длины зёрен относительно среднего значения более значительны, соответственно, на 13 % и 4 %. Из этого следует, что распределение ширины зёрен в большей степени подчиняется нормальному закону распределения по сравнению с длиной. В общем случае соотношение между данными параметрами можно выразить неравенством (13), что характерно для отрицательно-асимметричного распределения [14].

Для оценки масштаба вариации использовали относительные показатели, определяющие изменчивость значений признака в относительном выражении по сравнению со средним: коэффициент вариации  $v_s$  и коэффициент осцилляции  $v_r$ .

Коэффициент вариации  $v_s = s / m \times 100$  %, где  $s$  и  $m$ , соответственно, стандартное отклонение и среднее арифметическое выборки зёрен фракции. Абсолютная величина коэффициента вариации характеризует степень изменчивости выборки геометрических параметров зёрен фракции по отношению к среднему арифметическому. Качественная оценка степени изменчивости определена следующими интервалами коэффициента вариации:  $v_s \leq 10$  % – незначительная;  $20$  %  $\geq v_s > 10$  % – средняя;  $33$  %  $\geq v_s > 20$  % – значительная;  $v_s > 33$  % – информация неоднородна. В отличие от стандартного отклонения,  $v_s$  позволяет сравнивать изменчивость наборов данных с разными единицами измерения или различными средними значениями [14].

Коэффициенты вариации длины и ширины зёрен фракций лежат в диапазоне 11...20 %, что соответствует средней степени изменчивости: коэффициенты вариации длины  $l_{vci}$  изменяются в интервале 17...20 %, ширины  $b_{vci}$  – в интервале 11...13 %. Рассмотрена возможность аппроксимации коэффициентов вариации  $l_{vci}$  и  $b_{vci}$ , как и ранее рассмотренных статистических параметров, функциональными зависимостями (рис. 2, а):

что соответствует средней степени изменчивости: коэффициенты вариации длины  $l_{vci}$  изменяются в интервале 17...20 %, ширины  $b_{vci}$  – в интервале 11...13 %. Рассмотрена возможность аппроксимации коэффициентов вариации  $l_{vci}$  и  $b_{vci}$ , как и ранее рассмотренных статистических параметров, функциональными зависимостями (рис. 2, а):

$$l_{vc} = -0,000478W_m + 19,3, R^2 = 0,08; \quad (14)$$

$$b_{vc} = -0,000782W_m + 12,7, R^2 = 0,29. \quad (15)$$

Регрессионную связь аппроксимировали так же экспоненциальными, логарифмическими и степенными зависимостями. По классификации Четдока сила связи между коэффициентами вариации и  $W_m$  относится к категории «слабая».

В связи с низким значением  $R^2$ , коэффициенты вариации длины и ширины зёрен, объединены в две группы. В каждой из групп рассчитаны средние значения длины  $l_{vcm}$  и ширины  $b_{vcm}$  зёрен, стандартные отклонения и доверительные интервалы для уровня значимости  $\alpha = 0,05$ :  $l_{vcm} = (18,8 \pm 0,7)$  %,  $b_{vcm} = (11,8 \pm 0,6)$  %. С учетом доверительных интервалов  $b_{vcm}$  расположен в первой половине интервала средней категории изменчивости,  $l_{vcm}$  завершает вторую половину интервала степени изменчивости параметров. Параметр  $b_{vcm}$  в 1,6 раза меньше  $b_{vcm}$  той же выборки зёрен, что свидетельствует о большей степени изменчивости выборки длины зёрен фракций по сравнению с шириной.

Коэффициент осцилляции определяется отношением размаха  $r$  к среднему  $m$  и отражает относительную колеблемость крайних значений признака вокруг общей средней.

Учитывая возможные выбросы крайних значений, достоверность коэффициента осцилляции существенно зависит от объема выборки. Чем больше объем выборки, тем выше достоверность коэффициента вариабельности. Для обеспечения надежности данного показателя необходимо несколько тысяч наблюдений в ряду [14].

