

УДК 62.752; 621.534; 629.4.015; 20

DOI: 10.30987/article_5ba8a18acfb2d2.24898173

Вьонг Куанг Чык

ВЛИЯНИЕ ИНЕРЦИОННЫХ СВЯЗЕЙ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АМПЛИТУД КОЛЕБАНИЙ РАБОЧЕГО ОРГАНА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ВИБРАЦИОННОЙ МАШИНЫ

Рассмотрены динамические свойства технологических вибрационных машин на основе модели в виде механической колебательной системы с двумя степенями свободы, содержащей в своем составе устройство для преобразования движения, создающее дополнительные инерционные связи при одновременном действии двух гармонических внешних факторов. Разработан метод построения математических моделей, которые обеспечивают

возможности оценки динамических состояний при использовании таких параметров состояния, как отношение динамических реакций связей между опорной поверхностью (источник кинематического возмущения) и рабочим органом.

Ключевые слова: инерционные связи, динамическое состояние, динамические реакции связей, передаточные функции, динамические эффекты, дополнительные связи.

Vyong Kuang Chyk

INERTIAL COUPLING IMPACT UPON OSCILLATION AMPLITUDE DISTRIBUTION OF WORK APPARATUS OF TECHNOLOGICAL VIBRATING MACHINE

The paper reports the consideration of technological vibrating machine dynamic properties on the basis of the model as a mechanical oscillating system with two degrees of freedom having in its structure a device for motion conversion (DMC) forming additional inertial couplings at the simultaneous action of two external harmonic factors. The purpose of investigations consists in the development of the method for the formation of simulators ensuring possibilities for dynamic states assessments at the use of such parameters of a state as a relation of ties dynamic reactions between a supporting surface (source of kinematic disturbance) and a work apparatus.

For investigations there is used a method of structural mathematical modeling within the limits of which the mechanical oscillating system is compared with a structural circuit equivalent dynamically a system of automatic control. There is offered a technology of starting simulators transformation ensuring a definition of tie dynamic reactions in characteristic points of element contact connection of the system at the simultaneous action of two factors. It is shown that the joint

action of two external disturbances does not change frequencies of characteristic oscillations in the system, but affects considerably its dynamic properties.

There are shown diagrams of the dependences of motion points and values of tie dynamic reactions in characteristic points upon a frequency of external impact. The manifestations of new dynamic effects in the interactions of system elements between each other as a formation of additional modes of oscillation dynamic damping and amplitude-frequency characteristics (AFC) of a certain type are shown. Dynamic effects predetermine potentialities of a purposeful tuning of vibration fields. It is shown that the value of the shown DMC mass of affect substantially dynamic properties of the system that can be used both for motion parameter control, and for the assessment of tie dynamic reactions arising at that in the system.

Key words: inertial ties, dynamic state, dynamic reactions of ties, transmission functions, dynamic effects, additional ties.

Введение

Использование дополнительных связей в структурах механических колебательных систем, рассматриваемых в качестве расчетных схем технических объектов различного назначения, является достаточно развитым направлением в решении задач динамики машин, что нашло отражение в работах [1-5]. Во многих случаях конструктивно-технические формы дополни-

тельных связей реализуются как введение в структуру механических колебательных систем различных механизмов - зубчатых, рычажных, в том числе и винтовых несамотормозящихся устройств. Теоретические основы таких подходов рассматриваются в работах [6-9]. Наличие механизмов как специфических механических цепей в структуре колебательных систем позволя-

ет решать достаточно широкий спектр задач динамики, в которых изменение динамических свойств системы в целом достигается за счет динамических эффектов, возникающих во взаимодействиях элементов системы [10-13]. В рамках структурного математического моделирования, когда механической колебательной системе сопоставляется эквивалентная в динамическом отношении структурная схема системы автоматического управления, дополнительные связи интерпретируются как устройства для преобразования движения (УПД) и реализуются типовыми элементарными звеньями с передаточными функциями двойного дифференцирования [3-5].

Особенности динамических свойств систем с УПД на основе винтовых несамотормозящихся механизмов рассмотрены, в частности, в работах [14-17]. Введение УПД в колебательные структуры позволяет в достаточно широких пределах изме-

нять свойства технических объектов в задачах динамики, в том числе и в защите машин, оборудования и аппаратуры от вибрационных воздействий. В вибрационных технологических машинах введение УПД позволяет формировать необходимые формы периодических движений рабочих органов, снижать динамические нагрузки в соответствующих точках рабочих органов. Вместе с тем многие вопросы, связанные с учетом особенностей динамических взаимодействий, еще не получили достаточно детализированного описания.

В предлагаемой статье развивается метод структурного математического моделирования в приложениях к решению задач оценки особенностей динамических взаимодействий при соединениях УПД с массоинерционными и упругими типовыми элементами механической колебательной системы.

Некоторые общие положения. Постановка задачи исследования

Рассматривается технический объект, расчетная схема которого может быть представлена механической колебательной системой с двумя степенями свободы (рис. 1). Инерционный элемент массой m_2 имеет опорную пружину жесткостью k_3 и опирается в т. A на опорную поверхность II . Кроме того, элемент m_2 опирается на упругий сложный элемент (или структурное образование - квазипружину), состоящий из пружины жесткостью k_1 с точками контакта B и B_1 соответственно с парой элементов k_2 и L в тт. B_1, B_2 . В точке B_1 сосредоточена масса m_1 . Вторая часть структурного блока представляет собой параллельное соединение упругих элементов с жесткостью k_2 и УПД с промежуточной массой m_1 . Контактное взаимодействие с инерционным элементом m_2 происходит в т. B_2 . Положение инерционного элемента m_2 определяется координатой y_2 , а промежуточной массы m_1 - соответственно координатой y_1 . Предполагается, что система обладает линейными свойствами и совершает малые колебания относительно положения статического равновесия. Движение опорных поверхностей I и II определяется известными гармоническими функциями $z_1(t)$ и

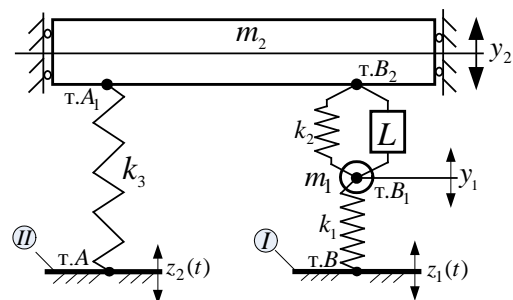


Рис. 1. Принципиальная схема подвески с устройством для преобразования движения

$z_2(t)$ одной частоты; между внешними возмущениями существует функциональная связь

$$\bar{z}_2 = \alpha \bar{z}_1, \quad (1)$$

где α - постоянный коэффициент связности внешних возмущений.

