

Научная статья
Статья в открытом доступе
УДК 534.134
doi: 10.30987/2782-5957-2023-10-13-19

ИНЕРЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ДИСПЕРСНОГО МАТЕРИАЛА В РЕЖИМЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Валентин Дмитриевич Павлов✉

Владимирский электромеханический завод, Владимир, Россия
pavlov.val.75@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2125-4897>

Аннотация

Отмечено, что при прочностных расчетах элементов конструкций транспортных машин и механизмов учитываются режимы вынужденных и собственных колебаний. В этой связи принимаются во внимание динамические свойства транспортируемого груза, которые для сплошных и дисперсных материалов являются существенно разными.

Целью работы является установление динамических свойств дисперсного материала при гармонических колебаниях. Методика исследования заключается в представлении статуса исследуемой системы в виде комбинации ее диаметрально противоположных предельных статусов. Распространенным примером такого представления является состав сухой строительной смеси – комбинации песка и цемента (100% песка в смеси – один предельный статус, 100% цемента – диаметрально противоположный предельный статус). Рассматривается дисперсный материал, расположенный на платформе, совершающей гармонические колебания. Для оценки неустойчивости (или устойчивости) дисперсного материала относительно платформы вводится безразмерная величина ξ . Главная про-

блема при установлении динамических свойств дисперсного материала заключается в невозможности вычисления усредненного коэффициента динамического трения, так как на его значение оказывает влияние взаимодействие дисперсных частиц между собой во всей массе материала, а не только с поверхностью платформы. Описание динамического статуса дисперсного материала в форме комбинации его неустойчивого и устойчивого статусов дает ключ к разрешению этой и сходных проблем. Противоположные предельные статусы исследуемой системы могут быть сопоставимыми и несопоставимыми в части количественной оценки.

Предметом исследования являются системы с равновеликими предельными статусами. Этот метод является универсальным и применим для самых разнообразных систем с иными статусами и параметрами.

Ключевые слова: дисперсный материал, динамические свойства, статус, система, комбинация, статусы, платформа, устойчивость, неустойчивость.

Ссылка для цитирования:

Павлов В.Д. Инерционные свойства дисперсного материала в режиме вынужденных колебаний / В.Д. Павлов // Транспортное машиностроение. – 2023. - № 10. – С. 13-19. doi: 10.30987/2782-5957-2023-10-13-19.

Original article
Open Access Article

INERTIAL PROPERTIES OF A DISPERSE MATERIAL IN THE MODE OF FORCED OSCILLATIONS

Valentin Dmitrievich Pavlov✉

Vladimir Electromechanical Plant, Vladimir, Russia
pavlov.val.75@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2125-4897>

Abstract

It is noted that the modes of forced and natural oscillations are taken into account to calculate strength of structural elements of transport vehicles and mechanisms. In this regard, the dynamic properties of the

transported cargo are considered, and they are significantly different for solid and disperse materials.

The study objective is to define the dynamic properties of a disperse material under harmonic vibra-

tions. The research method is to present the status of the system under study in the form of a combination of its diametrically opposite maximum statuses. A common example of such a representation is the composition of a dry construction mixture – a combination of sand and cement (100% sand in the mixture is one maximum status, 100% cement is the diametrically opposite maximum status). A disperse material located on a platform performing harmonic oscillations is considered. To assess the instability (or stability) of the disperse material relative to the platform, a dimensionless quantity ξ is introduced. The main problem in determining the dynamic properties of a disperse material is the impossibility of calculating the average coefficient of dynamic friction, since its value is influenced

by the interaction of dispersed particles with each other in the entire mass of the material, and not only with the surface of the platform. The description of the dynamic status of a disperse material as a composition of its unstable and stable statuses provides the key to solving this and similar problems. The opposite maximum statuses of the system under study may be comparable and incomparable in terms of quantitative assessment.

The subject of the study are systems with equal maximum statuses. This method is universal and applicable to a wide variety of systems with different statuses and parameters.

