

УДК 539.3

DOI: 10.30987/article_5be14a3a619314.04367914

И.Г. Горячева, И.Ю. Цуканов

МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГОГО КОНТАКТА ТЕЛ С РЕГУЛЯРНЫМ МИКРОРЕЛЬЕФОМ

Рассмотрены модели контактного взаимодействия упругих тел, имеющих на своих поверхностях микрорельеф. На основании решения периодических контактных задач получены аналитические выражения, позволяющие рассчитать основные контактные характеристики (контактные давления, фактическую площадь контакта, зазор между поверхностями) в зависимости от геометрических параметров контактирующих поверхностей

для двух типов микрорельефа: пространственной системы сферических выступов и периодического двумерного микрорельефа. Приведено сравнение полученных зависимостей с приближенными решениями, а также с расчетами по теории Герца.

Ключевые слова: микрорельеф, периодическая контактная задача, теория Герца, контактная жесткость, фактическая площадь контакта.

I.G. Goryacheva, I.Yu. Tsukanov

ELASTIC CONTACT MODELING OF SOLIDS WITH STANDARD MICRORELIEF

In the paper there are considered results of contact problems modeling an elastic contact of surfaces one of which has a microrelief and the second has low Young module. Two different kinds of a micro-relief are considered:

a spatial system of spherical projections with an equal radius and a height and a two-dimensional periodic micro-relief of the surface with an arbitrary shape presented by Fourier even series. Analytical dependences allowing the computation of an actual area (length) of a contact and surfaces displacement are presented. The comparison of the results with precise numerical calculations and Hertz theory is shown. A contact rigidity increases for the spatial system of

spherical projections with rated pressure increase and, hence, with the increase actual contact area. With the distance decrease between irregularities the micro-relief contact rigidity increases considerably. For the two-dimensional periodic micro-relief with the amplitude increase at the same contact half-length a rated pressure increases and surfaces displacement decreases. A period increase results in an opposite result. With the decrease of the tangent angle to the profile a contact length decreases and surfaces displacement increases at rated pressure increase.

Key words: micro-relief, periodical contact problem, Hertz theory, contact rigidity, actual contact area.

Введение

Нанесение регулярного микрорельефа (текстурирование поверхностей) является одним из способов придания поверхности заданных эксплуатационных свойств. Для поверхностей трибологического назначения основное влияние на эти свойства оказывают процессы, происходящие на контакте. Как правило, поверхность с регулярным микрорельефом контактирует с гладкой поверхностью.

Регулярный микрорельеф в общем случае может представлять собой или совокупность выступов на поверхности, или совокупность впадин (канавок), равноотстоящих друг от друга с определенным шагом. Также микрорельеф может быть волнистым (для его описания обычно используется гармоническая функция). Рас-

положение элементов регулярного микрорельефа может быть изотропным или анизотропным. Нанесение регулярного микрорельефа производится механическими и физико-химическими методами обработки [1].

Расчет контактных характеристик поверхностей с регулярным микрорельефом (система выступов и периодический рельеф) в условиях упругого контакта производится согласно теории Герца [1], основными допущениями которой являются малость области контакта по сравнению с геометрическими размерами контактирующих тел и отсутствие взаимовлияния между пятнами контакта. Для большинства машиностроительных приложений, где используются изделия из металлов и спла-

вов, данные допущения оправданы. Однако для контакта металлов с материалами, имеющими низкий модуль упругости (некоторые полимеры, эластомеры, композиционные материалы, биологические ткани), получившими распространение в медицине, автомобильной промышленности, изделиях массового спроса, допущения теории Герца выполняются только при очень малых нагрузках, что не позволяет применять ее на практике с достаточной точностью. Для системы канавок теория Герца также неприменима. Методы определения контактных характеристик для

микрорельефа такого типа предложены в [2].