Приведенная масса УПД, обозначенная как L на рис. 1, определяется выражением

$$L = \frac{J}{r_{cp}^2 \operatorname{tg}^2 \gamma}, \quad (2)$$

где J - момент инерции гайки-маховика; r_{cp} - средний радиус винта; γ - угол подъема винтовой линии [3; 4].

Положение системы рассматривается в координатах y_1 и y_2 в неподвижном бази-

се. Для построения математической модели составим выражения для кинетической и потенциальной энергий:

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} L (\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2, \quad (3)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2} k_3 (y_2 - z_2)^2. \quad (4)$$

Используя уравнение Лагранжа 2-го рода, а затем преобразования Лапласа при нулевых начальных условиях, запишем

систему дифференциальных уравнений в операторной форме [4; 5]:

$$\bar{y}_1 (m_1 + L) p^2 + \bar{y}_1 (k_1 + k_2) - \bar{y}_2 (L p^2 + k_2) = k_1 \bar{z}_1, \quad (5)$$

$$\bar{y}_2 (m_2 + L) p^2 + \bar{y}_2 (k_2 + k_3) - \bar{y}_1 (L p^2 + k_2) = k_3 \bar{z}_2, \quad (6)$$

где $p = j\omega$ ($j = \sqrt{-1}$) - комплексная переменная; значок $\langle - \rangle$ над переменной означает ее изображение по Лапласу.

Система представляет собой две параллельные звенья, которые связаны между собой инерционно-упруго, что обеспечивает возможность обнуления связи на частоте

$$\omega_0^2 = \frac{k_2}{L}. \quad (7)$$

Структурная математическая модель, или структурная схема эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления, приводится на рис. 2. Структура состоит из двух парци-

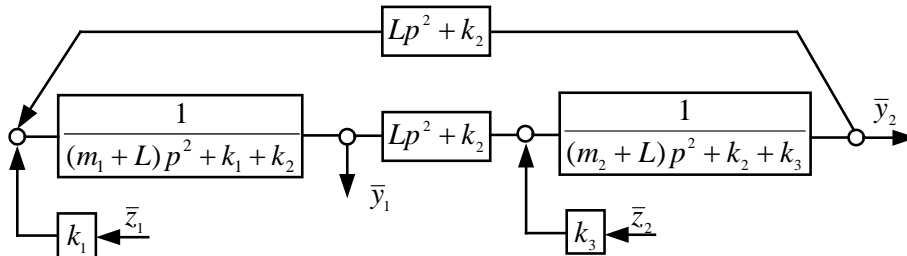


Рис. 2. Структурная математическая модель (структурная схема) системы с устройством для преобразования движения

Передаточные функции системы при кинематическом возмущении со стороны основания определяются выражениями

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_1} = \frac{k_1 [(m_2 + L) p^2 + k_2 + k_3]}{A(p)}, \quad (8)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_1} = \frac{k_1 (k_2 + L p^2)}{A(p)}, \quad (9)$$

$$W_3(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_2} = \frac{k_3 (k_2 + L p^2)}{A(p)}, \quad (10)$$

$$W_4(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_2} = \frac{k_3 [(m_1 + L) p^2 + k_1 + k_2]}{A(p)}, \quad (11)$$

где

$$A(p) = [(m_1 + L) p^2 + k_1 + k_2][(m_2 + L) p^2 + k_2 + k_3] - (L p^2 + k_2)^2 \quad (12)$$

является характеристическим частотным уравнением системы.

На схеме (рис. 1) показано, что m_1 представляет собой массоинерционный элемент, через который каскад $Lp^2 + k_2$ соединяется с упругим элементом k_1 (при этом вводится в рассмотрение точка B_1).

Задача исследования заключается в оценке динамических особенностей, прив-

носимых в механическую колебательную систему устройством для преобразования движения, а также введением промежуточного массоинерционного элемента m_1 , создающего в системе подвески два каскада, последовательно соединенных между собой.

Оценка динамических свойств системы при введении УПД

В большинстве работ, посвященных оценке динамических свойств механических колебательных систем [4; 5], точка B_1 , в которой одновременно контактируют три типовых элемента с передаточными функциями k_1 , k_2 и Lp^2 , не рассматривается как характерная точка. Автором такая точка интерпретируется как узловая, ее положение определяется координатой \bar{y}_1 . Предельным случаем можно полагать ситуацию, когда $m_1 \rightarrow 0$, что предопределяет

подход к оценке динамической жесткости двухкаскадного последовательного соединения элементов системы; величина m_1 оказывает влияние на распределение динамических реакций связей в тт. B , B_1 и B_2 .

Используя структурную схему на рис. 2, запишем передаточные функции, учитывая связность внешних воздействий, определяемую выражением (1):

$$W_1''(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_1} = \frac{k_1[(m_2 + L)p^2 + k_2 + k_3] + \alpha k_3(Lp^2 + k_2)}{A(p)}, \tag{13}$$

$$W_2''(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_1} = \frac{\alpha k_3[(m_1 + L)p^2 + k_1 + k_2] + k_1(Lp^2 + k_2)}{A(p)}. \tag{14}$$

На рис. 3 приведены преобразованные структурные схемы с выделением элементов m_1 и m_2 , охваченных соответствующими отрицательными обратными

связями. В физическом смысле передаточные функции таких связей определяют динамические жесткости структурных образований.

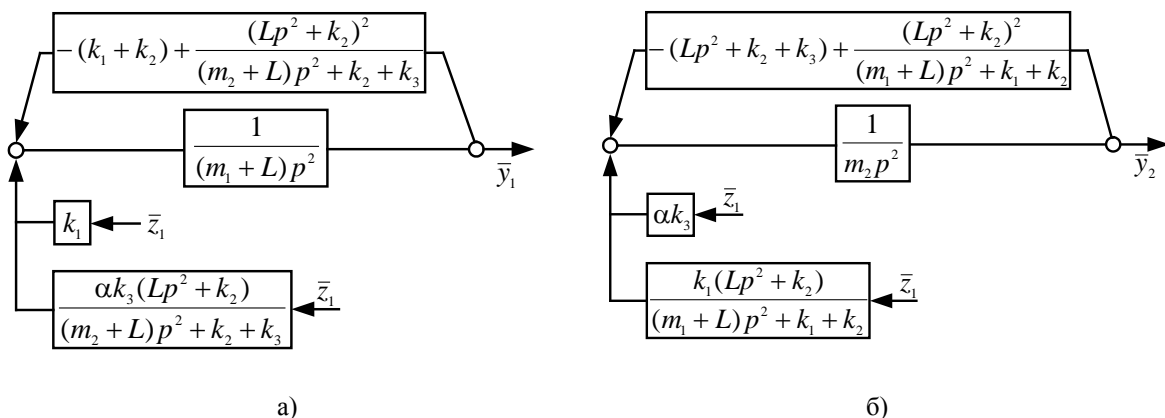


Рис. 3. Структурные схемы системы, развернутые относительно массоинерционных элементов m_1 и m_2 : а - m_1 - координат y_1 ; б - m_2 - координат y_2