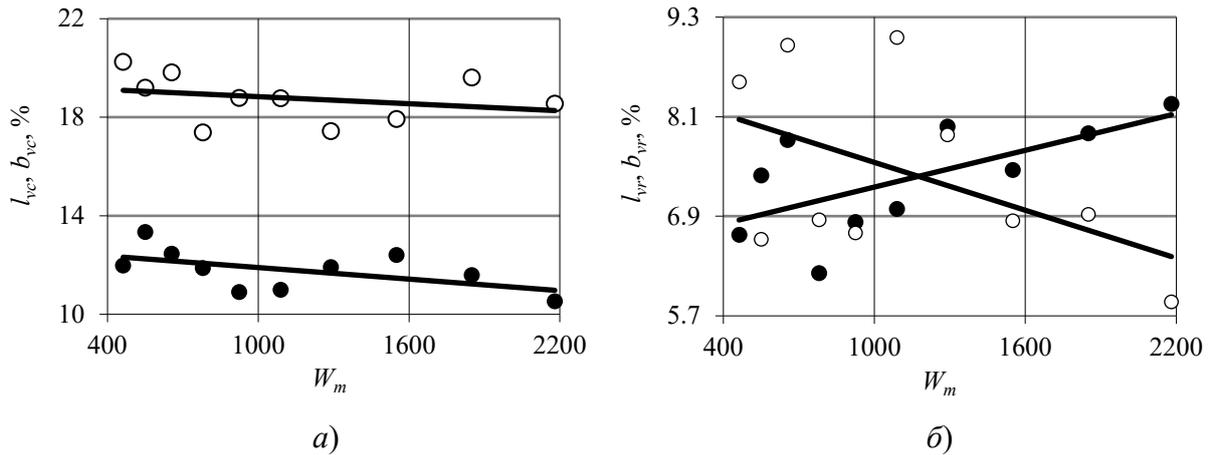


Рис. 2. Коэффициенты вариации  $l_{vc}$ ,  $b_{vc}$ , (а) и осцилляции  $l_{vr}$ ,  $b_{vr}$ , (б) длины и ширины зёрен фракций:  
а – ○ –  $l_{vc}$ ; ● –  $b_{vc}$ ; б – ○ –  $l_{vr}$ ; ● –  $b_{vr}$

Fig. 2. Coefficients of variation  $l_{vc}$ ,  $b_{vc}$ , (a) and oscillations  $l_{vr}$ ,  $b_{vr}$ , (b) length and width of grain fractions:  
а – ○ –  $l_{vc}$ ; ● –  $b_{vc}$ ; б – ○ –  $l_{vr}$ ; ● –  $b_{vr}$

Графические зависимости средних коэффициентов осцилляции длины и ширины зёрен от  $W_m$  приведены на рис. 2, б. Коэффициент осцилляции длины зёрен изменяется от 5,9 до 9,1, ширины зёрен от 6,2 до 8,8. Вариационный размах коэффициентов осцилляции длины зёрен – 3,2, ширины – 2,6. Регрессионные связи коэффициентов осцилляции длины  $l_{vr}$  и ширины  $b_{vr}$  зёрен  $W_m$  аппроксимированы линейными зависимостями:

$$l_{vr} = -0,000962 \cdot W_m + 8,51, R^2 = 0,25; \quad (16)$$

$$b_{vr} = 0,000738 \cdot W_m + 6,51, R^2 = 0,42. \quad (17)$$

По шкале Четдока сила прямой пропорциональной связи коэффициентов осцилляции длины зёрен с параметром  $W_m$  относится к категории «слабая», коэффициентов осцилляции ширины зёрен – к категории «умеренная». Моделирование регрессионных связей между коэффициентами осцилляции и  $W_m$  набором стандартных формул в программе Exsel не обеспечивает значимого повышения  $R^2$ . В связи с этим, как и в примере с коэффициентом вариации, все значения коэффициентов осцилляции объединены в две группы: длина зёрен, ширина зёрен. Рассчитаны средние значения  $l_{vr}$ ,  $b_{vr}$  и доверительные интервалы для уровня значимости  $\alpha = 0,05$ :  $l_{vr} = 7,4 \pm 0,8$  %;  $b_{vr} = 7,4 \pm 0,5$  %. Из этого следует, что средние значения коэффициентов осцилляции длины и ширины зёрен 10-ти фракций значимого различия не имеют.

