

Научноёмкие технологии в машиностроении. 2024. № 1 (151). С. 41-48.
Science intensive technologies in mechanical engineering. 2024. № 1 (151). P. 41-48.

Научная статья

УДК 621.891

doi: 10.30987/2223-4608-2024-41-48

Фрактальная размерность дискретного контакта

Виктор Петрович Тихомиров¹, д.т.н.

Михаил Геннадьевич Шалыгин², д.т.н.

Михаил Александрович Измеров³, к.т.н.

Алексей Валентинович Крутов⁴, к.т.н.

^{1, 2, 3} Брянский государственный технический университет, Брянск, Россия

⁴ Московский государственный технический университет, Москва, Россия

¹ dm-bgtu@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7269-8175>

² migshalygin@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8102-9918>

³ m.izmerov@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4170-6184>

⁴ krutovlesha@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0000-0000-0000>

Аннотация. Произведена оценка параметров контактного взаимодействия инженерных поверхностей и их фрактальных моделей. Фрактальные модели очень хорошо описывают геометрическую структуру шероховатости, адекватны исходным инженерным поверхностям и имеют случайную составляющую при моделировании, которая позволяет каждый раз генерировать новую поверхность с исходными геометрическими параметрами, что даёт возможность проводить исследование контактного взаимодействия поверхностей необходимое количество раз. При решении контактных задач шероховатых поверхностей обычно для упрощения расчётов используют замену исходного контакта на взаимодействие гладкой поверхности с поверхностью, имеющую эквивалентную шероховатость, которую требуется определить. В работе изложены принципы нахождения фрактальной размерности инженерных поверхностей, а также эквивалентной поверхности при её контакте с гладкой, сопряжение которых эквивалентно контакту исходных поверхностей. При этом в настоящей работе показано, что для анизотропных исходных поверхностей имеем совершенно разные параметры контактного взаимодействия при разном направлении их сочетания, что необходимо учитывать при анализе и моделировании. Оценка фрактальной размерности эквивалентной поверхности производилась с помощью известного метода «периметр-площадь», который при определении параметров контактирования, включая фрактальную размерность, позволяет учесть направление следов обработки. Таким образом, в настоящей работе представлена методика определения фрактальной размерности как поверхности, так и фрактального объекта – карты пятен контакта, а также установлен диапазон изменения отношения фактической площади контакта к площади максимального пятна и предложена процедура оценки фрактальной размерности, необходимой для определения параметров контактного взаимодействия шероховатых поверхностей.

Ключевые слова: фрактальная размерность, инженерная поверхность, эквивалентная поверхность

Для цитирования: Тихомиров В.П., Шалыгин М.Г., Измеров М.А., Крутов А.В. Фрактальная размерность дискретного контакта // Научноёмкие технологии в машиностроении. 2024. № 1 (151). С. 41–48. doi: 10.30987/2223-4608-2024-41-48

Fractal dimension of a discrete contact

Viktor P. Tikhomirov¹, D. Eng.

Mikhail G. Shalygin², D. Eng.

Mikhail A. Izmerov³, Ph.D. Eng.

Alexei V. Krutov Ph.D. Eng.

^{1, 2, 3} Bryansk State Technical University, Bryansk, Russia

⁴ Moscow State Technical University

¹ dm-bgtu@yandex.ru

² migshalygin@yandex.ru

³ m.izmerov@yandex.ru

⁴ krutovlesha@yandex.ru

Abstract. Contact interaction ability rating for engineering surfaces and their fractal models is carried out. Fractal models describe roughness component geometry properly, they are adequate to the initial engineering surfaces and possess a random component when modeled, which makes it possible to generate a new surface with the desired geometric parameters at all times, allowing the study of the contact interaction of surfaces to be carried as many times as necessary. When solving contact problems of rough surfaces for simplification of calculations, the replacement of the initial contact with the interaction of a smooth surface with a surface having an equivalent roughness, necessary to be determined, is usually used. The paper outlines the principles of finding the

fractal dimension of engineering surfaces, as well as an equivalent surface in contact with a smooth one, when the conjugation of both is equivalent to the contact of the initial surfaces. At the same time, it is shown in this work that for anisotropic initial surfaces there are completely different parameters of contact interaction in different directions of their combination, which must be taken into account in the analysis and modelling. The fractal dimension of the equivalent surface was done using the well-known "perimeter-area" method, which, when determining the contact parameters, including the fractal dimension, allows taking into account the direction of the processing traces. Thus, this paper presents a method for determining the fractal dimension of both the surface and the fractal object, and also a contact spots map, an area ratio turndown for the actual contact area to the area of the maximum spot is shown as well, a procedure for estimating the fractal dimension necessary to determine the parameters of the contact interactions of rough surfaces, is proposed.