Динамические реакции в точках контакта с опорной поверхностью определяются выражениями

$$\begin{aligned} |\bar{R}_{\text{опор}}| &= |\bar{R}_A| + |\bar{R}_B| = k_3 \cdot \bar{z}_1 \cdot W_2''(p) + k_1 \cdot \bar{z}_1 \cdot W_1''(p) = \\ &= k_3 \cdot \bar{z}_1 \{ \alpha k_3 [(m_1 + L)p^2 + k_1 + k_2] + k_1 (Lp^2 + k_2) \} + \\ &= \frac{k_1 \cdot \bar{z}_1 \{ k_1 [(m_2 + L)p^2 + k_2 + k_3] + \alpha k_3 (Lp^2 + k_2) \}}{A(p)}, \end{aligned} \quad (15)$$

или

$$|\bar{R}_{\text{опор}}| = \frac{\bar{z}_1 \{ [\alpha k_3^2 (m_1 + L) + k_1^2 (m_2 + L) + k_1 k_3 L (1 + \alpha)] p^2 + \alpha k_3^2 (k_1 + k_2) + k_1^2 (k_2 + k_3) + k_1 k_2 k_3 (1 + \alpha) \}}{A(p)}. \quad (16)$$

Динамическая реакция $|\bar{R}_{\text{опор}}|$ обнуляется на частоте внешнего воздействия

$$\omega_{00}^2 = \frac{\alpha k_3^2 (k_1 + k_2) + k_1^2 (k_2 + k_3) + k_1 k_2 k_3 (1 + \alpha)}{\alpha k_3^2 (m_1 + L) + k_1^2 (m_2 + L) + k_1 k_3 L (1 + \alpha)}. \quad (17)$$

Динамическая реакция на объекте m_2 определяется через динамическую жесткость, которую можно найти, используя правила структурных преобразований [18]:

$$\bar{k}'_{\text{нр}} = \frac{(Lp^2 + k_2)[(m_1 + L)p^2 + k_1 + k_2] - (Lp^2 + k_2)^2}{(m_1 + L)p^2 + k_1 + k_2} = \frac{(Lp^2 + k_2)(m_1 p^2 + k_1)}{(m_1 + L)p^2 + k_1 + k_2}. \quad (18)$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} |\bar{R}_{m_2}| &= |\bar{R}_{A_1}| + |\bar{R}_{B_2}| = |\bar{R}_{A_1}| + \bar{k}'_{\text{нр}} \cdot W_2''(p) \cdot \bar{z}_1 = \\ &= \bar{z}_1 \{ \alpha k_3 [(m_1 + L)p^2 + k_1 + k_2] + k_1 (Lp^2 + k_2) \} \times \\ &= \frac{\times \{ k_3 [(m_1 + L)p^2 + k_1 + k_2] + (Lp^2 + k_2)(m_1 p^2 + k_1) \}}{[(m_1 + L)p^2 + k_1 + k_2] A(p)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Найдем отношение динамических реакций $|\bar{R}_{m_2}|$ и $|\bar{R}_{\text{опор}}|$, используя приемы, изложенные в работе [18]:

$$N(\omega) = \frac{|\bar{R}_{m_2}|}{|\bar{R}_{\text{опор}}|} = \frac{\{ \alpha k_3 [(m_1 + L)p^2 + k_1 + k_2] + k_1 (Lp^2 + k_2) \} \times \{ k_3 [(m_1 + L)p^2 + k_1 + k_2] + (Lp^2 + k_2)(m_1 p^2 + k_1) \}}{\{ [\alpha k_3^2 (m_1 + L) + k_1^2 (m_2 + L) + k_1 k_3 L (1 + \alpha)] p^2 + \alpha k_3^2 (k_1 + k_2) + k_1^2 (k_2 + k_3) + k_1 k_2 k_3 (1 + \alpha) \} \times [(m_1 + L)p^2 + k_1 + k_2]}. \quad (20)$$

Особенности динамических свойств систем, описываемых через соотношение реакций связей

Отношение реакций динамических связей в характерных точках исходной системы может рассматриваться как параметр, отражающий динамическое состояние системы с учетом особенностей, определяемых набором типовых элементов, условиями внешнего возмущения и выбором значений параметров.

1. В обычной механической колебательной системе с двумя степенями свободы ($m_1 \neq 0, L = 0, \alpha = 0$) амплитудно-частотная характеристика по координате

\bar{y}_1 имеет режим динамического гашения колебаний на частоте

$$\omega_{1\text{дин}}^2 = \frac{k_2 + k_3}{m_2}, \quad (21)$$

что следует из (8) при $L = 0$. Если $m_1 = 0, L = 0$, то исходная система редуцируется до системы с одной степенью свободы; при этом координата \bar{y}_1 аннулируется; частота собственных колебаний системы с одной степенью свободы в этом случае определяется выражением

$$\omega_{\text{соб}}^2 = \frac{k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_1 k_3}{m_2 (k_1 + k_2)} \quad (22)$$

Для оценки влияния параметров типовых элементов используется модельная задача, в которой рассматриваются изменения α (0, 0,5, 2); $m_1 = 100$ кг; $m_2 = 1000$ кг; $k_1 = 100000$ Н/м; $k_2 = 200000$ Н/м; $k_3 = 300000$ Н/м; L (0, 100 кг).

2. Отметим, что в общем случае в системе возможны проявления резонансных режимов на частотах собственных колебаний, определяемых из частотного характеристического уравнения (12). При переходе к амплитудно-частотным характеристикам (АЧХ) реакций связей, определяемым выражением (20), будут наблюдаться следующие особенности. К примеру, при $\omega \rightarrow \infty$ отношение $\frac{|\bar{R}_{m_2}|}{|\bar{R}_{\text{опор}}|}$ будет стремиться к пределу.