Коэффициент асимметрии характеризует скошенность распределения по отношению к математическому ожиданию. Асимметрия положительна, если «длинная часть» кривой распределения расположена справа от математического ожидания. Эксцесс определяет меру остроты пика распределения случайной величины, характеризующую степень концентрации вариант вокруг среднего значения и крутизну угла наклона кривой распределения признака. Для нормального распределения эксцесс равен нулю. Положительный эксцесс означает, что выбросы в данных интенсивнее, чем для нормального распределения. В результате крутизна пика распределения уменьшается.

Графическая интерпретация взаимосвязи коэффициентов асимметрии и эксцесса длины и ширины зёрен фракций от параметра  $W_m$  приведена на рис. 3 и аппроксимирована линейными зависимостями (18 – 21):

$$l_a = -0,000344 \cdot W_m + 1,78, R^2 = 0,43; \quad (18)$$

$$b_a = 0,0000713 \cdot W_m + 0,480, R^2 = 0,11; \quad (19)$$

$$l_e = -0,00206 \cdot W_m + 5,74, R^2 = 0,40; \quad (20)$$

$$b_e = -0,000123 \cdot W_m + 0,477, R^2 = 0,04; \quad (21)$$

Значения  $R^2$  функциональных зависимостей коэффициентов асимметрии и эксцесса от длины зёрен не превышают 0,43 (18, 19),

ширины – не более 0,11 (20, 21), что свидетельствует, соответственно, об умеренной и слабой силам связи. По этой причине, как и для статистических параметров коэффициентов вариации и осцилляции, все значения объединены в

$$l_{am} = 1,41 \pm 0,20, Sl_a^2 = 0,28 (a); b_{am} = 0,13 \pm 0,09, Sb_a^2 = 0,13 (б) \quad (22)$$

$$l_{em} = 3,41 \pm 1,34, Sl_e^2 = 1,87 (a); b_{em} = 0,62 \pm 0,24, Sb_e^2 = 0,34 (б) \quad (23)$$

Средние коэффициенты асимметрии длины  $l_{am}$  и ширины  $b_{am}$  зёрен положительные, что указывает на правостороннюю асимметрию распределения. Коэффициент асимметрии длины зёрен почти в 11 раз больше коэффициента асимметрии ширины, значение  $b_{am}$ , с учетом доверительного интервала,

приближается к нулю. Из этого следует, что правосторонняя скошенность распределения длины значительна по сравнению с распределением ширины, скошенность распределений ширины минимальна и близка к нормальному закону распределения.

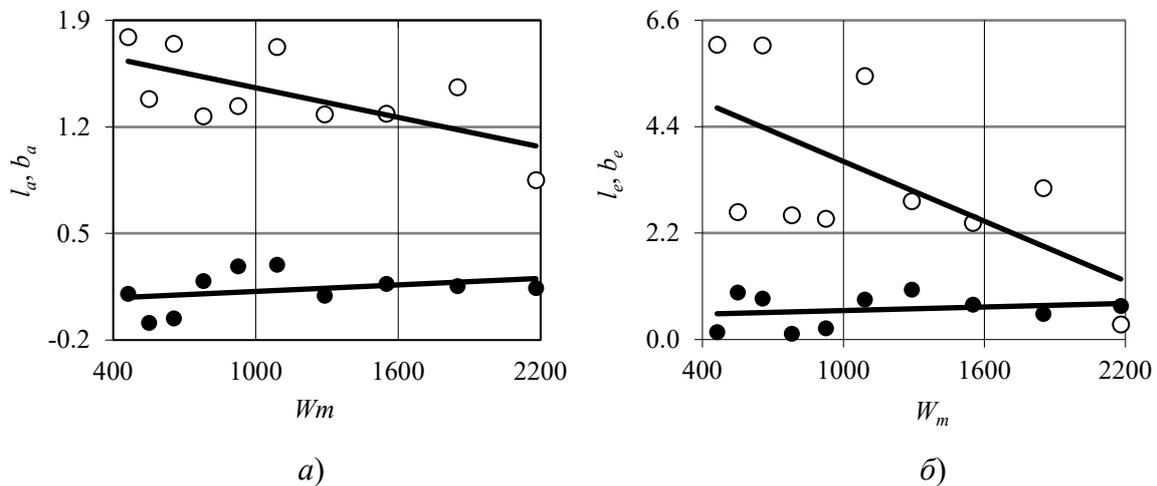


Рис. 3. Коэффициенты асимметрии  $l_a, b_a$ , (а) и эксцесса  $l_e, b_e$ , (б) длины и ширины зёрен фракций зерен в зависимости от  $W_m$ :

