Автоматизация и моделирование в проектировании и управлении. 2023. № 1 (19). С. 40-50.
ISSN 2658-3488 print, ISSN 2658-6436 online
Automation and modeling in design and management. 2023. № 1 (19). P. 40-50.

Научная статья
Статья в открытом доступе
УДК 621.01
doi: 10.30987/2658-6436-2023-1-40-50

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАНИПУЛЯТОРА ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ И ФОРМ КОЛЕБАНИЙ

Андрей Константинович Толстошеев
Брянский государственный технический университет, г. Брянск, Россия
andrei.tolstosheev@yandex.ru, https://orcid.org/0000-0002-9417-775X

Аннотация. *Цель исследования заключается в разработке и анализе компьютерных моделей для определения собственных частот и форм колебаний плоского манипулятора параллельной структуры с использованием программного комплекса «Универсальный механизм». Статья посвящена решению задачи обеспечения виброустойчивости манипуляторов роботов. Новизна работы заключается в разработке и анализе компьютерной модели плоского манипулятора, в которой твёрдые тела образуют соединения с числом степеней свободы в относительном движении от 1 до 4, определении влияния массы и упругости звеньев, а также вида кинематических пар на собственные частоты и формы колебаний. В результате исследования разработаны компьютерные модели плоского манипулятора с тремя степенями свободы, для которых определены собственные частоты и формы колебаний, выполнено сравнение значений собственных частот с известным аналитическим решением, установлено влияние инерционных и упругих свойств звеньев, числа избыточных связей на собственные частоты и формы колебаний. Предложенная компьютерная модель может быть использована для определения с достаточной точностью собственных частот и форм колебаний плоского манипулятора параллельной структуры, плоский манипулятор с упругими невесомыми стержнями и упругим приводом имеет шесть собственных частот колебаний. Собственные формы сохраняют вид для разных значений инерционных и упругих параметров звеньев. Колебания платформы на этих формах в горизонтальной и вертикальной плоскостях независимы. Значения собственных частот, на которых платформа колеблется в горизонтальной плоскости движения звеньев механизма, зависят от соотношения коэффициентов жёсткости привода и изгибной жёсткости стержней. Значения собственных частот, на которых платформа колеблется в вертикальной плоскости, зависят от изгибной и крутильной жёсткости стержней и от вида кинематических пар в схеме механизма.*

Ключевые слова: манипулятор, параллельная структура, компьютерное моделирование, колебания, собственные частоты и формы

Для цитирования: Толстошеев А.К. Компьютерное моделирование манипулятора параллельной структуры для определения собственных частот и форм колебаний // Автоматизация и моделирование в проектировании и управлении. 2023. №1 (19). С. 40-50. doi: 10.30987/2658-6436-2023-1-40-50.

Original article
Open Access Article

COMPUTER SIMULATION OF A PARALLEL STRUCTURE MANIPULATOR FOR DETERMINING NATURAL FREQUENCIES AND OSCILLATION MODES

Andrei K. Tolstosheev
Bryansk State Technical University, Bryansk, Russia
andrei.tolstosheev@yandex.ru, https://orcid.org/0000-0002-9417-775X

Abstract. *The aim of the study is to develop and analyse computer models for determining the natural frequencies and oscillation modes of a planar parallel manipulator using the Universal Mechanism software package. The article is devoted to solving the problem of ensuring vibration resistance of robot manipulators. The novelty of the work lies in developing and analysing a computer model of a planar manipulator, in which solid bodies form joints with the number of freedom degrees in relative motion from 1 to 4; in determining the influence of the mass and link elasticity,*

 © Толстошеев А.К., 2023

as well as the type of kinematic pairs on natural frequencies and oscillation modes. As a result of the study, computer models of a planar manipulator with three degrees of freedom are developed. For these models natural frequencies and vibration modes are determined, the values of natural frequencies are compared with the known analytical solution, the influence of inertial and elastic properties of links, the number of excess links to natural frequencies and oscillation modes are established. The proposed computer model can be used to determine with sufficient accuracy the natural frequencies and oscillation modes of a planar parallel manipulator; a planar manipulator with weightless elastic rods and an elastic drive has six natural oscillation frequencies. Natural forms retain their shape for different values of the inertial and elastic parameters of the links. Oscillations of the platform on these forms in the horizontal and vertical planes are independent. The values of natural frequencies, at which the platform oscillates in the horizontal motion of the mechanism links, depend on the ratio of the drive stiffness coefficients and the bending stiffness of the rods. The values of natural frequencies, at which the platform oscillates in the vertical plane, depend on the bending and torsional stiffness of the rods and on the type of kinematic pairs in the mechanism scheme.