Keywords: fractal dimension, engineering surface, equivalent surface

For citation: Tikhomirov V.P., Shalygin M.G., Izmerov M.A., Krutov A.V. Fractal dimension of a discrete contact / Science intensive technologies in mechanical engineering. 2024. № 1 (151). P. 41–48. doi: 10.30987/2223-4608-2024-41-48

Известны способы определения фрактальной размерности профиля инженерной поверхности и самой поверхности [1]. Кроме того, рассмотрен подход к оценке фрактальной размерности соединения, которая зависит от фрактальных размерностей сопряженных поверхностей. Разработанный алгоритм и соответствующая программа позволяют оценить фрактальную размерность поверхности с помощью показателя Херста и метода «периметр-площадь» (рис. 1).

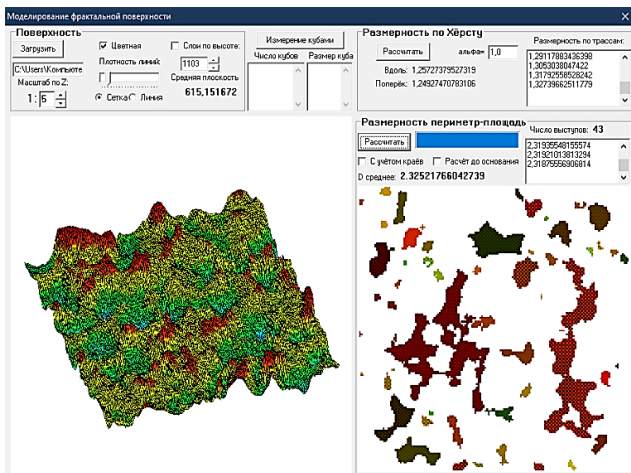


Рис. 1. К оценке фрактальной размерности

Fig. 1. For the assessment of the fractal dimension

Размерность по Херсту дает значение, равное 1,257 (для поверхности 2,257) вдоль одного направления и в перпендикулярном направлении – 1,249 (2,259). Практически можно считать данную поверхность изотропной. Оценка по методу «периметр–площадь» дает близкий результат и составляет 2,325.

На рис. 2 показаны выделенные пятна контакта, среди которых отмечено пятно, имеющее максимальную площадь a_L .

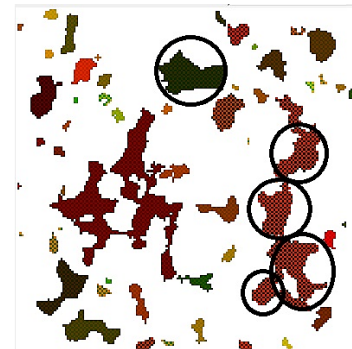


Рис. 2. Пятна контакта

Fig. 2. Contact spots

Площади пятен контакта являются площадями среза выступов на каком-то определенном уровне. На самом деле при определении площади пятна контакта следует учитывать состояние контакта: упругое, упругопластическое или пластическое. Так, при упругом контакте площадь физического контакта оказывается в два раза меньше, чем при пластическом. При оценке фрактальной размерности это обстоятельство не принимается во внимание, однако при оценке параметров контактного взаимодействия состояние контакта учитывается в уравнении размерного распределения площадей пятен контакта.

Параметры эквивалентной шероховатой поверхности

Расчет параметров контактного взаимодействия шероховатых поверхностей обычно производится путем адекватной замены на взаимодействие гладкой поверхности с эквивалентной шероховатой. Взаимодействие шероховатых поверхностей при малых нагрузках сопровождается формированием отдельных пятен, размеры и

форма которых зависят от параметров шероховатости сопряженных тел и направлением следов обработки (рис. 3 и рис. 4).

