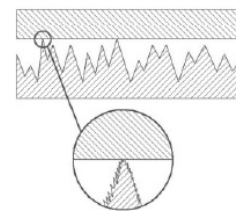


Качество поверхностного слоя, контактное взаимодействие, трение и износ деталей машин



Научноёмкие технологии в машиностроении. 2024. № 12 (162). С. 31-38.
Science intensive technologies in mechanical engineering. 2024. № 12 (162). P. 31-38.

Научная статья
УДК 539.9
doi: 10.30987/2223-4608-2024-31-38

Моделирование износа при трении качения с проскальзыванием

Михаил Александрович Шилов¹, к.т.н.
Павел Владимирович Королёв², к.т.н.

^{1, 2} Ивановский государственный энергетический университет, Иваново, Россия

¹ mshilov@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-6445-3303>

² vedunking@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2196-8136>

Аннотация. В работе рассматриваются разработанные авторами математическая и численная модели изнашивания эластомерных материалов при стационарном качении с проскальзыванием. При разработке математической модели были использованы классические представления о кинематических характеристиках качения массивной эластомерной шины по абразивной поверхности диска. Для описания интенсивности изнашивания в модели использованы представления о износе сформулированные Д. Арчардом и модифицированные применительно к исследуемым объектам – резинам на основе каучуков СКИ-3 и СКС-30-АРКМ-15, армированных углеродными наноструктурами. Численная реализация математической модели выполнена в программном комплексе Matlab. С целью упрощения численного расчета было принято решение о переходе модели качения с проскальзыванием к модели о чистом скольжении. Выбор шага интегрирования по времени позволил стабилизировать неустойчивость решения. Таким образом в численной модели рассматривалось скольжение эластомерного цилиндра по абразивной поверхности диска со скоростью, равной скорости проскальзывания и варьированием нормальной нагрузки. В качестве численного метода расчета использован метод конечных элементов (МКЭ). При фиксированной глубине вдавливания проведена верификация разработанной модели. По результатам моделирования получены зависимости интенсивности изнашивания эластомерного материала от величины удельных давлений. Сравнительный анализ результатов моделирования и данных, полученных экспериментальным путем, позволил установить из разницу на уровне 20 процентов, что может быть связано с ограничениями модели, которая не учитывает тепловые характеристики материалов. Таким образом разработанная модель показала свою состоятельность и в дальнейшем будет доработана с учетом выявленных ограничений.

Ключевые слова: математическая модель, трение, качение

Для цитирования: Шилов М.А., Королёв П.В. Моделирование износа при трении качения с проскальзыванием // Научноёмкие технологии в машиностроении. 2024. № 12 (162). С. 31–38.
doi: 10.30987/2223-4608-2024-31-38

Wear simulation for rolling friction with sliding movement

Mikhail A. Shilov¹, PhD. Eng.
Pavel V. Korolev², PhD. Eng.

^{1, 2} Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russia

¹ mshilov@yandex.ru

² vedunking@mail.ru

Abstract. The paper views mathematical and numerical models of wear of elastomeric materials developed by the authors in dead rolling with sliding movement. When developing a mathematical model, classical ideas about the kinematic characteristics of a massive elastomeric tire rolling along the abrasive surface of the disc were used. To describe the intensity of wear, the model uses the

concepts of wear formulated by D. Archard and modified in relation to the studied objects - rubber-based resin elastics SRI-3 and SRS-30-ARKM-15 rubbers reinforced with carbon nanostructures. The numerical implementation of the mathematical model is performed in the Matlab software package. In order to simplify the numerical calculation, it was decided to switch the rolling slip model to the pure sliding model. The choice of the integration step in time allowed to stabilize the instability of the solution. Thus, the numerical model examined sliding of an elastomeric cylinder along the abrasive surface of the disk at a speed equal to the sliding speed and varying the normal load. The finite element method (FEM) was used as a numerical calculation method. At a fixed depth of indentation, the verification of the developed model was carried out. According to the simulation results, the dependences of the wear intensity of an elastomeric material on the magnitude of specific pressures are obtained. A comparative analysis of the simulation results and the data obtained experimentally make it possible to determine the difference at the level of 20 percent, which may be due to the limitations of the model when thermal characteristics of the materials are not taken into consideration. Thus, the developed model has demonstrated its viability and will be further refined upon taking into account the identified limitations.