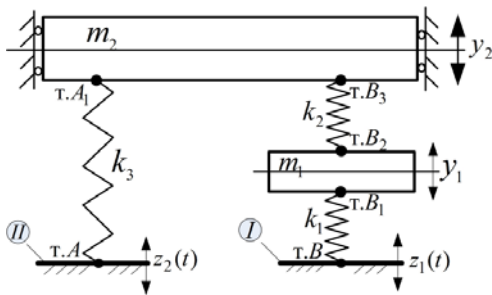
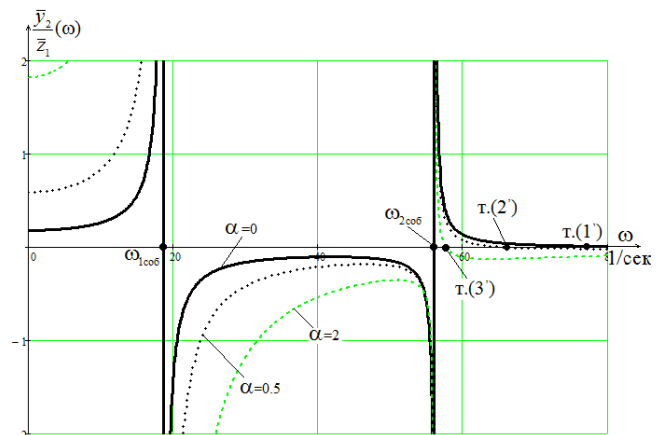
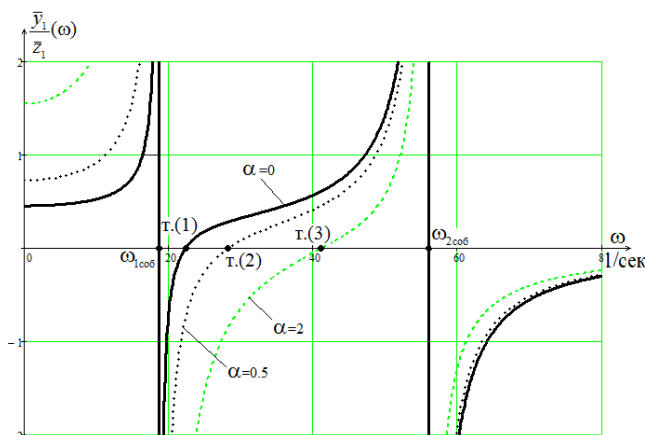


Рис. 4. Принципиальная схема механической цепной колебательной системы с двумя степенями свободы

Когда $L = 0$, $m_1 = 100$ кг, рассматриваемая система становится обычной цепной системой с двумя степенями свободы (рис. 4).

Если настроечным параметром выбирать m_1 , то это не всегда является рациональным из-за расхода материалов при требованиях больших m_1 . Если рассматривать возможности системы, полагая, что $L \neq 0$ (L – приведенная масса), то можно получать большие значения $m_1 + L$ за счет эффектов изменения приведенных параметров УПД, обеспечивая тем самым экономию расхода материалов (уменьшая m_1 до нулевых значений).

Амплитудно-частотные характеристики системы $\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_1}(\omega)$ и $\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_1}(\omega)$ при различных значениях α приводятся на рис. 5.



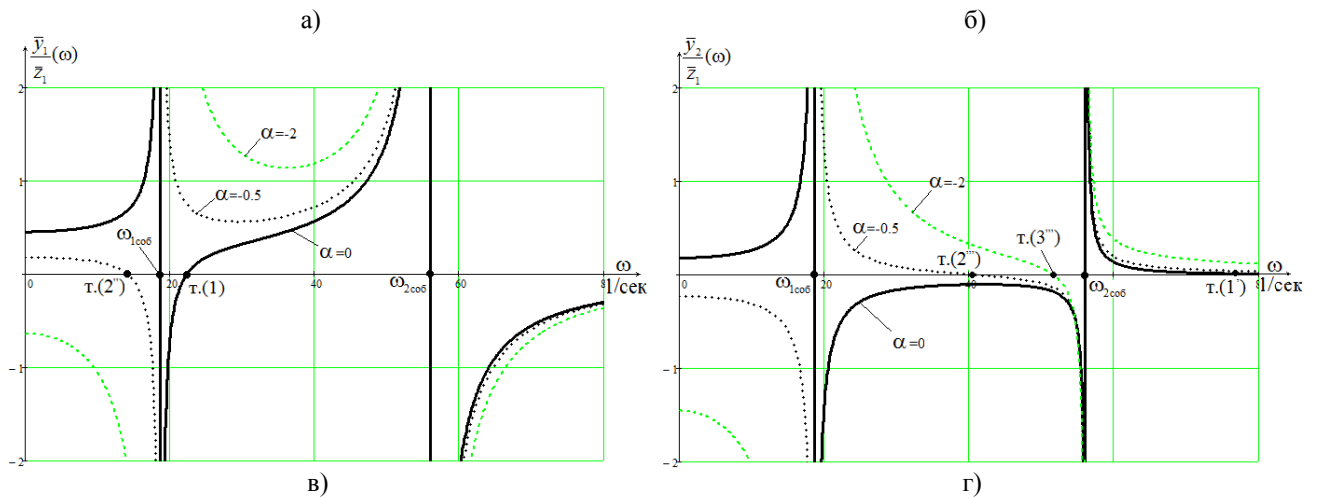


Рис. 5. Амплитудно-частотные характеристики системы: а - по координате \bar{y}_1 с $\alpha = 0, 0,5, 2$; б - по координате \bar{y}_2 с $\alpha = 0, 0,5, 2$; в - по координате \bar{y}_1 с $\alpha = 0, -0,5, -2$; г - по координате \bar{y}_2 с $\alpha = 0, -0,5, -2$

На рис. 5а графики $\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_1}(\omega)$ пересекаются с осью абсцисс (т.(1), т.(2), т.(3)) во втором диапазоне частот ($\omega_{1cоб} - \omega_{2cоб}$); с увеличением значений α точка пересечения перемещается направо - к $\omega_{2cоб}$; точки пересечения показывают частоты динамического гашения колебаний по координате \bar{y}_1 . В свою очередь, на рис. 5б точки пересечения графиков зависимостей $\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_1}(\omega)$ с осью абсцисс (т.(1'), т.(2'), т.(3')) перемещаются в третий диапазон частот ($\omega_{2cоб} - \infty$). На рис. 5в т.(1) - точка пересечения $\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_1}(\omega)$ с осью абсцисс, которая находится во втором диапазоне частот соответственно значению $\alpha = 0$ (рис. 5а); т.(2'') находится в первом диапазоне для значения $\alpha = -0,5$; со значением $\alpha = -2$ не будет частоты динамического гашения колебаний (точка пересечения отсутствует). На рис. 5г показано, что при $\alpha = -0,5, -2$ точки пересечения графиков зависимостей $\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_1}(\omega)$ (т.(2'''), т.(3''')) размещаются во втором диапазоне частот (по сравнению с т.(2'), (3') на рис. 5б). Таким образом, коэффициент связности внешних воздействий α облада-

ет возможностями существенного влияния на АЧХ по координатам \bar{y}_1 и \bar{y}_2 .