В зависимости от типа регулярного микрорельефа расчет контактных характеристик за пределами применимости теории Герца требует постановки и решения соответствующих контактных задач теории упругости. В данной работе приведены основные результаты решения задач, полученные авторами для двух принципиально различных видов микрорельефа. В приведенных далее задачах рассмотрен только статический нормальный контакт изотропных тел без учета трения и адгезионных сил.

Микрорельеф, задаваемый пространственной системой выступов

Текстура поверхности, задаваемая системой выступов, может быть как периодической, так и состоящей из ограниченного числа выступов [3], расположенных на заданном расстоянии друг от друга. Для микрорельефа более характерно периодическое расположение выступов, предполагающее, что расстояние между ними значительно меньше номинальных размеров поверхностей.

Каждый выступ имеет определенную форму. Если форма выступа имеет осевую симметрию, то она задается функцией радиальной координаты $f(r)$. Наиболее распространена сферическая форма выступов,

которую вблизи начала координат можно представить функцией $f(r) = r^2/(2R)$, где R - радиус кривизны вершины выступа. Одна из поверхностей, как правило, с микрорельефом, имеет значительно больший модуль упругости, чем ответная поверхность, и может считаться жесткой. Так как размеры выступов намного меньше номинальных размеров поверхностей, то последние могут считаться полупространствами, а задача может быть решена в бесконечно малых деформациях. На рис. 1 показана схема контакта периодической системы сферических равновысоких выступов с упругим полупространством.

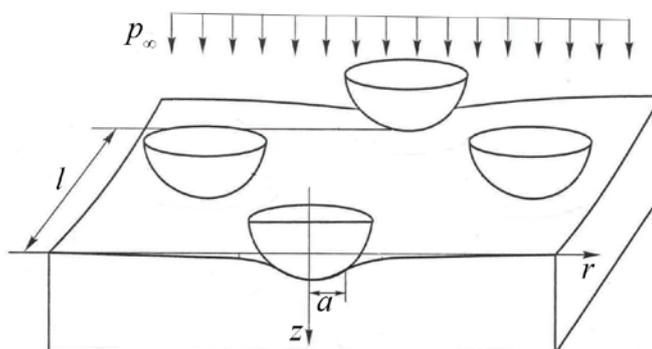


Рис. 1. Схема контакта периодической системы сферических выступов с упругим полупространством

Схема, показанная на рис. 1, предполагает, что расположение выступов имеет периодическую структуру гексагональной решетки с шагом l . Начало локальной

цилиндрической системы координат совпадает с точкой, в которой недеформируемое полупространство соприкасается с одним из выступов. На жесткую поверхность

с микрорельефом действует номинальное давление p_∞ . Распределение нормальных давлений и упругих смещений границы полупространства в окрестности каждого выступа (штампа) считается осесимметричным. Аналитическое решение задачи получено в работе [3] с помощью метода локализации [3; 4]: для определения напряженно-деформированного состояния

вблизи отдельного пятна контакта влияние остальных пятен заменяется действием осредненного по поверхности давления. В результате решения задачи получены следующие зависимости, связывающие радиус области контакта a , номинальное давление p_∞ и смещение поверхностей δ , вызванное внедрением выступов микрорельефа [3]:

$$p_\infty = \frac{\pi}{\sqrt{3}l^2} \frac{4E^* a^3}{3R} \arccos \frac{a}{0,525l} + \frac{a}{0,525l} \sqrt{1 - \left(\frac{a}{0,525l}\right)^2}; \quad (1)$$

$$\delta = l \left(\frac{p_\infty}{E^*}\right)^{2/3} \frac{3}{8} \left(\frac{9l}{2R}\right)^{1/3} \left[1 + 0,716 \frac{R}{l} \frac{p_\infty}{E^*}\right] + 0,1l \frac{p_\infty}{E^*}, \quad (2)$$

где $E^* = E/(1-\nu)$ - приведенный модуль упругости; E, ν - модуль Юнга и коэффициент Пуассона деформируемого материала соответственно.