Keywords: mathematical model, friction, rolling

For citation: Shilov M.A., Korolev P.V. Wear simulation for rolling friction with sliding movement / Science intensive technologies in mechanical engineering. 2024. № 12 (162). P. 31–38. doi: 10.30987/2223-4608-2024-31-38

Введение

Для описания поведения эластомеров при трении качения с проскальзыванием была разработана модель по схеме трения «палец-плоскость». В основе модели лежит Эйлеро-Лагранжевый подход к описанию процесса изнашивания [1 – 4].

Математическая модель

При создании модели использованы следующие предположения и допущения. Движение деформируемого твердого тела (сплошного эластомерного диска) было разложено на две составляющие: движение жесткого тела и наложенной на это движение деформации (рис. 1). Такой подход позволил перейти от кинематического описания устойчивого перемещения контакта к устойчивому качению в пространстве. Деформируемое тело вращалось с постоянной угловой скоростью качения ω_1 вокруг жесткой оси \vec{m} с центром в точке X_0 , которая, в свою очередь, вращалась с постоянной угловой скоростью ω_2 вокруг фиксированной нормали \vec{n} с центром в точке X_y . Движение частицы X диска в момент времени t состояло из жесткого вращения качения к положению Y , описываемого следующим выражением:

$$Y = R_s \cdot (X - X_0) + X_0 \quad (1)$$

где R_s – матрица вращательного движения. Она определялась следующим уравнением:

$$R_s = e^{\widehat{\omega}_A \cdot t}, \quad (2)$$

где $\widehat{\omega}_A$ – кососимметричная матрица, связанная с вектором вращения, $\widehat{\omega}_A = \omega \cdot m$.

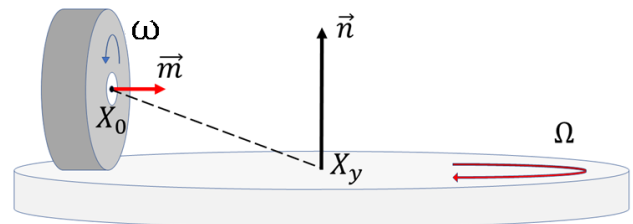


Рис. 1. Модель устойчивого качения эластомерного диска

Fig. 1. The model of dead rolling of an elastomeric disk

С учетом этого предположения скорость частицы имела вид:

$$v = \dot{y} = \dot{R}_c \cdot (x - X_c) + R_c \cdot x. \quad (3)$$

Для описания деформации диска вводили карту, с помощью которой определяли положение точки x в момент времени t как функцию ее местоположения Y в момент t так, что

$$x = \chi(Y, t). \quad (4)$$

Учитывая найденную временную производную, скорость и ускорение частицы можно записать в виде:

$$v = \Omega n \times (x - X_c) + \omega R R_c \cdot \frac{\partial \chi}{\partial s} + R_c \cdot \frac{\partial \chi}{\partial t} \quad (5)$$

и

$$a = \Omega^2 (nn - I) \cdot (x - X_c) + 2\omega \Omega R n \times R_c \cdot \frac{\partial \chi}{\partial s} + 2\Omega n \times R_c \cdot \frac{\partial \chi}{\partial t} + \omega^2 R^2 R_c \cdot \frac{\partial^2 \chi}{\partial s^2} + 2\omega R R_c \cdot \frac{\partial^2 \chi}{\partial s \partial t} + R_c \cdot \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} \quad (6)$$