Keywords: manipulator, parallel structure, computer simulation, vibrations, natural frequencies and modes

For citation: Tolstosheev A.K. Computer simulation of a parallel structure manipulator for determining natural frequencies and oscillation modes. Automation and modeling in design and management, 2023, no. 1 (19). pp. 40-50. doi: 10.30987/2658-6436-2023-1-40-50.

Введение

В манипуляторах роботов при переходных режимах часто возникают резонансные механические колебания, приводящие к ошибкам позиционирования выходного звена и снижению производительности [1]. Для уменьшения ошибок позиционирования необходимо учитывать малые колебания манипуляторов при заторможенных приводах. Исследованию собственных колебаний традиционных манипуляторов последовательной структуры посвящён ряд работ, в которых используются различные динамические и математические модели. В [2] предложен алгоритм аналитического определения низшей собственной частоты колебаний плоского манипулятора ферменной конструкции, с использованием плоской динамической модели в виде системы сосредоточенных масс, перемещающихся строго в вертикальном направлении и связанных упругими стержнями, работающими на растяжение-сжатие. Матрица податливости определяется с использованием интеграла Мора. Расчётные зависимости получают в компьютерной системе символьной математики *Maple*.

В [3] исследована зависимость собственных частот колебаний плоского манипулятора с тремя степенями свободы, жёсткими звеньями и податливыми приводами от текущей конфигурации манипулятора с использованием уравнений Лагранжа-Эйлера. Расчёты выполнены в программной среде *Wolfram Mathematica*. В [4] рассмотрен манипулятор с одной транспортной степенью свободы и бесконечным числом степеней свободы малых колебаний упругого промежуточного звена с закреплённым на нём грузом, предложен алгоритм нахождения параметров управления для обеспечения гашения первых форм колебаний упругого звена с распределёнными параметрами при позиционировании груза. Для получения интегро-дифференциальных уравнений движения системы с граничными условиями использован вариационный принцип Гамильтона.

Манипуляторы нового типа с параллельной структурой, получающие в современной технике всё большее применение [5], более сложны в управлении из-за параллельной кинематики и взаимозависимости движений приводов. Колебания этих манипуляторов менее изучены. В [6] предложена методика расчёта собственных частот колебаний плоского манипулятора с параллельной структурой, в которой учитываются только инерционные параметры выходного звена и упругие свойства приводов, а промежуточные звенья считаются невесомыми и абсолютно жёсткими. Для составления уравнений малых колебаний манипулятора используются уравнения Лагранжа второго рода и плоская расчётная схема. Применение этой методики позволило установить, что значения собственных частот зависят от конфигурации манипулятора и могут быть использованы в качестве критерия для выявления особых положений [7], а также выполнить расчёт собственных частот малых колебаний пространственного поступательно-направляющего манипулятора, у которого выходное звено описано как материальная точка [8]. Аналогичные допущения приняты при анализе свободных и вынужденных колебаний поступательно-направляющих манипуляторов других типов [9 – 11].

Анализу упругих деформаций промежуточных звеньев манипулятора параллельной структуры и построению матриц жёсткости посвящено большое число работ, например, [12]. В [13] показано, что упругость промежуточных звеньев влияет на точность движения платформы пространственного манипулятора параллельной структуры с приводами, расположенными вне изолированного пространства рабочей зоны. Учитывались силы изгибной и продольной упругости, возникающие в стержнях-вводах, находящихся в рабочем пространстве манипулятора. Массы стержней приводились к платформе, при расчёте сил изгибной упругости учитывалась первая форма колебаний стержней. Для составления уравнений движения использовались уравнения Ньютона-Эйлера.

Таким образом, применение аналитических методов с упрощёнными динамическими моделями позволяет решать только некоторые частные задачи исследования малых колебаний манипулятора параллельной структуры.