Keywords: disperse material, dynamic properties, status, system, combination, platform, stability, instability.

Reference for citing:

Pavlov VD. Inertial properties of a disperse material in the mode of forced oscillations. Transport Engineering. 2023;10:13-19. doi: 10.30987/2782-5957-2023-10-13-19.

Введение

При прочностных расчетах элементов конструкций транспортных машин и механизмов учитываются режимы вынужденных и собственных колебаний [1-3]. В этой связи принимаются во внимание динамические свойства транспортируемого груза, которые для сплошных и дисперс-

ных материалов являются существенно разными.

Целью работы является установление динамических свойств дисперсного материала при гармонических вынужденных колебаниях [4-6].

Материалы, модели, эксперименты и методы

Методика исследования заключается в представлении статуса исследуемой системы в виде комбинации ее диаметрально противоположных предельных статусов. Распространенным примером такого представления является состав сухой строительной смеси – комбинации песка и цемента (100 % песка в смеси – один пре-

дельный статус, 100 % цемента – диаметрально противоположный предельный статус).

Рассматривается дисперсный материал, расположенный на платформе, совершающей линейные гармонические колебания.

Результаты

Для оценки неустойчивости (или устойчивости) дисперсного материала относительно платформы вводится безразмерная величина ξ .

Ее предельными значениями являются ξ_a – абсолютная устойчивость (полная неподвижность) относительно платформы и ξ_z – абсолютная неустойчивость.

При этом

$$\xi \in [\xi_a, \xi_z] \subset \mathbb{R}.$$

Здесь \mathbb{R} – множество вещественных чисел.

Композиция предельных значений может быть представлена в виде:

$$\xi = \varphi_a \xi_a + \varphi_z \xi_z. \quad (1)$$

Здесь φ_a и φ_z – функции статуса.

Главная проблема при установлении динамических свойств дисперсного материала заключается в невозможности вычисления усредненного коэффициента динамического трения, т.к. на его значение оказывает влияние взаимодействие дисперсных частиц между собой во всей массе материала, а не только с поверхностью платформы.

Описание динамического статуса дисперсного материала в форме композиции его неустойчивого и устойчивого ста-

тусов дает ключ к разрешению этой и сходных проблем.

Противоположные предельные статусы исследуемой системы могут быть сопоставимыми и несопоставимыми в части количественной оценки.

Предметом исследования являются системы с равновеликими предельными статусами.

Комбинация диаметрально противоположных равновеликих предельных статусов

Для дисперсного материала таковыми являются ξ_a (абсолютная устойчивость) и ξ_z (абсолютная неустойчивость). Их равновеликость определяется условием

$$|\xi| = |\xi_a| = |\xi_z|. \quad (2)$$

Условие (2) выполняется, в частности, при процентном представлении соответствующих статусов, например, $\xi_a = 100\%$ $\xi_z = 100\%$.

Отсюда вытекает очевидное соотношение

$$\varphi_a + \varphi_z = 1,$$

и комбинация статусов может быть представлена следующим образом:

$$\begin{aligned} \xi &= \varphi_a \xi_a + \varphi_z \xi_z = \\ &= \varphi_a \xi_a + (1 - \varphi_a) \xi_z = (1 - \varphi_z) \xi_a + \varphi_z \xi_z. \end{aligned}$$

Статус ξ_a характеризуется предельно высокой частотой колебаний ω_a , при которой дисперсный материал сохраняет неподвижность (устойчивость) по отношению к платформе, благодаря статической силе трения. Таким образом, он совершает колебания вместе с платформой с частотой ω_a относительно неподвижной базы платформы.

Статус ξ_z характеризуется предельно низкой частотой колебаний ω_z , при которой дисперсный материал сохраняет неподвижность по отношению к базе платформы, вследствие собственной инерции. Очевидно, что относительно платформы материал совершает колебания с той же амплитудой и той же частотой ω_z .