Для получения выражений для скорости и ускорения в привязанной к телу системе отсчета используются следующие преобразования:

$$v_r = R_c^T \cdot v, \quad a_r = R_c^T \cdot a \quad (7)$$

такое, что

$$v_r = \Omega n \times (x - X_c) + \omega R \cdot \frac{\partial \chi}{\partial s} + \frac{\partial \chi}{\partial t} \quad (8)$$

и

$$a_r = \Omega^2 (nn - I) \cdot (x - X_c) + 2\omega \Omega R n \times \frac{\partial \chi}{\partial s} + 2\Omega n \cdot \frac{\partial \chi}{\partial t} + \omega^2 R^2 \cdot \frac{\partial^2 \chi}{\partial s^2} + 2\omega R \cdot \frac{\partial^2 \chi}{\partial s \partial t} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2}. \quad (9)$$

Для стационарного качения положим, что $\frac{\partial \chi}{\partial t} = 0$ и эти выражения можно свести к следующим уравнениям:

$$v_r = \Omega n \times (x - X_c) + \omega R \cdot \frac{\partial \chi}{\partial s}, \quad (10)$$

$$a_r = \Omega^2 (nn - I) \cdot (x - X_c) + 2\omega \Omega R n \times \frac{\partial \chi}{\partial s} + \omega^2 R^2 \cdot \frac{\partial^2 \chi}{\partial s^2}. \quad (11)$$

Первое слагаемое (11) можно рассматривать как ускорение, порождающее центробежные силы, которые возникают в результате вращения вокруг нормали n . Второе слагаемое определяло ускорение, порождающее силы Кориолиса. Последнее слагаемое объединяло ускорения, порождающие Кориолисовы и центробежные силы, возникающие в результате вращения вокруг m . Когда деформация однородна по окружности, оба эффекта Кориолиса исчезают, так что ускорение приводит

только к центробежным силам. При соприкосновении диска и поверхности относительная скорость имела вид:

$$v = v_D - v_R, \quad (12)$$

где v_D – скорость точки на деформированном диске, м/с; v_R – скорость точки на жестком основании, м/с. При качении с проскальзыванием скорость скольжения определяли уравнением:

$$\dot{\gamma}_\alpha = t_\alpha \cdot v = \Omega t_\alpha (n \times r) + \omega R t_\alpha \frac{\partial \chi}{\partial s} + t_\alpha \frac{\partial \chi}{\partial t} - t_\alpha \cdot v_R, \quad (13)$$

где t_α ($\alpha = 1, 2$) являются двумя ортогональными единичными векторами, касательными к контактной поверхности, такими, что $n = t_1 \times t_2$. При стационарном качении

справедливо условие: $\frac{\partial \chi}{\partial t} = 0$, согласно которому получаем окончательное выражение для скорости скольжения:

$$\dot{\gamma}_\alpha = t_\alpha \cdot v = \Omega t_\alpha (n \times r) + \omega R t_\alpha \frac{\partial \chi}{\partial s} - t_\alpha \cdot v_R. \quad (14)$$

При линейном качении от выражения $\Omega t_\alpha (n \times r)$ можно перейти к v_0 , тогда скорость скольжения может быть описана следующим образом:

$$\dot{\gamma}_\alpha = v_0 + \omega R t_\alpha \frac{\partial \chi}{\partial S} - t_\alpha \cdot v_R. \quad (15)$$

Для описания износа использовали модель Арчарда, согласно которой объем изношенного материала прямо пропорционален нормальной нагрузке P , длине пути трения L и обратно пропорционален твердости $H = f(C, \alpha_{op})$ более мягкого материала пары трения (в нашем случае эластомерного диска):

$$V = k \frac{P}{H} L, \quad (16)$$

где $k = f(C, \alpha_{op})$ – безразмерный коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом износа; α_{op} – угол ориентации; C – концентрация. Перейдя от нормальной нагрузки к давлению в контакте ($P = p \cdot A$, где A – площадь контакта, мм^2) и от длины контакта к скорости скольжения ($L = \dot{\gamma} \cdot t$, где $\dot{\gamma}$ – скорость скольжения, м/с, определяемая условием (15)) и с учетом временной зависимости объема изнашивания получим:

$$\dot{V} = k \frac{p \cdot A}{H} \left(v_0 + \omega R t_\alpha \frac{\partial \chi}{\partial S} - t_\alpha \cdot v_R \right). \quad (17)$$