Зависимости (1) и (2) позволяют определять контактные характеристики микрорельефа с учетом взаимного влияния выступов, а также анализировать применимость упрощенных моделей, основанных на теории Герца.

На рис. 2 приведены зависимости радиуса пятна контакта от безразмерного номинального давления $\pi p_\infty / (2E^*)$, рассчитанные для различных безразмерных расстояний между штампами l/R [см. формулу (1)], в сравнении с кривыми, рассчитанными согласно теории Герца (штриховые линии).

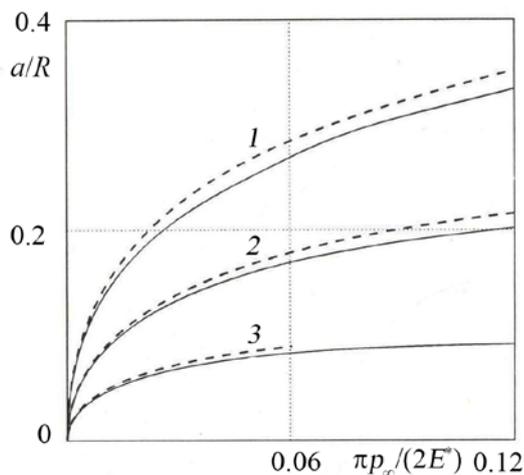


Рис. 2. Зависимость радиуса пятна контакта от номинального давления: 1 - $l/R = 1$; 2 - $l/R = 0,5$; 3 - $l/R = 0,2$

Расчеты показывают, что при постоянном номинальном давлении p_∞ с уменьшением относительного расстояния между инденторами l/R уменьшается радиус отдельного пятна контакта и, следовательно, фактическая площадь контакта. Сравнение с кривыми Герца показало, что при $a/l < 0,25$ расхождение в значениях не превышает 2,5 %, т.е. взаимным влиянием выступов можно пренебречь. При больших значениях a/l эффект взаимного влияния становится значительным.

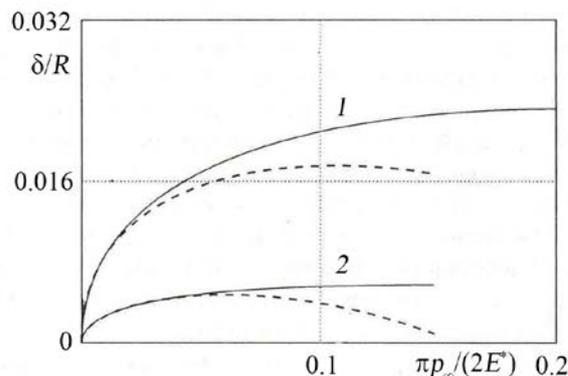


Рис. 3. Зависимость смещения поверхностей от безразмерного номинального давления: 1 - $l/R = 1$; 2 - $l/R = 0,5$

На рис. 3 показана зависимость смещения поверхностей, вызванного наличием сферических выступов, от безразмерного номинального давления при различных значениях параметра l/R . Сплошными линиями показаны точные значения, полу-

ченные численно по методике [3], штриховыми - значения, рассчитанные по асимптотической формуле (2).

Результаты, приведенные на рис. 3, показывают, что с увеличением номинального давления и, следовательно, фактической площади контакта повышается жесткость контакта. С уменьшением расстояния между неровностями контактная жест-

Периодический микрорельеф поверхности

Периодический микрорельеф образуется чередующимися выступами и впадинами на поверхности. Существуют изотропный и анизотропный виды рельефа. В трибологических приложениях наиболее часто встречается анизотропный вид периодического микрорельефа, который нанесен в направлении скольжения. Периодический микрорельеф поверхности можно получить с помощью методов поверхностного пластического деформирования, например вибронакатыванием [1]. Для определения контактных характеристик поверхности с анизотропным периодическим микрорельефом, находящейся в контакте с упругим телом из низкомодульного материала, требуется решение плоской периодической контактной задачи теории упругости. Периодический микрорельеф описывается, как правило, непрерывной функцией. В качестве исходных параметров задаются амплитуда, период микрорельефа и вид формообразующей функции. Для простых форм, таких как косинусоидальная, клиновидная, прямоугольная, существуют аналитические решения, позволяющие рассчитать распределение контактных давлений и размер области контакта [4-6]. Задачи с более сложными граничными условиями, такими как трение, адгезионное взаимодействие и изнашивание, рассмотрены в работах [7-11]. Задача для параметрически изменяемой формы выступов микрорельефа рассмотрена в работе [12].