Материалы, модели, эксперименты и методы

Данная работа посвящена разработке и анализу компьютерных моделей для определения собственных частот и форм колебаний плоского манипулятора параллельной структуры с использованием программного комплекса «Универсальный механизм» [14 – 15]. В работе решаются следующие задачи.

1. Построение компьютерных динамических моделей плоского манипулятора параллельной структуры как с абсолютно жёсткими, так и с упругими промежуточными звеньями в виде стержней.

2. Определение собственных частот и форм колебаний манипулятора численными методами программного комплекса «Универсальный механизм» и сравнение значений собственных частот с известным аналитическим решением.

3. Оценка влияния инерционных параметров и различных видов деформации промежуточных звеньев, вариантов кинематической схемы манипулятора без избыточных связей, жёсткости привода на собственные частоты и формы колебаний.

В работе рассмотрен плоский манипулятор с тремя степенями свободы и заторможенными приводами (рис. 1), для которого в [6] аналитическим методом на упрощённой модели определены собственные частоты малых колебаний.

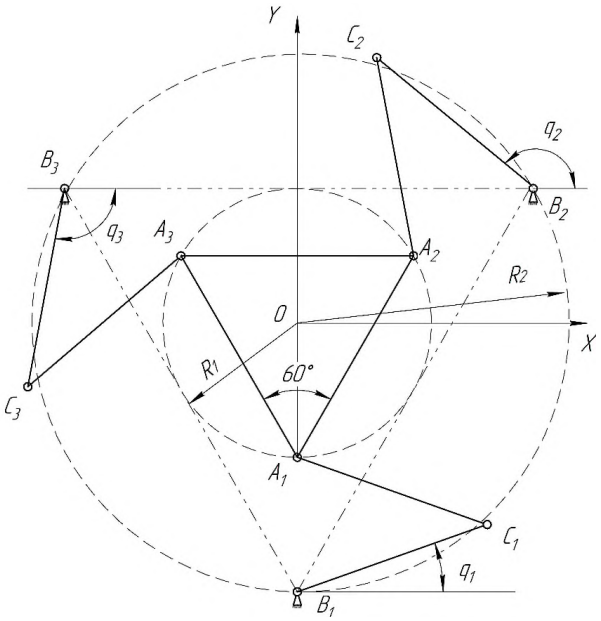

Рис. 1. Кинематическая схема манипулятора

Fig. 1. Kinematic diagram of the manipulator

Выходное звено (платформа) манипулятора, выполненное в виде треугольника $A_1A_2A_3$, соединено тремя одинаковыми кинематическими цепями со стойкой. Начало неподвижной

декартовой системы координат размещено в центре масс платформы. Координаты неподвижных точек B_1, B_2, B_3 равны соответственно (0; – 2), (1,73; 1,0), (– 1,73; 1,0), точек A_1, A_2, A_3 платформы – (0; – 1), (0,866; 0,5), (– 0,866; 0,5), длины промежуточных звеньев (стержней) $AC = BC = 1{,}5$ м, радиусы окружностей $R_1 = 1$ м и $R_2 = 2$ м.

Во всех компьютерных динамических моделях манипулятора задаём для платформы массу m и тензор инерции в виде диагональной матрицы T с элементами $t_{11} = t_{22} = t_{33} = I$, где I – центральный момент инерции. В компьютерной модели манипулятора с абсолютно жёсткими невесомыми промежуточными звеньями шарниры в точках A_i, B_i, C_i описываются как вращательные кинематические пары, а промежуточные звенья как малоинерционные стержни с пренебрежимо малыми массой (10^{-7} кг) и тензором инерции (10^{-9} кг·м^2).

В [16] при расчёте собственных частот изгибных колебаний в программном комплексе «Универсальный механизм» плоская консольная балка расчленялась на 11 твёрдых тел, соединённых шарнирами, допускающими относительное вращательное движение. При этом пять низших собственных частот определялись с относительной погрешностью менее 2,5 % по сравнению с аналитическим решением. Поэтому в компьютерной модели манипулятора с упругими звеньями каждый упругий стержень представляется состоящим из десяти абсолютно твёрдых тел, образующих между собой четырёхподвижные соединения с двумя геометрическими связями, запрещающими относительные линейные перемещения перпендикулярно оси стержня (рис. 2).