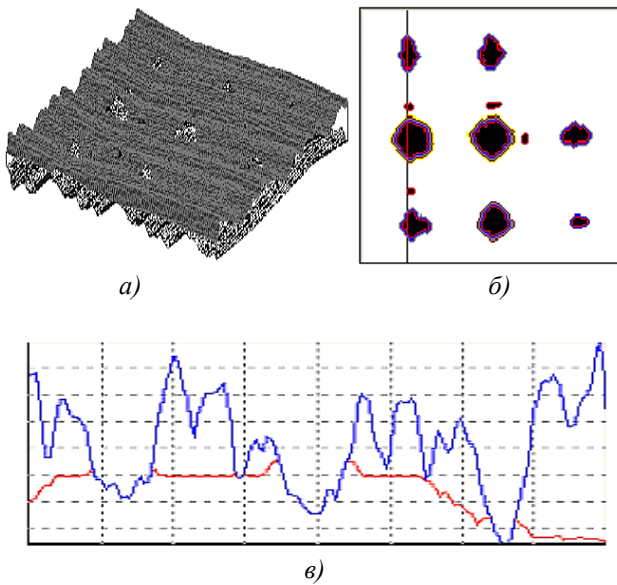


Рис. 3. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей с взаимно перпендикулярными следами обработки (а), пятна касания (б), зазор по линии (в), указанной на карте пятен касания (б)

Fig. 3. Contact interaction of rough surfaces with mutually perpendicular processing traces (a), contact points (b), gap along the line (c) indicated on the map of contact points (b)

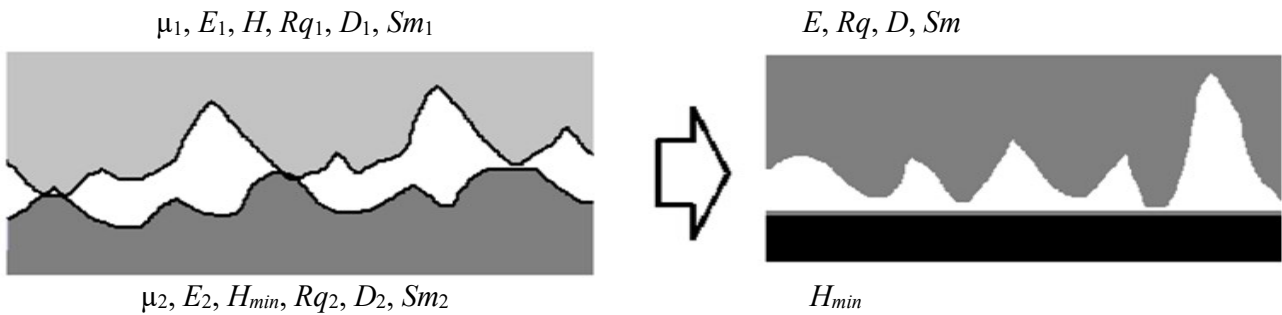


Рис. 5. Схема приведения к эквивалентной поверхности

Fig. 5. Scheme of resulting in an equivalent surface

Используем понятие первичная поверхность (primary surface), т. е. поверхность, не подверженная фильтрации и не зафиксированная в виде профилограммы (2D образ) или в 3D представлении. Математически первичная по-

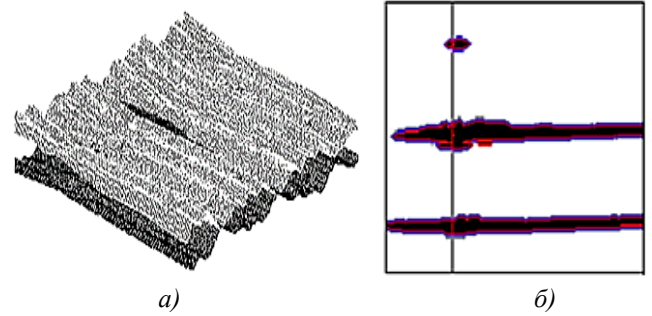


Рис. 4. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей с совпадающими следами обработки (а), пятна касания (б)

Fig. 4. Contact interaction of rough surfaces having matching traces of processing (a), contact points (b)

Схема приведения к эквивалентной шероховатой поверхности представлена на рис. 5. Используем понятие первичная поверхность (primary surface), т. е. поверхность, не подверженная фильтрации и не зафиксированная в виде профилограммы (2D образ) или в 3D представлении. Математически первичная поверхность описывается уравнением Вейерштрасса-Мандельброта.

верхность описывается уравнением Вейерштрасса-Мандельброта.