$a - \circ - l_a, \bullet - b_a; b - \circ - l_e, \bullet - b_e$

Fig. 3. Asymmetry parameter  $l_a, b_a$ , (a) and excess kurtosis  $l_e, b_e$ , (b) of grain length and width of grain fractions depending on  $W_m$ :

$a - \circ - l_a, \bullet - b_a; b - \circ - l_e, \bullet - b_e$

Коэффициенты эксцесса относятся к группе показателей, которые характеризуют симметрию распределения данных около своего центра, определяют остроконечность или сглаженность распределений длины и ширины зёрен по сравнению с нормальным законом. Средний коэффициент эксцесса длины зёрен в 3,5 раза больше среднего коэффициента эксцесса ширины зёрен. Распределения длины зёрен во фракциях будут иметь более острую вершину, что обусловлено большим количеством средних значений и снижением объёма выборки в «хвостах» распределения.

## Выводы

1. Достоверность аппроксимации прямой пропорциональной зависимостью статистических параметров длины и ширины зёрен в зависимости от номинального среднего размера ячеек верхнего и нижнего сит фракций  $W_m$  в соответствии со значениями коэффициента достоверности аппроксимации  $R^2$  делится на следующие категории: высокая ( $R^2 > 0,95$ ) – средние ( $l_m, b_m$ ), медианы ( $l_{me}, b_{me}$ ), моды ( $l_{mo}, b_{mo}$ ), стандартные ( $l_s, b_s$ ) и средние линейные ( $l_d, b_d$ ) отклонения, максимальные

значения ( $b_{\max}$ ), размахи ( $b_r$ ); удовлетворительная ( $0,95 \geq R^2 > 0,8$ ): максимальные ( $l_{\max}$ ), минимальные ( $l_{\min}$ ,  $b_{\min}$ ) значения; слабая ( $0,8 \geq R^2 > 0,6$ ): размахи ( $l_r$ ) и моды ( $l_{mo}$ ). В целом, достоверность аппроксимации статистических параметров ширины зёрен, по сравнению с длиной, более высокая.

2. Коэффициенты достоверности аппроксимации  $R^2$  средних  $l_m$ ,  $b_m$  и медиан  $l_{me}$ ,  $b_{me}$  с погрешностью до тысячных долей процента равны единице, что свидетельствует об идеальном соответствии выбранных регрессионных зависимостей. Коэффициенты  $R^2$ , близкие к единице, получены при аппроксимации прямыми пропорциональными зависимостями регрессионных связей между стандартными  $s$  и средними линейными  $d$  отклонениями длины и ширины зерен. Значения  $R^2$  в интервале не менее 0,90 получены в формулах максимальных  $l_{\max}$ ,  $b_{\max}$  и минимальных  $l_{\min}$ ,  $b_{\min}$  значений признаков. Снижение  $R^2$  до значений, соответственно, 0,83 и 0,77 наблюдается в формулах размаха  $l_r$  и моды  $l_{mo}$  длины зёрен. В аналогичных формулах размаха  $b_r$  и моды  $b_{mo}$  ширины зерен  $R^2 = 0,98$ , что, в 1,2 и 1,3 раза больше соответствующих коэффициентов достоверности аппроксимации параметров длины.

3. Из соотношения коэффициентов пропорциональности длины  $Kl_m : Kl_{me} : Kl_{mo} = 1,0 : 0,96 : 0,87$  и ширины зерен  $Kb_m : Kb_{me} : Kb_{mo} = 1,0 : 0,99 : 0,95$  следует, что в большей степени нормальному закону распределения соответствует ширина зёрен. В общем случае соотношение между данными параметрами можно выразить неравенством  $to < me < t$ , что характерно для отрицательно-асимметричного распределения.

4. Среднее значение коэффициента вариации длины зёрен фракций  $l_{vcn} = 18,8 \pm 0,7$  % в 1,6 раза больше среднего значения коэффициента вариации ширины  $b_{vcn} = 11,8 \pm 0,6$  %, что свидетельствует о более высокой вероятности распределения коэффициента вариации ширины зёрен по нормальному закону.