Интенсивность изнашивания по модели соответственно равна:

$$I_m = \frac{\dot{V}}{A \dot{\gamma}} = k \frac{p}{H \dot{\gamma}} \left(v_0 + \omega R t_\alpha \frac{\partial \chi}{\partial S} - t_\alpha \cdot v_R \right). \quad (18)$$

Поскольку уравнение (18) аналитические не решается, нами было построено численное решение с применением метода конечных элементов. При рассмотрении поверхности эластомерного диска как многослойной ленты, предполагали, что один ребра одного слоя можно разбить на конечное число узлов и с учетом того, что износ каждого из них является средним в круговом направлении, коэффициент объемного износа для каждого слоя

ленты можно определить следующим уравнением:

$$\dot{V} = \frac{k}{H} \int_c p(x, t) \cdot \dot{\gamma}(x, t) dA, \quad (19)$$

где c – ширина эластомерного диска; x – положение точки на поверхности трения диска. При стационарном скольжении износ каждого слоя диска усреднен в круговом направлении, поэтому выражение скорости линейного изнашивания \dot{h}_i в i -м узле описывали следующим образом:

$$\dot{h}_i = \frac{\dot{V}}{A_i} = L \frac{k \sum_{i=1}^N p_i \dot{\gamma}_i m_i}{\sum_{i=1}^N A_i}, \quad (20)$$

где N – количество узлов вдоль длины окружности диска; A_i – площадь контакта в окрестности узла i , мм^2 ; m_i – ширина полосы около узла i . Соответственно, модель линейной интенсивности изнашивания имеет вид:

$$I_{mi} = \frac{\dot{h}_i}{\dot{\gamma}_i} = \frac{k t \sum_{i=1}^N p_i \dot{\gamma}_i m_i}{\sum_{i=1}^N A_i}. \quad (21)$$

В результате преобразований получили связь между математической и численной моделью изнашивания:

$$I_m = \sum_{i=1}^n I_{mi} \cong k \frac{p}{H \dot{\gamma}} \left(v_0 + \omega R t_\alpha \frac{\partial \chi}{\partial S} - t_\alpha \cdot v_R \right) \quad (22)$$

Численная модель

На основании модели нами получены результаты по определению износа диска при качении с проскальзыванием. Разработанная конечно-элементная модель износа представляет собой закрепленный резиновый цилиндрический образец с приложенной на него нагрузкой, трущийся об абразивный вращающийся диск [5] (рис. 2). Такая постановка позволяет оценить высоту износа только от нагрузки без влияния изменения геометрии под внешним давлением.