В работе [2] приведена зависимость ординат поверхности относительно срединной плоскости в виде:

$$z(x, y) = L \left(\frac{G}{L}\right)^{D_S-2} \left(\frac{\ln \gamma}{M}\right)^{1/2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=n_1}^{n_{\max}} \gamma^{(D_S-3)n} \left[\cos \phi_{1n} - \cos \left[\frac{2\pi \gamma^n (x^2 + y^2)^{1/2}}{L} \cos \left[\arctg \left(\frac{y}{x} \right) - \frac{\pi m}{M} \right] \right] + \phi_{1n} \right],$$

где $z(x, y)$ – ординаты поверхности; D_s – фрактальная размерность поверхности ($2,0 < D_s < 3,0$; $D_s = D + 1,0$); γ – параметр масштаба, определяющий спектральную плотность и самоаффинность ($\gamma > 1,0$); L – длина, характеризующая наличие фрактальности; Φ_{1n} – случайная фаза равномерно распределена на отрезке $[0, 2\pi]$; M – количество вершин выступов на рассматриваемом участке поверхности; $n_{\max} = \text{int}[\lg(L/L_s)/\lg\gamma]$ – целое число верхнего предела суммы; L_s – длина, соответствующая размеру щупа; $\gamma^{n_1} = \frac{1}{L}$.

Случайная фаза используется для того, чтобы исключить совпадения частот в каждой точке профиля. Фрактальный параметр G является высотным масштабным показателем, не зависящим от частоты. некоторые фрактальные поверхности показаны на рис. 6.

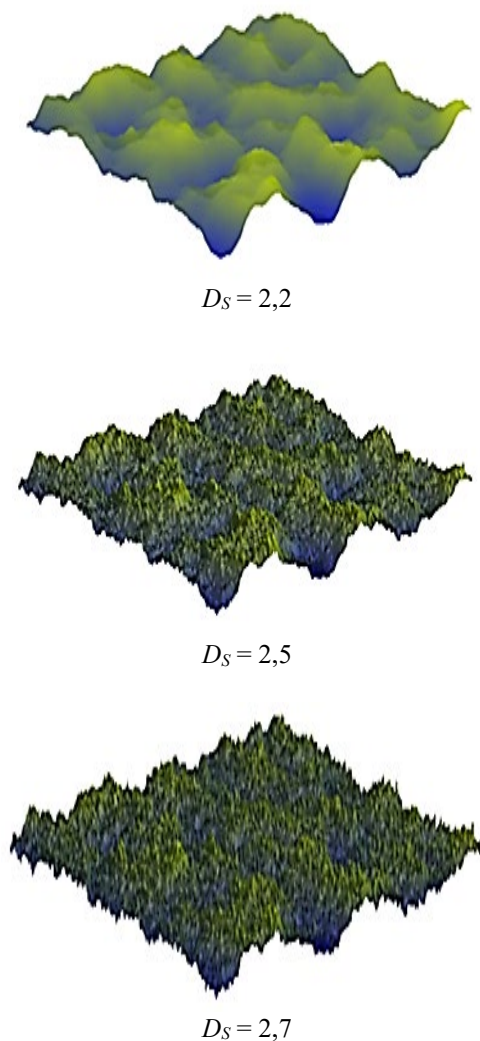


Рис. 6. Поверхности с разной размерностью

Fig. 6. Surfaces with different dimensions

Сопряжения двух фрактальных поверхностей, имеющих разные размерности, можно привести к сопряжению гладкой поверхности с поверхностью, имеющую эквивалентную шероховатость. Предлагается процедура такой замены, которая заключается в следующем. Площади сформированных пятен контакта подвергаются анализу. При этом фрактальная размерность определяется с помощью метода «периметр-площадь».

Для анализа соотношения периметр-площадь выделим характерный «остров» – пятно контакта (рис. 7).

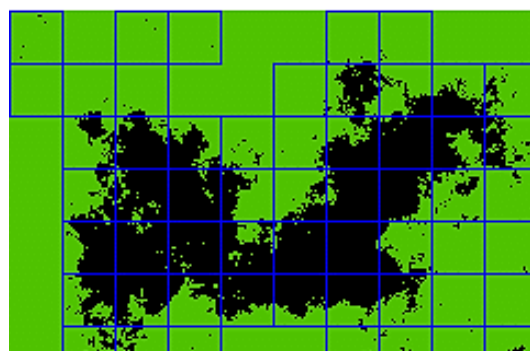


Рис. 7. Пятно контакта

Fig. 7. Contact spot

Процедура определения фрактальной размерности клеточным методом представлена на рис. 8.