3. Частотная диаграмма (рис. 6) представляет собой графики частот динамического гашения колебаний (которые определяются из числителей выражений (13), (14)), собственных и парциальных частот в зависимости от коэффициента связности α .

На рис. 6 точки (1) и (2) представляют собой пересечения графиков $\omega_{1дин}^2(\alpha)$ и $\omega_{2дин}^2(\alpha)$; в этих же точках происходит пересечение с графиками $\omega_{1cоб}^2(\alpha)$ и $\omega_{2cоб}^2(\alpha)$ (эти графики являются прямыми), поскольку собственные частоты не зависят от коэффициента связности α .

Отметим, что при действии на систему двух синфазных гармонических возмущений в ней может формироваться специфический режим, когда система с двумя степенями свободы изменяет свою структуру и проявляет частотные характеристики, которыми обладают системы с одной степенью свободы (динамический эффект изменения структуры).

4. Для определения динамических состояний через отношение реакций связей выражение (20) при $L = 0$ трансформируется в выражение

$$\frac{|\overline{R}_{m_2}|}{|\overline{R}_{опор}|} = \frac{[\alpha k_3(m_1 p^2 + k_1 + k_2) + k_1 k_2] \times [k_3(m_1 p^2 + k_1 + k_2) + k_2(m_1 p^2 + k_1)]}{[(\alpha k_3^2 m_1 + k_1^2 m_2) p^2 + \alpha k_3^2 (k_1 + k_2) + k_1^2 (k_2 + k_3) + k_1 k_2 k_3 (1 + \alpha)] \times (m_1 p^2 + k_1 + k_2)}. \quad (23)$$

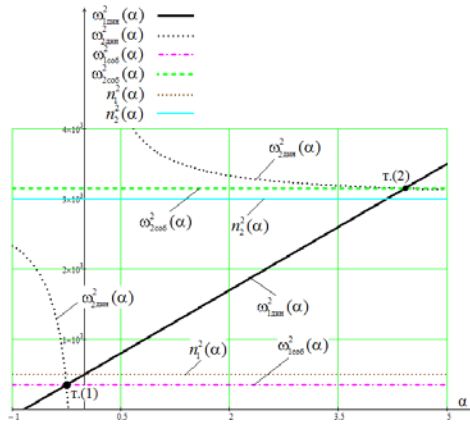


Рис. 6. Частотная диаграмма системы

Из числителя частоты обнуления отношения реакций связей (23) могут быть найдены

$$\omega_{дин1R}^2 = \frac{\alpha k_3 (k_1 + k_2) + k_1 k_2}{\alpha m_1 k_3}, \quad (24)$$

$$\omega_{дин2R}^2 = \frac{k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_1 k_3}{m_1 (k_2 + k_3)}. \quad (24')$$

При определенных частотах отношение реакций связей $\frac{|\overline{R}_{m_2}|}{|\overline{R}_{опор}|}$ может принимать бесконечно большое значение:

$$\omega_{макс1R}^2 = \frac{\alpha k_3^2 (k_1 + k_2) + k_1^2 (k_2 + k_3) + k_1 k_2 k_3 (1 + \alpha)}{\alpha k_3^2 m_1 + k_1^2 m_2}, \quad (25)$$

$$\omega_{макс2R}^2 = \frac{k_1 + k_2}{m_1}. \quad (25')$$

Из выражения (25') следует, в частности, что $\omega_{макс2R}^2$ не зависит от α , поэтому существует определенная частота, при которой отношение реакций связей аннулируется для всех значений α .

При условии, что $\omega \rightarrow \infty$, отношение реакций связей стремится к пределу:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{|\overline{R}_{m_2}|}{|\overline{R}_{опор}|} = \frac{\alpha k_3 m_1 (k_2 + k_3)}{\alpha k_3^2 m_1 + k_1^2 m_2}. \quad (26)$$

Частотные характеристики отношения реакций связей приведены на рис. 7.

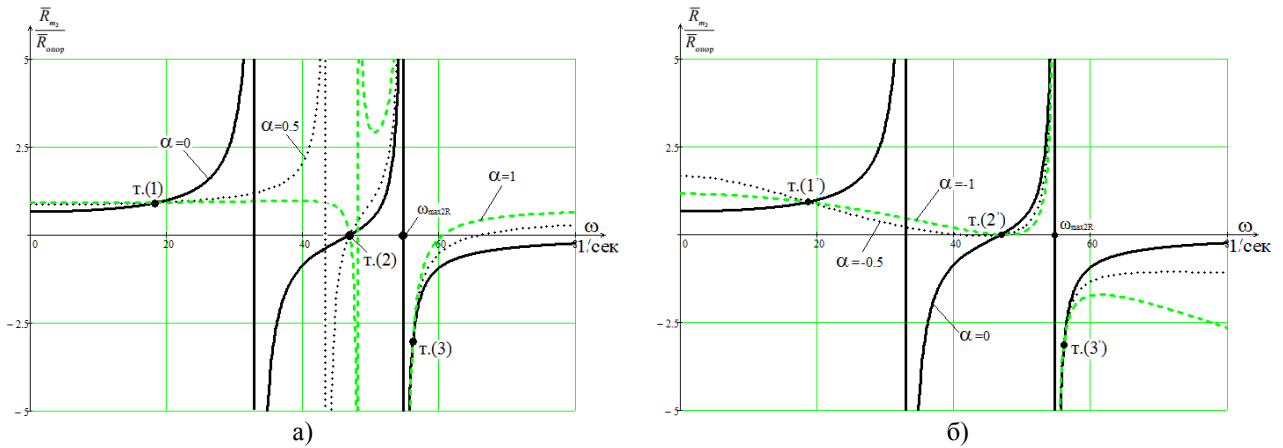


Рис. 7. Частотные характеристики отношения реакций связей при $m_1 = 100$ кг, $L = 0$:
 а - $\alpha = 0, 0,5, 1$; б - $\alpha = 0, -0,5, -1$

На частоте $\omega_{\text{дин2R}}$ графики отношения реакций связей, как было ранее упомянуто, пересекаются с осью абсцисс (т.(2) на рис. 7а и т.(2') на рис. 7б) вне зависимости от коэффициента α , как это определялось из (24'). На рис. 7а все графики отношения реакций связей с положительными значениями α еще проходят через общие

точки - т.(1) и т.(3), соответственно т.(1') и т.(3') на рис. 7б - для отрицательных значений α .