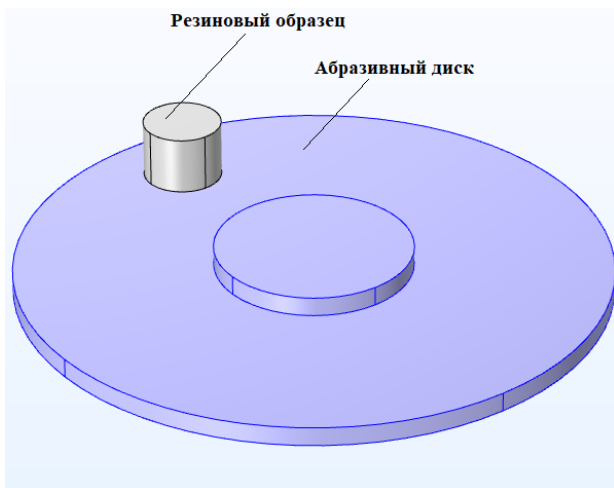


Рис. 2. Контактная модель диск-цилиндр

Fig. 2. The disk-cylinder contact model

На верхнюю поверхность резинового цилиндра прикладывали распределенную поверхностную нагрузку. Ее величина выбиралась исходя из реальных усилий, приходящихся на область контакта автомобильной шины. При средней массе легкового автомобиля 1,5 тонны, на одну шину приходится средняя нагрузка 375 кг. С учетом постоянства площади контакта цилиндра, аналогичная нагрузка для модели будет составлять 7 Н. Для простоты был сделан переход от качения с проскальзыванием к «чистому» скольжению со скоростью:

$$\dot{\gamma}_i = v_i - \omega_i r_i, \quad (23)$$

где v_i – линейная скорость i -й полосы диска; ω_i – частота вращения i -й полосы диска; r_i – радиус i -й полосы диска. Модель материала получали на основании экспериментальных данных. Затем для модели строили конечно-элементную сетку. При разбиении использовали трехмерный четырехузловой конечный элемент для абразивного диска и резинового образца методом swept. Для оптимизации конечно-элементной сетки абразивного диска было использовано местное её уплотнение вблизи контакта с резиновым образцом. Вид конечно-элементной сетки представлен на рис. 3.

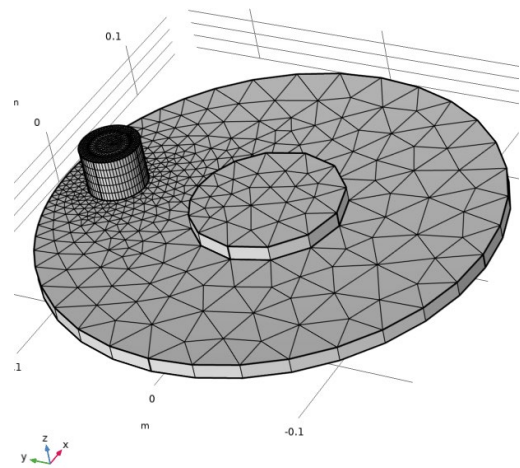


Рис. 3. Разбиение изучаемой модели на конечные элементы

Fig. 3. The division of the studied model into finite elements

Результаты

Решение задачи проводили в два шага. На первом, статическом шаге, проводилось прижатие цилиндрического образца к плоскости диска внешней нагрузкой. На втором шаге, квазистатическом, проводилось вращение абразивного диска вокруг своей оси со скоростью 5 км/ч [6]. В результате получали распределение глубины износа по контактирующей плоскости (рис. 4).

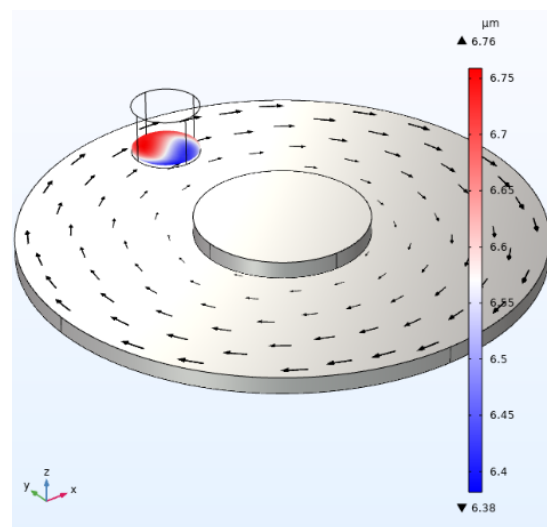


Рис. 4. Распределение величины износа цилиндрического эластомерного образца

Fig. 4. The distribution of the wear value of a cylindrical elastomeric sample

Варьируя величины приложенной нагрузки и времени проведения испытания, получали зависимость величины износа от изменяемых параметров (рис. 5). Анализ данных

моделирования показал, что увеличение скорости движения абразивного диска приводил к повышенному износу внешней части эластомерного цилиндра.