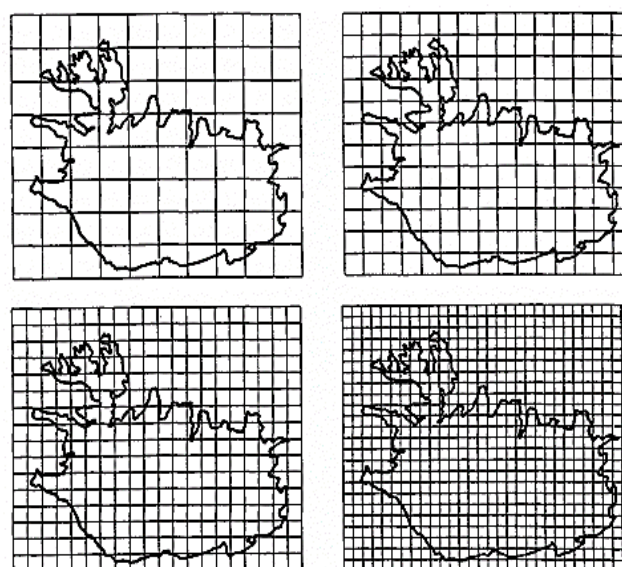


Рис. 8. Покрытие фрактального объекта сеткой с квадратными ячейками (Paul S. Addison)

Fig. 8. Covering a fractal object with a grid with square cells (Paul S. Addison)

Запишем соотношение «периметр-площадь» в виде:

$$R(\delta) = \frac{P^{1/D}}{\sqrt{A}}, \quad (1)$$

где P – периметр; A – площадь; $R(\delta)$ – параметр, зависящий от масштаба измерения (размера квадратной ячейки); D – фрактальная размерность ($1,0 < D < 2,0$).

Учитывая, что периметр определяется выражением:

$$P(\delta) = c\delta^{1-D}[A(\delta)]^{D/2},$$

запишем соотношение (1) следующим образом:

$$R(\delta) = \frac{P^{1/D}}{\sqrt{A}} = c^{1/D}\delta^{(1-D)/D}, \quad (2)$$

где c – коэффициент.

Изменение периметра при разной длине квадратной ячейки следует зависимости:

$$\left(\frac{P(\delta_1)}{P(\delta_2)}\right)^{1/D} = \left[\frac{A(\delta_1)}{A(\delta_2)}\right]^{1/2} \left(\frac{\delta_1}{\delta_2}\right)^{(1-D)/D}.$$

Соотношение (2) выражает условие самоподобия «островов» как фрактальных объектов. При этом размер δ должен быть достаточно малым, чтобы можно было проводить анализ малых пятен.

Прологарифмировав уравнение (2), получим:

$$\frac{1}{D} \lg P(\delta_1) - \frac{1}{2} \lg A = \lg \left(c^{1/D} \delta^{\frac{(1-D)}{D}} \right).$$

Преобразовав полученное выражение, запишем:

$$\lg A(\delta) = -2 \lg \left(c^{1/D} \delta^{\frac{(1-D)}{D}} \right) + \frac{2}{D} \lg P(\delta). \quad (3)$$

Зависимость «периметр-площадь» в двойных логарифмических координатах пред-

ставляет собой прямую линию, угловой коэффициент которой равен $1/D$.

Анализ выражения (3) показывает, что величиной $-2 \lg \left(c^{1/D} \delta^{\frac{(1-D)}{D}} \right)$ можно пренебречь, приняв $c = 1,0$ и $\delta = 1,0$, тогда:

$$D = \frac{2 \lg P(\delta)}{\lg A(\delta)}.$$

После покрытия пятна сеткой с квадратными ячейками производят подсчет числа ячеек, покрывающих площадь и относящихся к периметру

$$A(\delta) = N_A \delta^2; \quad P(\delta) = N_P \delta.$$

После определения фрактальной размерности для нескольких пятен находят арифметическое среднее значение, которое соответствует размерности эквивалентной шероховатой поверхности D_{eq} .

Таким образом, фрактальная размерность эквивалентной шероховатой поверхности определяется как:

$$D_{Seq} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (D_i + 1); \quad D_{eq} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i.$$

Здесь фрактальная размерность поверхности по Б. Мандельброту $D_S = D + 1,0$; $2,0 < D_S < 3,0$.

Найденная фрактальная размерность дает основание считать, что несущая способность двух шероховатых поверхностей соответствует несущей способности гладкой поверхности с эквивалентной шероховатой.