Двумерный периодический микрорельеф с симметрией боковых сторон выступов в общем случае можно представить в виде четного ряда Фурье [13]:

кость микрорельефа значительно возрастает. Сравнение точных и асимптотических зависимостей показало, что формула (2) обеспечивает точность расчета при $a/l < 0,2$. Следует отметить, что функцию смещения (рис. 3) на начальном участке можно аппроксимировать степенной зависимостью.

$$f(x) = \Delta \sum_{i=1}^N k_i \cos(2\pi n_i x / \lambda), \quad (3)$$

где Δ и λ - амплитуда и период микрорельефа; n_i и k_i - частотный и амплитудный коэффициенты для i -й гармоники; N - количество гармоник.

Схема контакта периодического микрорельефа с упругой полуплоскостью показана на рис. 4.

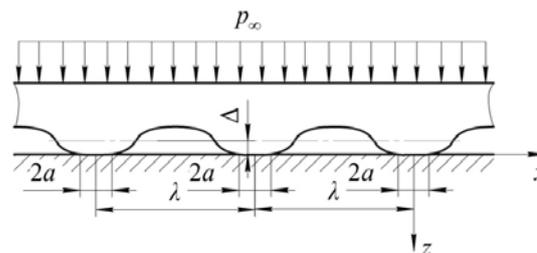


Рис. 4. Схема контакта периодического микрорельефа с упругой полуплоскостью

Задача для профиля микрорельефа, описываемого функцией (3), имеет аналитическое решение при $\Delta k_i \ll \lambda/n_i$ и целом значении n_i [14].

Решение данной контактной задачи может быть получено с помощью метода, описанного в работе [14], и представлено в виде ряда по ортогональным многочленам Чебышева [15]. В результате решения получены асимптотические выражения, справедливые при $2a/\lambda < 0,25$ и связывающие приложенное номинальное давление p_∞ и смещение поверхностей δ с полудлиной контакта a :

$$p_\infty = \frac{\pi^2 E^* \Delta}{\lambda} a \sum_{i=1}^N k_i n_i J_1 \left(\frac{2\pi a n_i}{\lambda} \right); \quad (4)$$

$$\delta = 1 - \Delta \sum_{i=1}^N k_i \left[\cos\left(\frac{2\pi a n_i}{\lambda}\right) - \frac{2\pi n_i a}{\lambda} \left(\left(\frac{1}{2} - \ln\left(\frac{2}{a}\right) \right) J_1\left(\frac{2\pi a n_i}{\lambda}\right) + \frac{1}{4} J_3\left(\frac{2\pi a n_i}{\lambda}\right) \right) \right], \quad (5)$$

где $J_q(t)$ - функция Бесселя 1-го рода с целым порядком q [15].

Для определения зависимости смещения поверхностей от номинального давления необходимо численно выразить полудлину контакта a через номинальное давление p_∞ из формулы (4).

Из формул (4) и (5) следует, что с ростом амплитуды микрорельефа при одной и той же полудлине контакта номинальное давление увеличивается, а смещение поверхностей уменьшается. Увеличение периода приводит к обратному эффекту. Наиболее интересен эффект формы

микрорельефа при одних и тех же амплитуде и периоде.