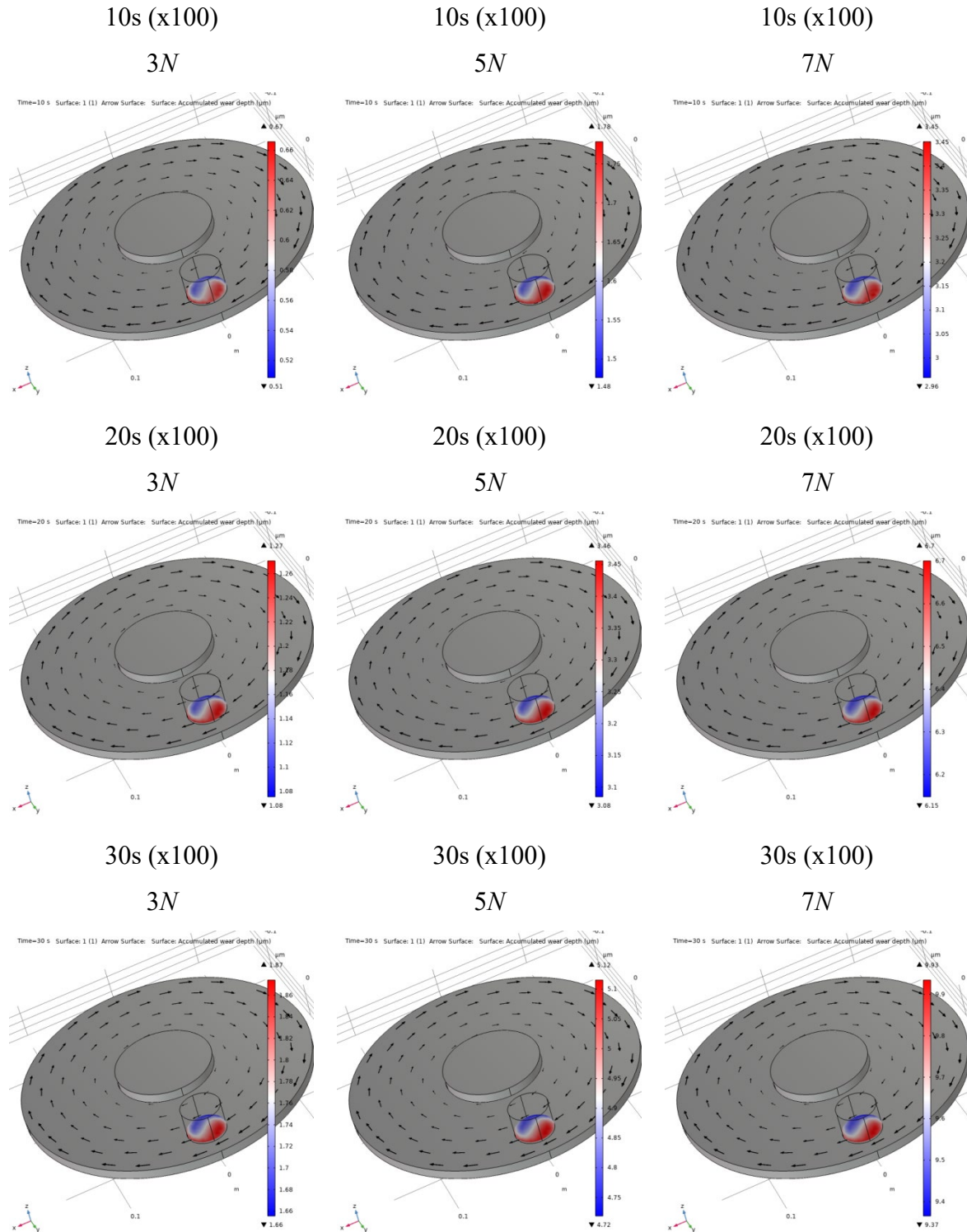


Рис. 5. Результаты зависимости величин износа эластомерного образца от нагрузки
Fig. 5. The results of the dependence of the wear values of the elastomeric sample on the load