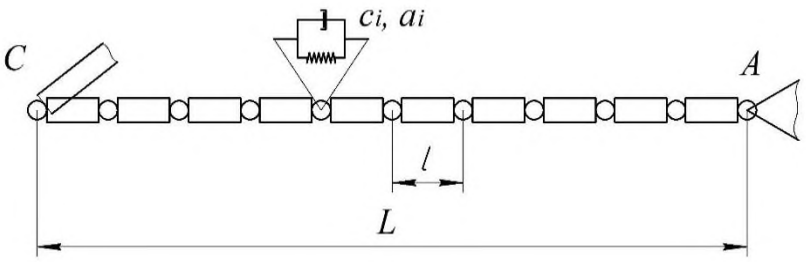

Рис. 2. Разделение упругого стержня *AC* на абсолютно твёрдые тела

Fig. 2. Separation of the elastic rod AC into absolutely solid bodies

В четырёхподвижное соединение по каждой обобщённой координате $i = 1, 2, 3, 4$ введён линейный упруго-диссипативный элемент с коэффициентом жёсткости c_i и коэффициентом демпфирования α_i. Расчёты собственных частот выполняем с коэффициентом демпфирования $\alpha_i = 0$. Коэффициентам жёсткости присваиваем следующие значения:

$$c_1 = c_2 = c_{\text{и}}; \quad c_3 = c_{\text{к}}, c_4 = c_{\text{п}}.$$

Коэффициенты крутильной $c_{\text{к}}$, продольной $c_{\text{п}}$ и изгибной $c_{\text{и}}$ жёсткости определяем по известным формулам:

$$c_{\text{к}} = \frac{GJ_p}{l}; \qquad c_{\text{п}} = \frac{ES}{l}; \qquad c_{\text{и}} = \frac{EJ}{l}, \tag{1}$$

где S – площадь поперечного сечения стержня; E и G – соответственно модуль упругости первого и второго рода материала стержня; $l = L/10$ – длина абсолютно жёсткого элемента стержня; J_p, J – полярный и осевой моменты инерции поперечного сечения стержня.

В компьютерных моделях используются стержни из стали с круглым и из алюминия с кольцевым поперечным сечением. Для круглого сечения диаметром D:

$$S = \frac{\pi D^2}{4}; \qquad J = \frac{\pi D^4}{64}, J_p = 2J. \tag{2}$$

Для стержня кольцевого сечения с внешним диаметром D и внутренним диаметром d:

$$D_{\text{ср}} = \frac{D+d}{2}; \quad S = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4}; \quad J = \frac{\pi D^4}{64}\left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right); \quad J_p = 2J. \tag{3}$$

Масса m_i и главные центральные моменты инерции каждого абсолютно жёсткого i-го элемента стержня в виде трубки определяются по известным формулам:

$$m_i = \rho S l; \qquad I_{yi} = I_{zi} = \frac{m_i l^2}{12}; \qquad I_{xi} = \frac{m_i D_{\text{ср}}^2}{4}, \tag{4}$$

где ρ – плотность материала стержня; x – ось местной системы координат, проходящей вдоль стержня. Для стержня с круглым поперечным сечением момент инерции $I_{xi} = m_i D^2/8$. Принимаем для стали E = 210 ГПа, G = 80 ГПа, ρ = 7800 кг/м^3; для алюминия – E = 71 ГПа, G = 26 ГПа, ρ = 2700 кг/м^3.

Анализ собственных форм на каждой собственной частоте выполняем с использованием анимационного окна программы, в котором изображается движение графического образа механизма.

Плоские манипуляторы параллельной структуры с одноподвижными кинематическими парами являются статически неопределимыми механизмами, так как содержат в замкнутых контурах избыточные связи, снижающие надёжность и технологичность роботов. Устранение избыточных связей в плоских механизмах обычно выполняют, заменяя некоторые одноподвижные кинематические пары на двух- или трёхподвижные [17].

Для локализации избыточных связей выделим в кинематической цепи механизма ведущую незамкнутую кинематическую цепь, включающую стойку и три начальных звена B_1C_1, B_2C_2, B_3C_3, в которой заведомо отсутствуют избыточные связи, и ведомую часть кинематической цепи в виде группы Ассура третьего класса, включающую платформу и три стержня A_1C_1, A_2C_2, A_3C_3 и содержащую шесть избыточных связей [18].