При этом $\omega_a < \omega_z$.

Кажущееся терминологическое противоречие, состоящее в том, что предельно высокая частота ω_a меньше предельно низкой частоты ω_z разрешается следующим рассуждением. Пусть частота плавно возрастает от нулевого значения. В промежутке $0 < \omega < \omega_a$ материал сохраняет неподвижность по отношению к платформе. В промежутке $\omega_a < \omega < \omega_z$ эта неподвижность нарушается. В промежутке $\omega_z < \omega < \infty$ материал сохраняет неподвижность по отношению к базе платформы. Из последовательности интервалов $0 < \omega < \omega_a$, $\omega_a < \omega < \omega_z$, $\omega_z < \omega < \infty$ следует, что $\omega_a < \omega_z$.

В рабочем режиме частота имеет некое промежуточное значение $\omega_a < \omega < \omega_z$. При этом условно можно считать, что φ_a -я часть дисперсного материала является абсолютно устойчивой по отношению к платформе, а φ_z -я часть – абсолютно неустойчивой.

Функции статуса зависят от частоты ω , которую можно считать переменной статуса.

В других задачах могут быть другие переменные статуса, например, давление, мощность, ток, напряжение и др. [7-10].

Функции статуса

Далее переменная статуса обозначается x , $x \in [x_a, x_z] \subset \mathbb{R}$. Переменная статуса играет роль аргумента функции статуса.

В самых простых случаях функции статуса являются линейными.

$$\begin{aligned} \varphi_a(x) &= 1 - p(x - x_a), \quad p \in \mathbb{R}, \quad (3) \\ \varphi_z(x) &= p(x - x_a), \\ p(x_z - x_a) &= 1. \end{aligned}$$

Часто функции статуса не являются линейными, и их математическая формула, как правило, не определена.

В большинстве практических случаев функции статуса не претерпевают разрывов и являются монотонными на отрезке $[x_a, x_z]$. На этом отрезке функция статуса φ_a пробегает значения от единицы до ну-

ля, а φ_z – от нуля до единицы. Из этого следует, что такие функции статуса можно рассматривать как аналитические на от-

резке $[x_a, x_z]$ и поэтому их можно описывать с помощью функциональных рядов, в т. ч., степенного ряда

$$\varphi_a(x) = \varphi_a(x_w) + \varphi'_a(x_w)(x-x_w) + \frac{\varphi''_a(x_w)}{2!}(x-x_w)^2 + \dots + \frac{\varphi_a^{(n)}(x_w)}{n!}(x-x_w)^n \quad (4)$$

при обязательном условии его сходимости.

Очевидно, что $x_w \in [x_a, x_z]$.

Вполне распространенный случай (3) фактически тоже является рядом Тейлора (вырожденным).

Значения

$$\varphi_a(x_w), \varphi'_a(x_w), \varphi''_a(x_w), \dots, \varphi_a^{(n)}(x_w) \quad (5)$$

являются параметрами функции статуса.

Они определяются следующим образом.

Экспериментально находятся $\varphi_a(x_w)$ и еще n величин $\varphi_a(x_1), \varphi_a(x_2), \dots, \varphi_a(x_n)$. С помощью этих значений и ряда (4) составляется n уравнений с n неизвестными, объединенными в систему. Решением системы уравнений являются величины (5), которые однозначно определяют функцию статуса в форме (4).

По известной функции статуса и ее предельным значениям (ноль и единица) находятся конкретные значения границ отрезка $[x_a, x_z]$.

Так как ξ_a – абсолютная устойчивость, а ξ_z – абсолютная неустойчивость дисперсного материала, то $\varphi_a(x)$ уместно трактовать как функцию устойчивости, а

$\varphi_z(x)$ – напротив, как функцию неустойчивости.

В соответствии с этим величины (5) можно рассматривать как параметры функций устойчивости и неустойчивости.

Подобным способом можно устанавливать функции для иных статусов.