Это связано с большей линейной скоростью в этой области контакта [7]. Использование результатов моделирования позволило нам построить зависимости интенсивности изнашивания от удельной нагрузки 0,1 до 1,5 МПа и ориентации углеродных нанотрубок (рис. 6).

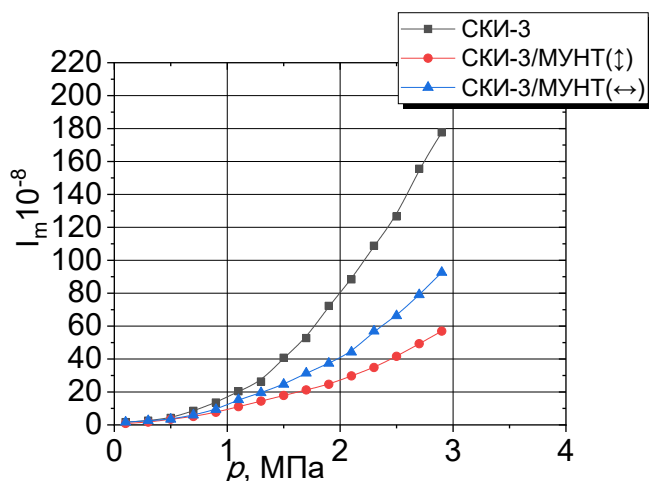


Рис. 6. Модельная зависимость интенсивности изнашивания СКИ-3 от ориентации УНТ и удельного давления при постоянной концентрации УНС 0,5 % масс., температуре $T = 22$ °С и скорости скольжения 0,5 м/с

Fig. 6. The model dependence of the SRI-3 wear intensity on the orientation of the CNT and the specific pressure at a constant carbon concentration of 0,5 % wt., temperature $T = 22$ °С and the velocity of 0,5 м/с

Анализируя зависимости интенсивностей изнашивания конечно-элементной модели, отметим их схожесть с экспериментальными. Разработанная конечно-элементная модель (цифровой двойник) позволяет определять и оптимизировать величины износа наноструктурированных эластомерных материалов на стадии их проектирования за счет варьирования параметров модели материала [8]. Основными критериями выбора модели материала являются:

- условия изготовления эластомерного материала;
- зависимость физико-механических свойств материала от типа, концентрации и ориентации углеродных наноструктур.

Обсуждение

Сравнение данных моделирования с результатами аналитического расчета цилиндрического эластомерного индентора было