В качестве примера рассмотрим два микрорельефа, описываемые зависимостями $f(x) = 0,15\cos(x)$ и $f(x) = 0,1\cos(x) + 0,05\cos(3x)$ (рис. 5а, кривые 1 и 2). Как видно из рис. 5а, профили отличаются друг от друга незначительно. Однако производные профиля (рис. 5б), а следовательно, и углы наклона касательной к профилю значительно отличаются, особенно в точке пересечения профиля со средней линией.

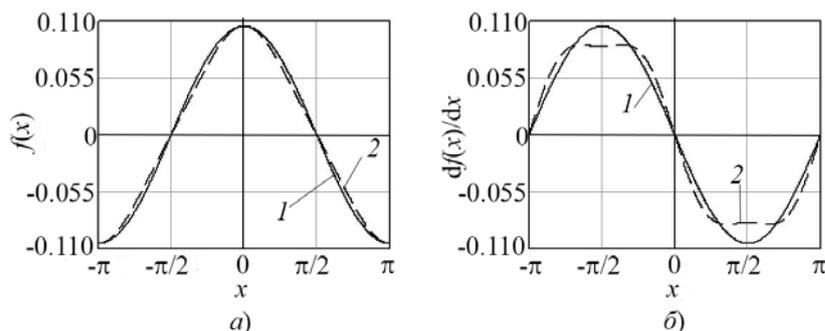


Рис. 5. Профиль микрорельефа (а) и его производная (б) на одном периоде: 1 - $f(x) = 0,15\cos(x)$; 2 - $f(x) = 0,1\cos(x) + 0,05\cos(3x)$

Графики зависимостей полудлины контакта от номинального давления и смещения поверхностей от номинального давления, рассчитанных в безразмерном виде по формулам (4) и (5) для профилей, изображенных на рис. 5а, приведены на рис. 6 и 7.

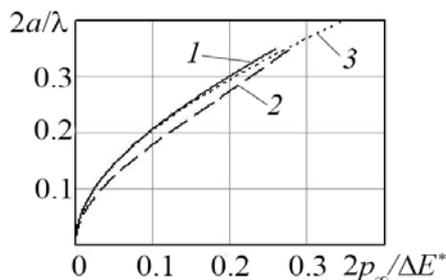


Рис. 6. Зависимость безразмерной длины контакта от безразмерного номинального давления для различных профилей микрорельефа: 1, 3 - $f(x) = 0,15\cos(x)$; 2 - $f(x) = 0,1\cos(x) + 0,05\cos(3x)$ (1 - расчет по формуле (4); 3 - точное решение)

Результаты расчетов, представленные на рис. 6 и 7, свидетельствуют о существенном отличии контактных параметров для выбранных форм микрорельефа, что связано с различием углов наклона касательной к профилю. Интересно отметить, что с уменьшением угла наклона касательной к профилю полудлина контакта уменьшается, а смещение поверхностей увеличивается при повышении номинального давления. Такой эффект не наблюдается при изменении геометрических параметров - амплитуды и периода. Следовательно, изменение формы периодического микрорельефа позволяет получить такое сочетание контактных параметров, которое нельзя получить изменением геометрических размеров. Для периодического двумерного микрорельефа, как и для пространственной системы выступов, наблю-

дается повышение контактной жесткости с ростом номинального давления.

Сравнение точного и асимптотического решений (рис. 6, 7) показывает, что использование формул (4) и (5) обеспечивает достаточную точность расчета при

$2a/\lambda < 0,25$. В отличие от микрорельефа, задаваемого системой сферических выступов (рис. 1), для двумерного периодического микрорельефа теория Герца обеспечивает приемлемую точность расчета контактных параметров при $2a/\lambda < 0,07$.