Пример. Имея в виду, что $n = \omega/2\pi$, опытным путем установлены величины: Имея в виду, что $n = \omega/2\pi$, опытным путем установлены величины: $n_w = 8 \text{ с}^{-1}$, $\varphi_a(n_w) = 0,320$; $n_1 = 3 \text{ с}^{-1}$, $\varphi_a(n_1) = 0,822$; $n_2 = 5 \text{ с}^{-1}$, $\varphi_a(n_2) = 0,579$; $n_3 = 12 \text{ с}^{-1}$, $\varphi_a(n_3) = 0,122$.

С помощью этих значений и ряда (4) составляется три уравнения с тремя неизвестными, объединенные в систему.

$$\begin{cases} 0,822 = 0,320 + \varphi'_a(8)(3-8) + \frac{\varphi''_a(8)}{2!}(3-8)^2 + \frac{\varphi'''_a(8)}{3!}(3-8)^3 \\ 0,579 = 0,320 + \varphi'_a(8)(5-8) + \frac{\varphi''_a(8)}{2!}(5-8)^2 + \frac{\varphi'''_a(8)}{3!}(5-8)^3 \\ 0,122 = 0,320 + \varphi'_a(8)(12-8) + \frac{\varphi''_a(8)}{2!}(12-8)^2 + \frac{\varphi'''_a(8)}{3!}(12-8)^3 \end{cases} .$$

Эта система имеет следующие решения:

$$\varphi'_a(8) = -6,825 \cdot 10^{-2}, \quad \frac{\varphi''_a(8)}{2!} = 5,456 \cdot 10^{-3}, \quad \frac{\varphi'''_a(8)}{3!} = -1,977 \cdot 10^{-4} .$$

В соответствии с этим и формулой (4) определяется функция устойчивости

$$\varphi_a(n) = 0,320 - 6,825 \cdot 10^{-2}(n-8) + 5,456 \cdot 10^{-3}(n-8)^2 - 1,977 \cdot 10^{-4}(n-8)^3 . \quad (6)$$

Функция неустойчивости

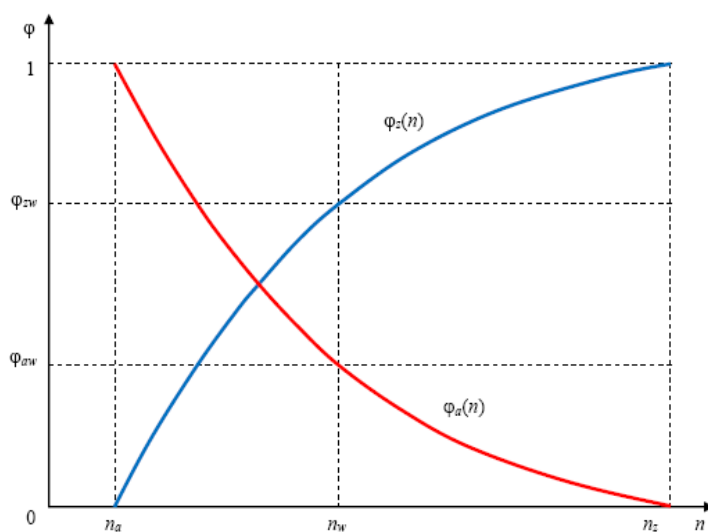
$$\varphi_z(n) = 0,680 + 6,825 \cdot 10^{-2}(n-8) - 5,456 \cdot 10^{-3}(n-8)^2 + 1,977 \cdot 10^{-4}(n-8)^3 . \quad (7)$$

Очевидно, что аргументом обеих функций является частота колебаний.

По известной функции устойчивости и ее предельным значениям (нуль и едини-

ца) находятся конкретные значения границ отрезка $[n_a, n_z]$, $n_a = 1,8 \text{ с}^{-1}$, $n_z = 17,2 \text{ с}^{-1}$.

Функции статуса для полученных данных представлены на рисунке.