Параметр фрактальной шероховатости

Параметр фрактальной шероховатости G эквивалентной шероховатой поверхности определяется из соотношения:

$$R_{qeq}^2 = (R_{q1}^2 + R_{q2}^2) = \frac{G^{2(D_{eq}-1)} L_m^{2(2-D_{eq})}}{\sin \left[\pi \left(\frac{2D_{eq}-3}{2} \right) \right] \Gamma(2D_{eq}-3)},$$

где R_q – среднее квадратичное отклонение ординат профиля шероховатой поверхности (индексы относятся к сопряженным поверхностям);

L_m – базовая длина профиля (800 мкм); Γ – интеграл Эйлера второго рода.

Радиус сферических сегментов, набор которых с разной высотой представляют собой

модель поверхности. Радиус эквивалентной поверхности найдем с помощью спектральной

плотности мощности (PSD) для каждой из поверхностей. В этом случае имеем:

$$S_i(\omega) = \frac{G_i^{2(D_i-1)}}{2\ln(\gamma)} \omega^{-(5-2D_i)}; \quad \gamma = 1,5; \quad \omega_L = \frac{1}{L_m} \leq \omega \leq \omega_H = \frac{1}{l_0},$$

где D_i – фрактальная размерность каждой из сопряженных поверхностей; l_0 – наименьший измеряемый шаг профиля.

Определим четвертый спектральный момент:

$$m_4 = \int_{\omega_L}^{\omega_H} \omega^4 \frac{G_i^{2(D_i-1)}}{2\ln(\gamma)} \omega^{-(5-2D_i)} d\omega = \frac{G_i^{2(D_i-1)}}{4D_i \ln(\gamma)} (\omega_H^{2D_i} - \omega_L^{2D_i}).$$

Радиус верхней части выступа выразим как:

$$R_i = \frac{3\sqrt{\pi}}{8\sqrt{m_4}}, \quad i = 1, 2.$$

Приведенный радиус будет равен

$$R_{eq} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1}.$$

Пример. Пусть $D = D_1 = 1,53$; $R_{q1} = 1,315$ мкм. Эти параметры позволяют определить $G_i = 6,76 \cdot 10^{-3}$ мкм, тогда:

$$m_4 = \frac{(6,76 \cdot 10^{-3})^{2(1,53-1)}}{4\ln(1,5) \cdot 1,53} \left[\left(\frac{1}{4} \right)^{2 \cdot 1,53} - \left(\frac{1}{800} \right)^{2 \cdot 1,53} \right] = 2,902 \cdot 10^{-5} \text{ мкм}^{-2}.$$

В этом примере радиус оказывается равным

$$R_1 = \frac{3\sqrt{\pi}}{8\sqrt{2,902 \cdot 10^{-5}}} \cong 123 \text{ мкм}.$$

Дополнительные параметры:

– модуль упругости:

$$E = \left(\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \right)^{-1},$$

где μ – коэффициент Пуассона;

– среднее квадратичное отклонение профиля:

$$R_q = \sqrt{R_{q1}^2 + R_{q2}^2};$$

– арифметическое среднее:

$$R_a = R_q \sqrt{2/\pi};$$

– шаг по средней линии:

$$S_m = \frac{R_a}{\sqrt{\left(\frac{R_{a1}}{S_{m1}} \right)^2 + \left(\frac{R_{a2}}{S_{m2}} \right)^2}}$$

Оценка фрактальной размерности по параметрам контактного взаимодействия

Рассмотрим контакт двух поверхностей (рис. 9).

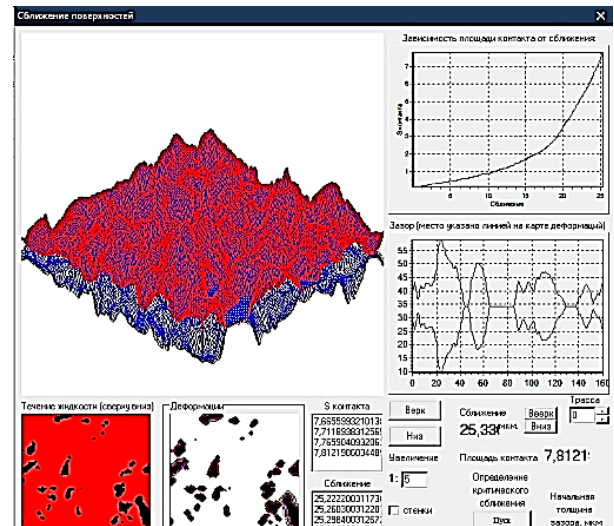


Рис. 9. Карта пятен контакта

Fig. 9. Map of contact spots

При сближении шероховатых поверхностей формируется фактическая площадь контакта (ФПК), состоящая из дискретных пятен разных размеров. Считается, что при увеличении сближения поверхностей площадь среднестати-