5. Средние значения коэффициентов осцилляции длины и ширины зёрен  $l_{rsm} = b_{rsm} = 7,4$  %, что позволяют считать относительную колеблемость крайних значений признака вокруг средней арифметической одинаковой. С учетом доверительных интервалов стандартное отклонение коэффициента

осцилляции длины зёрен  $Sl = 0,98$  % почти в 1,5 раза превосходит аналогичный показатель ширины  $Sb = 0,66$  % и свидетельствует о большем разбросе значений коэффициентов осцилляции длины зёрен, по сравнению с шириной.

6. Средние значения коэффициентов асимметрии длины  $l_{asm}$  и ширины  $b_{asm}$  положительные числа:  $l_{asm} = 1,41$ , ширины  $b_{asm} = 0,13$ . Значение  $b_{asm}$  приближается к нулю, что свидетельствует о симметричном распределении коэффициента асимметрии ширины. Коэффициент асимметрии длины зерен почти в 11 раз больше среднего коэффициента асимметрии ширины и свидетельствует о скошенности распределения значений длины вправо относительно среднего значения.

7. Среднее значение коэффициента эксцесса длины зерен в 3,5 раза больше коэффициента эксцесса ширины и свидетельствует о более острой вершине распределения размеров длины зерен по сравнению с шириной.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. **Chen J., Cui C., Huang G., Huang H., Xu X.** Characterization of grain geometrical features for monolayer brazed grinding wheels based on grain cross-sections. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2019. 105. P. 1425–1436. DOI s00170-019-04354-1
2. **Гаршин А.П.** Абразивные материалы и инструменты. Технология производства / под общ. ред. А.П. Гаршина; Федеральное агентство по образованию, Санкт-Петербургский гос. политехнический ун-т. Санкт-Петербург: Изд-во Политехнического ун-та, 2008. 1009 с. ISBN 978-5-7422-1853-1. EDN QNEQXH.
3. **Шнабель М., Бур А., Шмидтмайер Д., Чаттерджи С., Даттон Д.** Современные представления о плавных и спеченных огнеупорных заполнителях // Новые огнеупоры, 2016. С. 107–114. DOI 10.17073/1683-4518-2016-3-107-114.
4. **Одарченко И.Б., Прусенко И.Н.** Роль огнеупорного наполнителя в процессах структурообразования стержневых смесей // Литье и металлургия, 2017. № 4 (89). С. 89–93. DOI 10.21122/1683-6065-2017-4-89-93. EDN YMRXUZ.
5. **Sumin Z., Fahrenholtz W., Hilmas G.** Influence of Silicon Carbide Particle Size on the Microstructure and Mechanical Properties of Zirconium Diboride-Silicon Carbide Ceramics. Journal of the European Ceramic Society, 2006. Pp. 2077–2083. DOI 10.1016/j.jeurceram-soc.2006.07.003.
6. **Yoshihara N., Takahashi H., Mizuno M.** Effect of the Abrasive Grain Distribution on Ground Surface Roughness. Int. J. of Automation Technology Vol.16 No. 1, 2022. DOI 10.20965/ijat.2022.p0038.
7. **ОАО «Волжский абразивный завод»** [Электронный ресурс]. URL: <https://vabz.ru/> (дата обращения: 28.12.2024).

8. Tang P., Di B., Zhou Z., Ma W. Crushing mechanism analysis of sintered ore and study of particle size distribution pattern after crushing. *Ironmaking & Steelmaking: Processes, Products and Applications*, 2024. Vol. 51. DOI: 10.1177/03019233241248987.

9. Ajaka O., Akinbinu V. Design, fabrication and performance analysis of a planetary roll mill for fine grinding. *ARNP Journal of Engineering and Applied Sciences*. 2011. Vol. 6. № 4. Pp. 75–90.

10. Андреев С.Е. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых. М.: Недра, 1980. 415 с.

11. Носенко В.А. Коэффициент изометричности зерен шлифовальных порошков карбида кремния черного // Деформация и разрушение материалов, 2024. № 10. С. 35–40. DOI 10.31044/1814-4632-2024-10-35-40. EDN HSZWEI.