Все избыточные связи являются нормальными, ограничивающими движения звеньев в направлении перпендикулярном плоскости их движения. Заменив некоторые одноподвижные вращательные кинематические пары (1В) в шарнирах структурной группы на сферические трёх- или двухподвижные (3С и 2С, соответственно), получим альтернативные статически определимые (самоустанавливающиеся) кинематические схемы манипулятора (табл. 1), обладающие разными динамическими свойствами, для которых в работе определяются собственные частоты и формы.

Таблица 1

Вид кинематической пары в шарнире манипулятора

Table 1

View of the kinematic pair in the manipulator hinge

Шарнир	Вариант кинематической схемы манипулятора					
	1	2	3	4	5	6
C_1	1В	3С	1В	3С	3С	2С
C_2	1В	3С	1В	1В	3С	2С
C_3	1В	3С	1В	1В	1В	2С
A_1	1В	1В	3С	1В	1В	2С
A_2	1В	1В	3С	3С	1В	2С
A_3	1В	1В	3С	3С	3С	2С

Анализ влияния различных видов деформации промежуточных звеньев и привода манипулятора на собственные частоты и формы колебаний выполняем в три этапа. На первом этапе выполняется оценка влияния на собственные частоты общих упругих свойств промежуточных невесомых звеньев. Для этого проводятся вычислительные эксперименты для манипулятора с вращательными кинематическими парами и стальными малоинерционными стержнями круглого поперечного сечения различных диаметров. На втором этапе определяем влияние величины крутильной жёсткости стальных малоинерционных стержней на значения собственных частот малых колебаний манипулятора для разных кинематических схем (см. табл. 1). Вычислительные эксперименты выполняем, определяя коэффициенты изгибной и продольной жёсткости по формулам (1), а коэффициент крутильной жёсткости по формуле:

$$c_{\text{к}} = k\frac{GJ_p}{l}, \tag{5}$$

где коэффициент k принимает значения 0,01; 1; 100.

На третьем этапе изучаем влияние разных видов деформации промежуточных звеньев и жёсткости привода на собственные частоты и формы колебаний самоустанавливающегося манипулятора, выполненного по схеме № 3 (см. табл. 1) с другими инерционными параметрами платформы и промежуточными звеньями в виде алюминиевых трубок, масса которых сравнима с массой платформы. Вычислительные эксперименты выполняем для 7-ми вариантов компьютерной модели плоского манипулятора.

В базовом варианте 1 принято, что масса и момент инерции платформы равны m = 2 кг и I = 0,01 кг·м^2 соответственно, коэффициенты жёсткости приводов одинаковы и равны c = 10 000 Н·м; диаметры алюминиевых трубок D = 50 мм и d = 30 мм. Моменты инерции и масса для каждого жёсткого элемента упругого стержня по формулам (4) $I_{xi} = 2{,}04\cdot10^{-4}$ кг·м^2, $I_{yi} = I_{zi} = 9{,}54\cdot10^{-4}$ кг·м^2, m_i = 0,509 кг. Коэффициенты жесткости в каждом соединении жёстких элементов стержня определяются по формулам (1) и равны $c_и = 1{,}26\cdot10^5$ Н·м, $c_к = 0{,}926\cdot10^5$ Н·м, $c_п = 5{,}95\cdot10^8$ Н/м.

Вариант 2 отличается от варианта 1 тем, что коэффициенты жёсткости приводов увеличены в 10 000 раз и составляют $c = 1\cdot10^8$ Н·м, что на несколько порядков больше коэффициентов изгибной и крутильной жёсткости стержней.

Вариант 3 отличается от варианта 1 тем, что коэффициент жёсткости приводов уменьшен в 100 раз и составляет c = 100 Н·м, что на несколько порядков меньше коэффициентов жёсткости стержней.

Вариант 4 отличается от варианта 1 тем, что коэффициент крутильной жёсткости в шарнирах, соединяющих жёсткие элементы стержней, увеличен в 10^6 раз $c_к = 9{,}26\cdot10^{10}$ Н·м.