5. При введении $m_1 = 100$ кг, $L = 100$ кг амплитудно-частотные характеристики системы при различных значениях α приводятся на рис. 8.

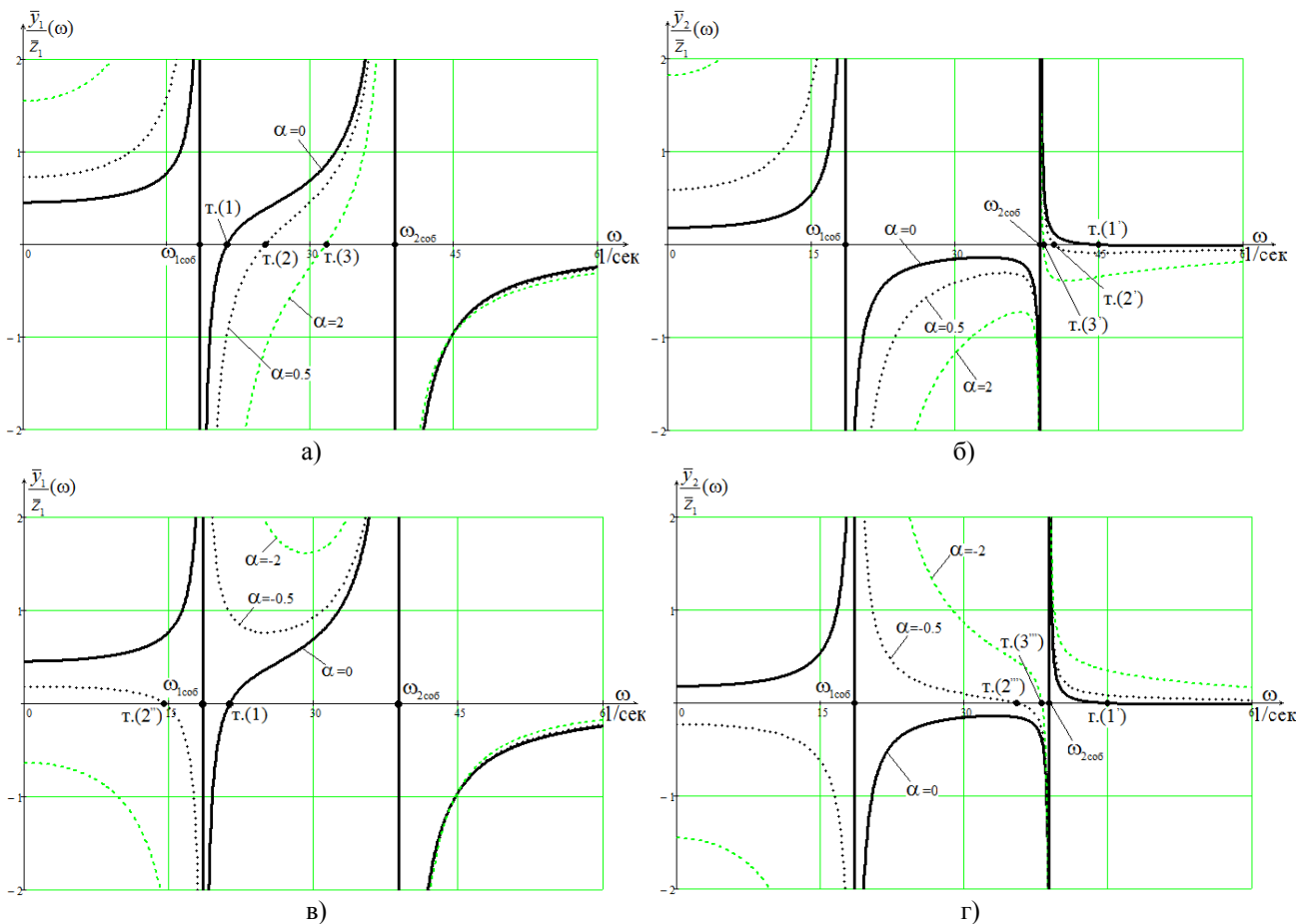


Рис. 8. Амплитудно-частотные характеристики системы: а - по координате \bar{y}_1 с $\alpha = 0, 0,5, 2$;
 б - по координате \bar{y}_2 с $\alpha = 0, 0,5, 2$; в - по координате \bar{y}_1 с $\alpha = 0, -0,5, -2$; г - по координате \bar{y}_2 с $\alpha = 0, -0,5, -2$

Отметим, что АЧХ системы при включении УПД (рис. 8) имеют такие же формы, как и АЧХ системы при отсутствии УПД (рис. 5).

Из числителя уравнения (20) получим три частоты обнуления отношения реакций связей. Одна из частот имеет вид

$$\omega_{\text{дин.3}}^2 = \frac{\alpha k_3(k_1 + k_2) + k_1 k_2}{\alpha k_3(m_1 + L) + k_1 L}. \quad (27)$$

Остальные две частоты обнуления являются корнями биквадратного уравнения

$$k_3[-(m_1 + L)\omega^2 + k_1 + k_2] + (-L\omega^2 + k_2)(-m_1\omega^2 + k_1) = 0. \quad (28)$$

Из знаменателя выражения (20) следует, что отношение реакций связей $\frac{|\bar{R}_{m_2}|}{|\bar{R}_{\text{опор}}|}$ принимает бесконечно большое значение при частотах

$$\omega_{\text{max } 3R}^2 = \frac{\alpha k_3^2(k_1 + k_2) + k_1^2(k_2 + k_3) + k_1 k_2 k_3(1 + \alpha)}{\alpha k_3^2(m_1 + L) + k_1^2(m_2 + L) + k_1 k_3 L(1 + \alpha)}, \quad (29)$$

$$\omega_{\text{max } 4R}^2 = \frac{k_1 + k_2}{m_1 + L}. \quad (29')$$

На графиках отношения реакций $N(\omega) = \frac{|\bar{R}_{m_2}|}{|\bar{R}_{\text{опор}}|}$ (рис. 9) показано, что имеет-ся общая частота $\omega_{\text{max } 4R}$, при которой отношение реакций связей достигает бесконечно большого значения независимо от

значения α . При $\omega \rightarrow \infty$ отношение $\frac{|\bar{R}_{m_2}|}{|\bar{R}_{\text{опор}}|}$ неограниченно возрастает. Частотные характеристики отношения реакций связей при различных значениях α приведены на рис. 9.