стического пятна практически остается постоянной, однако при росте фактической площади контакта растет и площадь максимального пятна a_L (рис. 2). Известная зависимость ФПК от площади максимального пятна и фрактальной размерности характеризуется выражением:

$$A_r = \frac{D}{D-1} a_L, \quad 1,0 < D < 2,0.$$

Функцию $\frac{D}{D-1}$, $D \in [1,1 \dots 1,9]$ можно представить в виде степенной зависимости с индексом детерминации $R^2 = 0,8654$:

$$\frac{D}{D-1} = 10,33D^{-2,66}.$$

Тогда получим:

$$\frac{A_r}{a_L} = 10,33D^{-2,66}.$$

Фрактальная размерность в этом случае равна

$$D = 2,406 \left(\frac{A_r}{a_L} \right)^{-0,376}.$$

Пример. Пусть ФПК равна $A_r = 0,64 \text{ мм}^2$ и площадь максимального пятна $a_L = 0,0078$. Фрактальная размерность окажется равной $D = 1,415$.

Влияние отношения фактической площади к площади максимального пятна показано на рис. 10

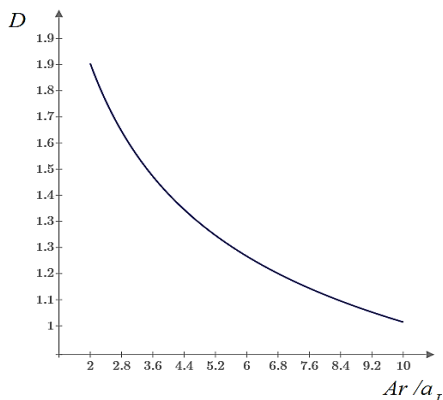


Рис. 10. Зависимость фрактальной размерности от $\frac{A_r}{a_L}$

Fig. 10. Dependence of fractal dimension on $\frac{A_r}{a_L}$

Анализ зависимости, представленной на рис. 10, показал значительное влияние отношения фактической площади контакта к площади максимального пятна. Установлен диапазон изменения рассматриваемого отношения, при котором соблюдается условие $1,0 < D < 2,0$.

Точность оценки фрактальной размерности существенно зависит от точности определения фактической площади и площади максимального пятна контакта.

Процедура определения параметров контактного взаимодействия

Грубая оценка отношения A_r/a_L может быть дана при известной фактической площади контакта, используя карту пятен касания и подсчитав их число. Тогда, разделив ФПК на число пятен, получаем среднюю площадь пятна a_{cp} . Максимальную площадь пятна найдем по формуле:

$$a_L = k a_{cp},$$

где $k \cong 3,0$.

Такой подход оправдан известным утверждением [3 – 11]: рост ФПК при увеличении нормальной на стык нагрузки происходит в основном за счет роста пятен контакта, высоты неровностей поверхностного слоя которых имеют вероятностное распределение.

В ряде случаев требуется получить более точную оценку ФПК и площадь максимального пятна. В этом случае эти площади можно определить, например, с помощью метода Монте-Карло.

Выводы

Разработана методика определения фрактальной размерности как поверхности, так и объекта – карты пятен контакта. Установлен диапазон изменения отношения фактической площади контакта к площади максимального пятна. Предложена процедура оценки фрактальной размерности, необходимой для определения параметров контактного взаимодействия шероховатых поверхностей.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Тихомиров В.П., Измеров М.А., Тихомиров П.В. Фрактальные модели инженерных поверхностей // Вестник Брянского государственного технического университета. 2014 № 3(43). С. 72–80.
2. Yan, W. at al. Contact analysis of elastic-plastic fractal surfaces/ Journal of Applied Physics 84(7), 3617 (1998).
3. Основы трибологии (трение, износ, смазка): Учебник для технических вузов. 2-е изд. переработ. и доп. / А.В. Чичинадзе, Э.Д. Браун, Н.А. Буше и др.; под общ. ред. А.В. Чичинадзе. М.: Машиностроение, 2001. 664 с.
4. Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбалов В.С. Основы расчетов на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977. 525 с.

5. Демкин Н.Б., Рыжов Э.В. Качество поверхности и контакт деталей машин. М.: Машиностроение, 1981. 244 с.

6. Горячева И.Г., Добычин М.Н. Контактные задачи в трибологии. М.: Машиностроение, 1988. 256 с.