$\varphi_a(n)$ – функция устойчивости, $\varphi_z(n)$ – функция неустойчивости

Рис. Функции статуса

Fig. Status functions

В соответствии с формулами (6) и (7) функции состояния на любой заданной частоте, например, $n_i = 9 \text{ с}^{-1}$, равны

$$\varphi_a(n_i) = 0,320 - 6,825 \cdot 10^{-2}(9-8) + 5,456 \cdot 10^{-3}(9-8)^2 - 1,977 \cdot 10^{-4}(9-8)^3 = 0,26;$$

$$\varphi_z(n_i) = 0,680 + 6,825 \cdot 10^{-2}(9-8) - 5,456 \cdot 10^{-3}(9-8)^2 + 1,977 \cdot 10^{-4}(9-8)^3 = 0,74.$$

Поэтому статус дисперсного материала на указанной частоте является следующей композицией его предельных статусов

$$\xi = \varphi_a(n_i)\xi_a + \varphi_z(n_i)\xi_z = 0,26\xi_a + 0,74\xi_z. \quad (8)$$

Для выполнения инженерных расчетов композицию предельных статусов целесообразно обобщить на массу дисперсного материала m . С этой целью в форму-

$$m = \varphi_a(n_i)m + \varphi_z(n_i)m = 0,26m + 0,74m.$$

Индексы «a» и «z» для массы опущены, поскольку она от подвижности/неподвижности не зависит.

Это выражение наглядно демонстрирует, что (условно) часть дисперсного материала ($0,26m$) осуществляет колебания вместе с платформой, увеличивая суммарную инерционную нагрузку, при этом дру-

ле (8) достаточно заменить величины ξ на величины m (формально разделить (8) на ξ и умножить на m).

гая часть дисперсного материала ($0,74m$) перемещается по платформе, увеличивая суммарную диссипативную нагрузку (тепловые потери).

Этот метод является универсальным, и применим для самых разнообразных систем с иными статусами и параметрами.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Евсеев Д.Г., Сарычев Ю.Н., Беспалько С.В. Математическая модель гасителя колебаний вагона на основе вязкого тре-

ния. Транспортное машиностроение. 2022; 1-2(1-2):89-95. DOI: 10.30987/2782-5957-2022-01-02-89-95.

2. Павлов В.Д. Математические модели резонансных и антирезонансных процессов // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. 2021. № 1(49). С. 17-27. DOI: 10.20291/2079-0392-2021-1-17-27.
3. Павлов В.Д. Механическая мощность при гармонических воздействиях // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2022. № 1 (73). С. 30-38. DOI: 10.26731/1813-9108.2022.1(73).30-38.
4. Павлов В.Д. Математическая модель осциллятора произвольной частоты // Вестник машиностроения. 2023. Т. 102. № 4. С. 310-312. DOI: 10.36652/0042-4633-2023-102-4-310-312.
5. Щетинин В.С., Саблин П.А. Взаимосвязь пространственных колебаний с шероховатостью обработанной поверхности на примере точения. Вестник Брянского государственного технического университета. 2021; 1(98):4-9. DOI: 10.30987/1999-8775-2021-1-4-9.
6. Тихомиров В.П., Горленко А.О., Волохов С.Г., Измеров М.А. Влияние магнитного поля на триботехнические показатели неподвиж-

ных соединений применительно к фрикционным гасителям колебаний. Вестник Брянского государственного технического университета. 2020; 10(95):4-11. DOI: 10.30987/1999-8775-2020-10-4-11.

7. Павлов В.Д. Механический стабилизатор вращения // Транспортное машиностроение. 2022. № 11 (11). С. 32-38. DOI: 10.30987/2782-5957-2022-11-32-38.
8. Павлов В.Д. Управляемая искусственная упругость в мехатронных системах // Автоматизированные технологии и производства. 2022 № 1 (25). С. 20-22.
9. Павлов В.Д. Маховик с электромагнитным моментом инерции // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2022. № 9 (306). С. 53-55. DOI: 10.14489/hb.2022.09.pp.053-055.
10. Киричек А.А. Система активного мониторинга состояния опор ротора турбогенератора микротурбинной установки. Вестник Брянского государственного технического университета. 2021; 5(102):48-54. DOI: 10.30987/1999-8775-2021-5-48-54.