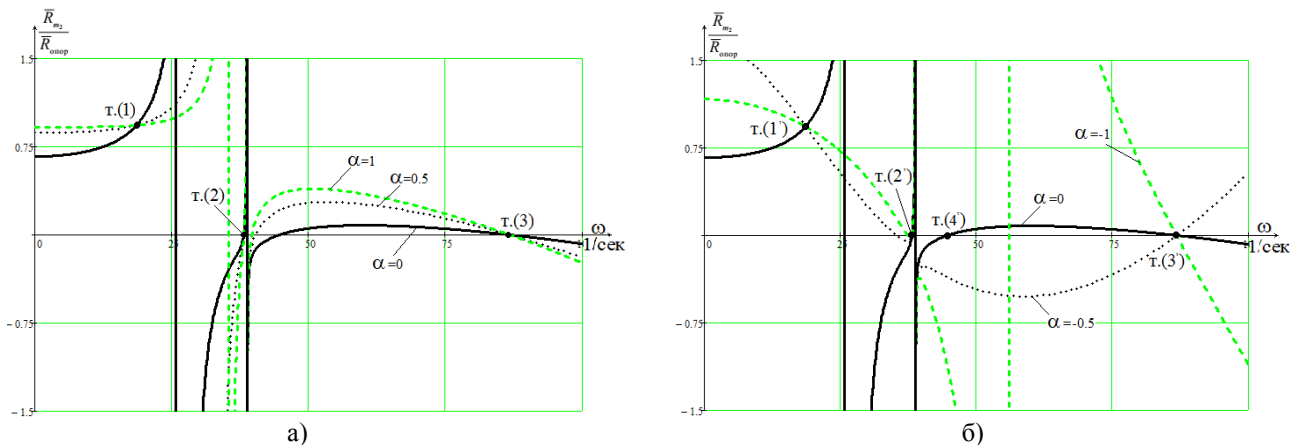


Рис. 9. Частотные характеристики отношения реакций связей при $m_1 = 100$ кг, $L = 100$ кг:
а - $\alpha = 0, 0,5, 1$; б - $\alpha = 0, -0,5, -1$

На рис. 9а все графики отношения реакций связей с положительными значениями α проходят через общую точку - т.(1). То же самое можно отметить в т.(1') на рис. 9б для отрицательных значений α . Отметим также, что графики отношения реакций связей пересекаются с осью абсцисс (т.(2), т.(3) на рис. 9а и т.(2'), т.(3') на рис. 9б) независимо от коэффициента α , что следует из выражения (28). При опре-

деленных условиях график отношения реакций связей может принимать специфический режим в т.(4'). Таким образом, при любых значениях коэффициента связности α графики зависимостей $N(\omega)$ пересекаются на одной и той же общей частоте. Такие динамические эффекты имеют значение для разработки технологий управления динамическими состояниями технических объектов.

Заключение

Автором предложен метод построения математических моделей системы транспортных подвесок, позволяющий оценивать их динамические возможности при действии различных внешних возмущений, в том числе и при одновременном действии нескольких факторов.

Идея метода заключается в использовании структурной математической модели в виде структурной схемы эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления. Показано, что структурная схема подвески с выделенным объектом, динамическое состояние которого оценивается, может рассматриваться в качестве основы для определения динамической жесткости системы в характерных точках. Это позволяет, в свою очередь, определять динамические реакции связей как произведение динамиче-

ской жесткости на динамическое смещение рассматриваемой точки, определяемое передаточной функцией системы.

В работе вводится понятие об амплитудно-частотных характеристиках, в которых выходным сигналом служит динамическая реакция связей. Анализ показывает, что изменения динамических реакций связей могут существенно отличаться от представлений о динамических свойствах систем, получаемых обычным способом. Настройка динамических подвесок, оценка их динамических свойств могут осуществляться при использовании такой динамической характеристики, как отношение реакций связей, возникающих на опорной поверхности и защищаемом объекте. При этом управление динамическим состоянием может производиться путем изменения отношения жесткостей системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Clarence, W. *Vibration. Fundamentals and Practice* / W. Clarence, De Silva. - Boca Raton; London; New York; Washington, D.C.: CRC Press, 2000. - 957 p.
2. Karnovsky, I.A. *Theory of vibration protection* / I.A. Karnovsky, E. Lebed. - Switzerland: Springer, 2016. - 708 p.
3. Eliseev, S.V. *Dynamics of Mechanical Systems with Additional Ties* / S.V. Eliseev, A.V. Lukyanov, Yu.N. Reznik, A.P. Khomenko. - Irkutsk: Irkutsk State University, 2006. - 315 p.
4. Елисеев, С.В. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов / С.В. Елисеев, Ю.Н. Резник, А.П. Хоменко, А.А. Засядко. - Иркутск: Изд-во ИГУ, 2008. - 523 с.
5. Елисеев, С.В. Прикладная теория колебаний в задачах динамики линейных механических систем / С.В. Елисеев, А.И. Артюнин. - Новосибирск: Наука, 2016. - 459 с.
6. Левитский, Н.И. Колебания в механизмах / Н.И. Левитский. - М.: Наука, 1988. - 336 с.
7. Елисеев, С.В. Рычажные связи в динамических взаимодействиях элементов механических колебательных систем / С.В. Елисеев, В.Б. Кашуба, Е.В. Каимов, А.В. Николаев // Проблемы машиностроения и автоматизации. - М., 2017. - № 2. - С. 39-50.
8. Елисеев, С.В. Крутильные колебания в передачах как задачи виброзащиты и виброизоляции / С.В. Елисеев, М.А. Драч // Трибофатика: материалы V междунар. симп. - Иркутск, 2005. - С. 289-305.
9. Паршута, Е.А. Механизмы в механических колебательных системах как форма введения дополнительных связей / Е.А. Паршута // Интеллектуальные и материальные ресурсы Сибири: материалы регион. науч.-практ. конф. - Иркутск, 2013. - С. 42-48.
10. Ленк, А. Электромеханические системы. Системы с сосредоточенными параметрами / А. Ленк. - М.: Мир, 1978. - 283 с.
11. Коренев, Б.Г. Динамические гасители колебаний: теория и технические приложения / Б.Г. Коренев, Л.М. Резников. - М.: Наука, 1988. - 304 с.
12. Елисеев, С.В. Динамическое гашение колебаний: концепция обратной связи и структурные методы математического моделирования / С.В. Елисеев, А.П. Хоменко. - Новосибирск: Наука, 2014. - 357 с.
13. Белокобыльский, С.В. Динамика механических систем. Рычажные и инерционно-упругие связи / С.В. Белокобыльский, С.В. Елисеев, И.С. Ситов. - СПб.: Политехника, 2013. - 319 с.
14. Елисеев, С.В. О поведении механических систем с устройствами для преобразования движения / С.В. Елисеев, А.А. Засядко // Вибрационная защита и надежность приборов, машин и механизмов. - Иркутск: ИрГТУ, 1973. - С. 4-14.
15. Елисеев, С.В. Управление колебаниями с помощью пневматических устройств / С.В. Елисеев,