7. Adams, G.G., Müftü S., Azhar N.M. A nano-scale multi-asperity contact and friction model // Journal of tribology, ASME transactions, 2002. P. 1–21.

8. Измеров М.А., Тихомиров В.П., Горностаева А.Г. изнашивание фрактальных поверхностей при малых нагрузках // Сборник научных статей 14-ой международной научно-технической конференции, посвященной 50-летию Брянской научной школы технологов-машиностроителей. Брянск, 2022. С. 38–42.

9. Маджумдар А., Бхушан Б. Фрактальная модель упругопластического контакта шероховатых поверхностей // Современное машиностроение. Сер. Б., 1991. № 6. С. 11–23.

10. Измеров, М.А., Тихомиров, В.П. Трение фрактальных поверхностей // Транспортное машиностроение. 2022. № 1-2 (1-2). С. 20–28.

11. Тихомиров В. П., Шалыгин М. Г., Измеров М. А. Модель контакта и оценка молекулярной составляющей силы трения // Научно-технические технологии в машиностроении. 2023. №. 6. С. 20–27. DOI: <https://doi.org/10.30987/2223-4608-2023-20-27>

REFERENCES

1. Tikhomirov V.P., Izmerov M.A., Tikhomirov P.V. Fractal models of engineering surfaces // Bulletin of the Bryansk State Technical University, 2014, No. 3(43), pp. 72–80.

2. Yan, W. et al. Contact analysis of elastic-plastic fractal surfaces/ Journal of Applied Physics 84(7), 3617 (1998).

3. Fundamentals of tribology (friction, wear, lubrication): Textbook for technical universities. 2nd ed. of the updated and revised / A.V. Chichinadze, E.D. Brown, N.A. Boucher, et al; under the general editorship of A.V. Chichinadze. Moscow: Mashinostroenie, 2001, 664 p.

4. Kragelsky I.V., Dobychin M.N., Komalov V.S. Fundamentals of calculations for friction and wear. Moscow: Mashinostroenie, 1977, 525 p.

5. Demkin N.B., Ryzhov E.V. Surface quality and contact of machine parts. Moscow: Mashinostroenie, 1981, 244 p.

6. Goryacheva I.G., Dobychin M.N. Contact problems in tribology. Moscow: Mashinostroenie, 1988. 256 p.

7. Adams, G.G., Müftü S., Azhar N.M. A nano-scale multi-asperity contact and friction model // Journal of tribology, ASME transactions, 2002. P. 1–21.

8. Izmerov M.A., Tikhomirov V.P., Gornostaeva A.G. Fractal surfaces wear under low loads // Proceedings of the 14th International Scientific and Technical Conference dedicated to the 50th anniversary of the Bryansk Scientific School of Engineering Technologists, Bryansk, 2022, pp. 38–42.

9. Majumdar A., Bhushan B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces. // Modern mechanical engineering. Ser.B., 1991, No. 6, pp. 11–23.

10. Izmerov, M.A., Tikhomirov, V.P. Friction of fractal surfaces // Transport engineering, 2022, No. 1-2 (1-2), pp. 20–28.

11. Tikhomirov V.P., Shalygin M.G., Izmerov M.A. Contact model and evaluation of friction force molecular component // Science-intensive technologies in mechanical engineering, 2023, No. 6, pp. 20–27. DOI: <https://doi.org/10.30987/2223-4608-2023-20-27>

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 05.11.2023; одобрена после рецензирования 20.11.2023; принята к публикации 02.12.2023

The article was submitted 05.11.2023; approved after reviewing 20.11.2023; assepted for publication 02.12.2023

Учредитель и издатель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Брянский государственный технический университет»

Адрес редакции и издателя: 241035, Брянская область, г. Брянск, бульвар 50 лет Октября, 7
ФГБОУ ВО «Брянский государственный технический университет»

Телефон редакции журнала: 8-903-592-87-39, 8-903-868-85-68.

E-mail: naukatm@yandex.ru, editntm@yandex.ru

Вёрстка Н.А. Лукашов. Редактор Е.В. Лукашова. Технический редактор Н.А. Лукашов.

Сдано в набор 17.01.2024. Выход в свет 30.01.2024.

Формат 60 × 84 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 5,58.

Тираж 500 экз. Свободная цена.

Отпечатано в лаборатории оперативной полиграфии

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Брянский государственный технический университет» 241035, Брянская область, г. Брянск, ул. Институтская, 16

12+