REFERENCES

1. Evseev DG, Sarychev YuN, Bepalko SV. Mathematical model of the car shock absorber based on viscous friction. Transport Engineering. 2022;1-2(1-2):89-95. doi:10.30987/2782-5957-2022-01-02-89-95.
2. Pavlov VD. Mathematical models of resonance and antiresonance processes. Herald of the Ural State University of Railway Transport. 2021;1(49):17-27. doi: 10.20291/2079-0392-2021-1-17-27.
3. Pavlov VD. Mechanical power under harmonic influences. Modern Technologies. System Analysis. Modeling. 2022;1(73):30-38. doi:10.26731/1813-9108.2022.1(73).30-38.
4. Pavlov V.D. Mathematical model of an arbitrary frequency oscillator. Vestnik Mashinostroeniya. 2023;102(4):310-312. doi: 10.36652/0042-4633-2023-102-4-310-312.
5. Shchetinin VS, Sablin PA. Interaction of spatial oscillations with roughness of surface worked by example of turning. Bulletin of Bryansk State Technical University. 2021;1(98):4-9. doi: 10.30987/1999-8775-2021-1-4-9.

6. Tikhomirov VP, Gorlenko AO, Volokhov SG, Izmerov MA. Magnetic field impact upon tribotechnical characteristics of permanent connections in relation to friction shock absorbers. Bulletin of Bryansk State Technical University. 2020;10(95):4-11. doi: 10.30987/1999-8775-2020-10-4-11.
7. Pavlov VD. Mechanical rotation stabilizer. Transport Engineering. 2022;11(11):32-38. doi: 10.30987/2782-5957-2022-11-32-38.
8. Pavlov VD. Controlled artificial elasticity in mechatronic system. Automation of technologies and production. 2022;1(25):20-22.
9. Pavlov VD. Flywheel with electromagnetic moment of inertia. Handbook. Engineering Journal with Appendix. 2022;9(306):53-55. doi: 10.14489/hb.2022.09.pp.053-055.
10. Kirichek AA. System for active monitoring of rotor bearings state in turbine generator of micro-turbine installation. Bulletin of Bryansk State Technical University. 2021;5(102):48-54. doi: 10.30987/1999-8775-2021-5-48-54.

Информация об авторе:

Павлов Валентин Дмитриевич – кандидат технических наук, начальник научно-информационного отдела Владимирского электромеханического завода, г. Владимир, ул. Но-

ябрьская, 127, 600901, тел.: 8-951-270-50-65, e-mail: pavlov.val.75@mail.ru, AuthorID-РИНЦ: 1073601.

Pavlov Valentin Dmitrievich – Candidate of Technical Sciences, Head of the Scientific and Information Department at Vladimir Electromechanical

Plant, 127 Noyabrskaya Str., 600901, Vladimir, phone: 8-951-270-50-65, e-mail: pavlov.val.75@mail.ru, AuthorID-RSCI: 1073601.

Статья опубликована в режиме Open Access.

Article published in Open Access mode.

Статья поступила в редакцию 03.08.2023; одобрена после рецензирования 18.08.2023; принята к публикации 27.09.2023. Рецензент – Татаринцев В.А., кандидат технических наук, доцент Брянского государственного технического университета, ответственный секретарь редколлегии журнала «Транспортное машиностроение».

The article was submitted to the editorial office on 03.08.2023; approved after review on 18.08.2023; accepted for publication on 27.09.2023. The reviewer is Tatarintsev V.A., Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Bryansk State Technical University, executive secretary of the Editorial Board of the journal *Transport Engineering*.