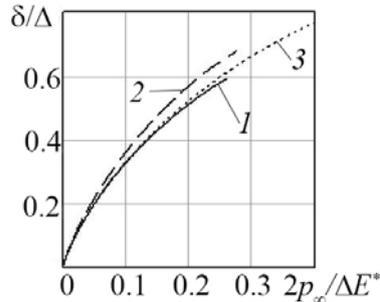


Рис. 7. Зависимость безразмерного смещения от безразмерного номинального давления для различных профилей микрорельефа:
1, 3 - $f(x) = 0,15\cos(x)$; 2 - $f(x) = 0,1\cos(x) + 0,05\cos(3x)$
(1 - расчет по формуле (4); 3 - точное решение)

Заключение

Рассмотренные контактные задачи и полученные в результате их решения аналитические зависимости позволяют управлять контактными характеристиками поверхностей путем изменения геометрических параметров микрорельефа. Для пространственного микрорельефа, задаваемо-

го системой сферических выступов, такими параметрами являются высота и радиус выступа, а также расстояние между ними, для двумерного периодического микрорельефа – амплитуда, период и форма волн.

Работа выполнена при финансовой поддержке государственного задания (№ госрегистрации АА-АА-А17-117021310379-5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Шнейдер, Ю.Г. Эксплуатационные свойства деталей с регулярным микрорельефом / Ю.Г. Шнейдер. - Л.: Машиностроение, 1982. - 247 с.
- Горячева, И.Г. Контактное взаимодействие тел с периодическим рельефом при частичном проскальзывании / И.Г. Горячева, Н.И. Маланчук, Р.М. Мартыняк // ПММ. - 2012. - Т. 76. - Вып. 5. - С. 695-709.
- Горячева, И.Г. Механика фрикционного взаимодействия / И.Г. Горячева. - М.: Наука, 2001. - 478 с.
- Галин, Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости / Л.А. Галин. - М.: Наука, 1980. - 304 с.
- Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. - М.: Мир, 1989. - 510 с.
- Block, J.M. Periodic contact problems in plane elasticity / J.M. Block, L.M. Keer // J. Mech. Mater. Struct. - 2008. - V. 3. - № 7. - P. 1207-1237.
- Кузнецов, Е.А. Периодическая контактная задача для полуплоскости с учетом сил трения / Е.А. Кузнецов // Прикладная механика. - 1976. - Т. 12. - № 10. - С. 37-44.
- Горячева, И.Г. Влияние несовершенной упругости поверхностного слоя на контактные характеристики при скольжении шероховатых упругих тел / И.Г. Горячева, Ю.Ю. Маховская // Трение и износ. - 1997. - Т. 18. - № 1. - С. 5-12.
- Любичева, А.Н. Установившееся решение периодической задачи об изнашивании композиционного материала вязкоупругим телом / А.Н. Любичева // Трение и износ. - 2006. - Т. 27. - № 5. - С. 465-472.
- Горячева, И.Г. Упругий контакт номинально плоских поверхностей при наличии шероховатости и адгезии / И.Г. Горячева, Ю.Ю. Маховская // МТТ. - 2017. - № 4. - С. 101-111.
- Goryacheva, I.G. Combined effect of microgeometry and adhesion in normal and sliding contacts of elastic bodies / I.G. Goryacheva, Yu.Yu. Makhovskaya // Friction. - 2017. - V. 5. - № 3. - P. 339-350.
- Цуканов, И.Ю. Влияние геометрии неровностей при упругом контакте поверхностей с регуляр-