- П.А. Лондих // Теория активных виброзащитных систем. - Иркутск: ИрГТУ, 1974. - С. 85-103.
16. Пат. 133232 RU, МПК F16F7/10; F16F15/04. Устройство для гашения колебаний / С.В. Елисеев, А.А. Савченко, А.Н. Трофимов, Е.А. Паршута, А.И. Артюнин. - № 2013105925/11; заявл. 12.02.13; опубл. 10.10.13, Бюл. № 28.
17. Елисеев, С.В. Задачи защиты оборудования и приборов: математические модели на основе квазиэлементов / С.В. Елисеев, Р.С. Большаков, А.Н. Трофимов // Решетневские чтения: материалы науч.-практ. конф. - Красноярск, 2015. - Т. 1. - № 19. - С. 451-453.
18. Кашуба, В.Б. Динамические реакции в соединениях элементов механических колебательных систем / В.Б. Кашуба, С.В. Елисеев, Р.С. Большаков. - Новосибирск: Наука, 2017. - 331 с.
1. Clarence, W. *Vibration. Fundamentals and Practice* / W. Clarence, De Silva. - Boca Raton; London; New York; Washington, D.C.: CRC Press, 2000. - pp.957
2. Karnovsky, I.A. *Theory of vibration protection* / I.A. Karnovsky, E. Lebed. - Switzerland: Springer, 2016. - pp.708
3. Eliseev, S.V. *Dynamics of Mechanical Systems with Additional Ties* / S.V. Eliseev, A.V. Lukyanov, Yu.N. Reznik, A.P. Khomenko. - Irkutsk: Irkutsk State University, 2006. - pp. 315.
4. Eliseev, S.V. *Dynamic Synthesis in Generalized Problems of Vibroprotection and Vibration Insulation of Engineering Objects* / S.V. Eliseev, Yu. Reznik, A.P. Khomenko, A.A. Zasyadko. - Irkutsk: Publishing House of MSU, 2008. - pp. 523.
5. Eliseev, S.V. *Applied Theory of Oscillations in Problems of Linear Engineering System Dynamics* / S.V. Eliseev, A.I. Artyunin. - Novosibirsk: Science, 2016. - pp. 459.
6. Levitsky, N.I. *Oscillations in Mechanisms* / N.I. Levitsky. - M.: Science, 1988. - pp. 336.
7. Eliseev, S.V. Leverage ties in dynamic interactions of engineering oscillation system elements / S.V. Eliseev, V.B. Kashuba, E.V. Kaimov, A.V. Nikolaev // *Problems of Mechanical Engineering and Automation*. - 2017. - No. 2. - pp. 39-50.
8. Eliseev, S.V. Torsional Oscillations in Gears as Problems of Vibroprotection and Vibration Insulation / S.V. Eliseev, M.A. Drach // *Tribo-fatigue: Proceedings of the V-th Inter. Symposium*. - Irkutsk, 2005. - pp. 289-305.
9. Parshuta, E.A. Mechanisms in engineering oscillation systems as a form of additional tie introduction / E.A. Parshuta // *Intelligent and Material Resources of Siberia: Proceedings of the Regional Scientific Pract. Conf.* - Irkutsk, 2013. - pp. 42-48.
10. Lenk, A. *Electromechanical Systems. Systems with Concentrated Parameters* / A. Lenk. - M.: Mir, 1978. - pp. 283.
11. Korenev, B.G. *Oscillations Dynamic Dampers: Theory and Engineering Applications* / B.G. Korenev, L.M. Reznikov. - M.: Science, 1988. - pp. 304.
12. Eliseev, S.V. *Oscillations Dynamic Damping: Concept of Feedback and Structural Methods of Mathematical Modeling* / S.V. Eliseev, A.P. Khomenko. - Novosibirsk: Science, 2014. - pp. 357.
13. Belokobylsky, S.V. *Engineering System Dynamics. Leverage and Inertia-Elastic Ties* / S.V. Belokobylsky, S.V. Eliseev, I.S. Sitov. - S-Pb.: Polytechnic, 2013. - pp. 319.
14. Eliseev, S.V. On Behavior of engineering systems with devices for motion transformation / S.V. Eliseev, A.A. Zasyadko // *Vibration Protection and Reliability of Devices, Machines and Mechanisms*. - Irkutsk: IrSTU, 1973. - pp. 4-14.
15. Eliseev, S.V. Oscillations control using pneumatic devices / S.V. Eliseev, P.A. Lontsikh // *Theory of Active Vibration Protection Systems*. - Irkutsk: IrSTU, 1974. - pp. 85-103.
16. Пат. 133232 RU, IPC F16F7/10; F16F15/04. *Device for Oscillations Damping* / S.V. Eliseev, A.A. Sавченко, А.Н. Трофимов, Е.А. Паршута, А.И. Артюнин. - No. 2013105925/11; applied 12.02.13; published 10.10.13, Bull. No. 28.
17. Eliseev, S.V. Problems in protection of equipment and devices: simulators based on quasi-elements / S.V. Eliseev, R.S. Bolshakov, A.N. Trofimov // *The Reshetnikov's Readings: Proceedings of the Scientific Pract. Conf.* - Krasnoyarsk, 2015. - Vol.1. - No. 19. - pp. 451-453.
18. Kashuba, V.B. *Dynamic Reactions in Compositions of Elements of Engineering Oscillation Systems* / V.B. Koshuba, S.V. Eliseev, R.S. Bolshakov. - Novosibirsk: Science, 2017. - pp. 331.

Статья поступила в редакцию 29.04.18.

Рецензент: д.т.н., профессор Иркутского национального исследовательского
технического университета
Соболев В.И.

Статья принята к публикации 14.05.18.

Сведения об авторах:

Вьонг Куанг Чык, аспирант Иркутского государственного университета путей сообщения, e-mail: trucvq1990@gmail.com.

Vyong Kuang Chyk, Post Graduate Student of Irkutsk State University of Communications, e-mail: trucvq1990@gmail.com.