12. Носенко В.А. Коэффициент формы зерен фракций шлифовальных порошков карбида кремния черного // Современные наукоемкие технологии, 2017. № 2. С. 53–57. EDN YHHZMJ.

13. Носенко В.А. Программа для автоматизированного определения геометрических параметров шлифовального зерна по фотографии «Зерно НМ ВПИ». ВолгГТУ. Свид. о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2011610144 от 11.01.2011.

14. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов. М.: Юрайт, 2012. ISBN 978-5-9916-1589-1. EDN QJYTKV.

## REFERENCES

1. Chen J., Cui C., Huang G., Huang H., Xu X. Characterization of grain geometrical features for monolayer brazed grinding wheels based on grain cross-sections. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2019. 105. Pp. 1425–1436. DOI s00170-019-04354-1

2. Garshin A.P. Abrasive materials and tools. Production technology / under the general editorship of A.P. Garshin; Federal Agency for Education, St. Petersburg State Polytechnic University. Saint Petersburg: Publishing House of the Polytechnic University, 2008, 1009 p. ISBN 978-5-7422-1853-1. EDN QNEQXH.

3. Schnabel M., Bur A., Schmidtmayer D., Chatterjee S., Dutton D. Modern concepts of fused and sintered

refractory aggregates // *New refractories*, 2016, pp. 107–114. DOI 10.17073/1683-4518-2016-3-107-114.

4. Odarchenko I.B., Prusenko I.N. The role of refractory filler in the processes of structure formation of core mixtures // *Casting and metallurgy*, 2017, no. 4 (89), pp. 89–93. <https://doi.org/10.21122/1683-6065-2017-4-89-93>. EDN YMRXUZ.

5. Sumin Z., Fahrenholtz W., Hilmas G. Influence of Silicon Carbide Particle Size on the Microstructure and Mechanical Properties of Zirconium Diboride-Silicon Carbide Ceramics. *Journal of the European Ceramic Society*, 2006. Pp. 2077–2083. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2006.07.003.

6. Yoshihara N., Takahashi H., Mizuno M. Effect of the Abrasive Grain Distribution on Ground Surface Roughness. *Int. J. of Automation Technology* Vol.16 No. 1, 2022. DOI 10.20965/ijat.2022.p0038.

7. JSC «Volga Abrasive Plant» [Electronic resource]. URL: <https://vabz.ru/> (date of access: 12/28/2024).

8. Tang P., Di B., Zhou Z., Ma W. Crushing mechanism analysis of sintered ore and study of particle size distribution pattern after crushing. *Ironmaking & Steelmaking: Processes, Products and Applications*, 2024. Vol. 51. DOI: 10.1177/03019233241248987.

9. Ajaka O., Akinbinu V. Design, fabrication and performance analysis of a planetary roll mill for fine grinding. *ARNP Journal of Engineering and Applied Sciences*. 2011. Vol. 6. No. 4. Pp. 75–90.

10. Andreev S.E. Crushing, crushing and screening of minerals. Moscow: Nedra, 1980, 415 p.

11. Nosenko V.A. Isometricity coefficient of grinding powder grains of black silicon carbide // *Deformation and destruction of materials*, 2024. No. 10, pp. 35–40. DOI 10.31044/1814-4632-2024-10-35-40. EDN HSZWEI.

12. Nosenko V.A. The shape factor of grinding powders fractions of black silicon carbide // *Modern high technologies*, 2017. No. 2, pp. 53–57. EDN YHHZMJ.

13. Nosenko V.A. The program «GRAIN NM VPI» for measurement of geometric parameters of the powders made from silicon carbide VolgSTU. State registration certificate of the computer program No. 2011610144 dated 11.01.2011.

14. Gmurman V.E. Probability theory and mathematical statistics. Textbook for bachelors. Textbook for university students. Moscow: Yurayt, 2012. ISBN 978-5-9916-1589-1. EDN QJYTKV.

**Вклад авторов:** все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Contribution of the authors:** the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 23.10.2025; одобрена после рецензирования 21.01.2026; принята к публикации 12.02.2026.

The article was submitted 23.10.2025; approved after reviewing 21.01.2026; assepted for publication 12.02.2026.