проведено с учетом постоянства глубины вдавливания. Такой подход позволил уйти от фиксированной нормальной силы и дал возможность строить изношенный профиль эластомерного индентора. В разработанной нами модели рассматривался только износ эластомерного образца и не рассматривался износ абразивной поверхности диска, твердость которого много больше твердости эластомера, входящей в уравнение износа. Выбор шага интегрирования по времени позволяет стабилизировать вычисления, зафиксировать результаты при его минимизации и нивелировать неустойчивость решения. Сравнивая результаты моделирования с экспериментальными данными, отметим, что их величины почти на 20 % ниже. Это, на наш взгляд, связано с тем, что модель не учитывает такие факторы как тепловые свойства материала, шероховатость поверхности контактирующих тел, диссипацию энергии [9 – 11] и т. д.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Шилов М.А., Фомин С.В., Бритова А.А., Королев П.В. Исследование физико-механических свойств резины, армированных углеродными наноструктурами // Жидкие кристаллы и их практическое использование, 2020. Т. 20. № 4. С. 93–98.
2. Тобольский А. Свойства и структура полимеров. Москва: Химия, 1964. 322 с.
3. Треолар Л. Физика упругости каучука. М.: Изд-во иностр. лит.-ры., 1953. 240 с.
4. Ферри Дж. Вязкоупругие свойства полимеров. М.: Изд-во иностр. лит., 1963. 535 с.
5. Королёв П.В., Королева С.В., Шилов М.А. Программный комплекс «Model of sliding rubber» (свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU, 2022680449, от 2022667918. Заявка № 2022667918 от 30.09.2022.
6. Шилов М.А., Маслов Л.Б., Королев П.В. Исследование износостойкости наноструктурированных эластомеров, используемых в пневматических шинах в качестве протекторов // Жидкие кристаллы и их практическое использование, 2018. Т. 18. № 1. С. 73–78.
7. Шилов М.А., Смирнова А.И., Столбов Д.Н., Усольцева Н.В. Моделирование деформационных процессов углеродных нанотрубок // Жидкие кристаллы и их практическое использование, 2020. Т. 20, № 1. С. 85–91.
8. Королёв П.В., Шилов М.А. Моделирование износа эластомеров при качении с проскальзыванием // Надежность и долговечность машин и механизмов. Сборник материалов XIV Всероссийской научно-практической конференции. Иваново, 2023. С. 347–353.
9. Flory P.J. Principles of Polymer Chemistry // Cornell University Press, New York. Ithaca: 1953. pp. 432–494.

10. Hegadekatte V., Huber N., Kraft O. Finite element-based simulation of dry sliding wear // Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. 13–57.

11. Ajayan P.M., Schadler L.S., Braun P.V. Nanocomposite science and technology // Polym. Rev., 2007. 47. p. 217.

REFERENCES

1. Shilov M.A., Fomin S.V., Britova A.A., Korolev P.V. Investigation of physical and mechanical properties of rubbers reinforced by carbon nanostructured components // Liquid crystals and their practical use, 2020, vol. 20, no. 4, pp. 93–98.

2. Tobolsky A. Properties and structure of polymers. Moscow: Khimiya, 1964, 322 p.

3. Treolar L. The physics of rubber elasticity. Moscow: Publishing house of foreign literature, 1953. 240 p.

4. Ferry J. Viscoelastic properties of polymers. Moscow: Publishing House of Foreign Lit., 1963. 535 p.

5. Korolev P.V., Koroleva S.V., Shilov M.A. Software package «Model of sliding rubber» (certificate of registration

of a computer program RU, 2022680449, dated 2022667918. Application No. 2022667918 dated 30.09.2022.

6. Shilov M.A., Maslov L.B., Korolev P.V. Study of the wear resistance of nanostructured elastomers used in pneumatic tires as protectors // Liquid crystals and their practical use, 2018, vol. 18, no. 1, pp. 73–78.

7. Shilov M.A., Smirnova A.I., Stolbov D.N., Usoltseva N.V. Modeling of deformation processes of carbon nanotubes // Liquid crystals and their practical use, 2020, vol 20, no. 1. pp. 85–91.

8. Korolev P.V., Shilov M.A. Modeling of elastomer wear during rolling with slippage // Reliability and durability of machines and mechanisms. Proceedings of the XIV-th All-Russian Scientific and practical conference. Ivanovo, 2023, pp. 347–353.

9. Flory P.J. Principles of Polymer Chemistry // Cornell University Press, New York. Ithaca: 1953. pp. 432–494.

10. Hegadekatte V., Huber N., Kraft O. Finite element-based simulation of dry sliding wear // Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. 13–57.

11. Ajayan P.M., Schadler L.S., Braun P.V. Nanocomposite science and technology // Polym. Rev., 2007. 47. p. 217.

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.
Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article.
The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 27.05.2024; одобрена после рецензирования 16.08.2024; принята к публикации 03.09.2024

The article was submitted 27.05.2024; approved after reviewing 16.08.2024; assepted for publication 03.09.2024