- ным микрорельефом / И.Ю. Цуканов, А.Ю. Албагачиев, В.Д. Данилов // Вестник машиностроения. - 2016. - № 12. - С. 51-56.
13. Суслов, А.Г. Научные основы технологии машиностроения / А.Г. Суслов, А.М. Дальский. - М.: Машиностроение, 2002. - 684 с.
 1. Schneider, Yu.G. *Operation Properties of Parts with Standard Micro-relief* / Yu.G. Schneider. - L.: Mechanical Engineering, 1982. - pp. 247.
 2. Goryacheva, I.G. Contact interaction of solids with periodical relief at partial slippage / I.G. Goryacheva, N.I. Malanchuk, R.M. Marynyak // *PMM*. - 2012. - Vol.76. - Issue 5. - pp. 695-709.
 3. Goryacheva, I.G. *Friction Interaction Mechanics* / I.G. Goryacheva. - M.: Science, 2001. - pp. 478.
 4. Galin, L.A. *Contact Problems of the Theory of Elasticity and Viscoelasticity* / L.A. Galin. - Science, 1980. - pp. 304.
 5. Johnson, K. *Contact Interaction Mechanics* / K. Johnson. - M.: Mir, 1989. - pp. 510.
 6. Block, J.M. Periodic contact problems in plane elasticity / J.M. Block, L.M. Keer // *J. Mech. Mater. Struct.* - 2008. - V. 3. - № 7. - P. 1207-1237.
 7. Kuznetsov, E.A. Periodical contact problem for half-plane taking into account friction forces / E.A. Kuznetsov // *Applied Mechanics*. - 1976. - Vol.12. - No.10. - pp. 37-44.
 8. Goryacheva, I.G. Surface layer imperfect elasticity impact upon contact characteristics at rough elastic body slip / I.G. Goryacheva, Yu.Yu. Makhovskaya // *Friction and Wear*. - Vol.18. - No.1. - pp. 5-12.
 14. Цуканов, И.Ю. Периодическая контактная задача для поверхности с двухуровневой волнистостью / И.Ю. Цуканов // *ПММ*. - Т. 82. - Вып. 3. - С. 372-380.
 15. Градштейн, И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. - М.: Физматгиз, 1963. - 1100 с.
 9. Lyubicheva, A.N. Established solution of periodical problem on composite wear by viscoelastic body / A.N. Lyubicheva // *Friction and Wear*. - 2006. - Vol.27. - No.5. - pp. 465-472.
 10. Goryacheva, I.G. Elastic contact of rated flat surfaces at roughness and adhesion / I.G. Goryacheva, Yu.Yu. Makhovskaya // *MTT*. - 2017. - No.4. - pp. 101-111.
 11. Goryacheva, I.G. Combined effect of microgeometry and adhesion in normal and sliding contacts of elastic bodies / I.G. Goryacheva, Yu.Yu. Makhovskaya // *Friction*. - 2017. - V. 5. - № 3. - P. 339-350.
 12. Tsukanov, I.Yu. Irregularity geometry impact at elastic contact of surfaces with standard micro-relief / I.Yu. Tsukanov, A.Yu. Albagachiev, V.D. Danilov // *Bulletin of Mechanical Engineering*. - 2016. - No.12. - pp. 51-56.
 13. Suslov, A.G. *Scientific Fundamentals of Engineering Technique* / A.G. Suslov, A.M. Dalsky. - M.: Mechanical Engineering, 2002. - pp. 684.
 14. Tsukanov, I.Yu. Periodical contact problem for surface with two-level waviness / I.Yu. Tsukanov // *PMM*. - Vol.82. - Issue 3. - pp. 372 - 380.
 15. Gradstein, I.S. *Tables of Integrals, Sums, Series and Products* / I.S. Gradstein, I.M. Ryzhyk. - M.: Physmath, 1963. - pp. 1100.

Статья поступила в редакцию 30.08.18.

Рецензент: д.т.н., профессор Брянского государственного технического университета
Суслов А.Г.

Статья принята к публикации 10.10.18.

Сведения об авторах:

Горячева Ирина Георгиевна, академик РАН, зав. лабораторией Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, e-mail: goryache@ipmnet.ru.

Goryacheva Irina Georgievna, Academician of RAN, Head of the Lab., Ishlinsky Institute of Mechanics Problems of RAS, e-mail: goryache@ipmnet.ru.

Цуканов Иван Юрьевич, к.т.н., ст. науч. сотрудник Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, e-mail: tsukanov@ipmnet.ru.

Tsukanov Ivan Yurievich, Can. Sc. Tech., Senior Scientist, Ishlinsky Institute of Mechanics Problems of RAS, e-mail: tsukanov@ipmnet.ru.