Вариант 5 отличается от варианта 1 тем, что коэффициент крутильной жёсткости в шарнирах, соединяющих жёсткие элементы стержней, уменьшен в 10 раз.

Вариант 6 отличается от варианта 1 тем, что коэффициенты изгибной и продольной жёсткости в шарнирах, соединяющих жёсткие элементы стержней увеличены соответственно в 10^6 и 10^4 раз $c_и = 1{,}26\cdot10^{11}$ Н·м, $c_п = 5{,}95\cdot10^{12}$ Н/м.

Вариант 7 отличается от варианта 1 тем, что коэффициент продольной жёсткости в шарнирах, соединяющих жёсткие элементы стержней, увеличен в 10^4 раз $c_п = 5{,}95\cdot10^{12}$ Н/м.

Результаты

Сравнение результатов компьютерного моделирования с аналитическим решением. Расчёт собственных частот и форм манипулятора с использованием QR-алгоритма в программном комплексе «Универсальный механизм» выполнен по исходным данным, принятым в аналитическом решении [6]: коэффициенты жёсткости каждого из трёх приводов c = 1000 Н·м; масса платформы m = 0,5 кг, момент инерции I = 0,025 кг·м^2; все стержни приняты абсолютно жёсткими и малоинерционными, все девять шарниров являются вращательными кинематическими парами.

Значения собственных частот, определённые численным методом для манипулятора с жёсткими звеньями $f_1 = f_x$ = 9,208 Гц, $f_2 = f_y$ = 9,275 Гц, $f_3 = f_{\varphi z}$ = 55,07 Гц, соответствуют аналитическому решению $f_{1А}$ = 9,14 Гц, $f_{2А}$ = 9,363 Гц и $f_{3А}$ = 56,3 Гц. Здесь и далее f_x, f_y, $f_{\varphi z}$ – собственные частоты, которым соответствуют собственные формы x, y, φ_z. На собственной форме x платформа совершает возвратно-поступательное движение в горизонтальной плоскости xoy с частотой f_x и максимальной амплитудой вдоль оси x неподвижной системы координат. На собственной форме y платформа колеблется в горизонтальной плоскости с частотой f_y и максимальной амплитудой вдоль оси y. На собственной форме φ_z платформа совершает малые колебания вокруг вертикальной оси z. Вращательное и поступательное движения платформы на собственных формах разделены. Максимальная относительная погрешность численного решения:

$$\Delta_f = (f_{3A} - f_3)\cdot 100\ \% \,/\, f_{3A} = (56{,}3 - 55{,}07)\cdot 100\ \% \,/\, 56{,}3 = 2{,}2\ \%.$$

Анализ влияния структуры самоустанавливающегося механизма манипулятора на собственные частоты и формы колебаний. Расчёты собственных частот и форм выполне-

ны для 6-ти вариантов кинематической схемы (см. табл. 1) рассмотренного выше манипулятора с жёсткими малоинерционными звеньями. Для всех кинематических схем значения низших собственных частот одинаковы f_x = 9,21 Гц, f_y = 9,28 Гц, $f_{\varphi z}$ = 55,1 Гц. Результаты вычислительного эксперимента для 6-ти кинематических схем манипулятора с упругими стальными стержнями звеньями круглого поперечного сечения диаметром D = 0,02 м приведены в табл. 2.

Таблица 2

Значения низших собственных частот для разных кинематических схем, Гц

Table 2

Values of the lowest natural frequencies for different kinematic schemes, Hz

Собственные формы	Вариант кинематической схемы					
	1	2	3	4	5	6
x	8,23	8,23	8,23	8,20	8,23	8,22
y	8,24	8,24	8,24	8,27	8,24	8,30
φ_z	49,02	49,02	49,02	49,02	49,02	48,97
z	20,12	11,41	9,12	8,242	8,14	4,68
φ_x	113,40	74,26	28,99	23,80	46,42	1,50
φ_y	113,60	74,48	29,02	65,48	76,38	73,56

Для модели манипулятора с упругими промежуточными звеньями и одноподвижными вращательными кинематическими парами (схема 1, табл. 2) общее число собственных частот равно 213. Из них шесть низших собственных частот расположены в интервале от 8 Гц до 114 Гц, а остальные собственные частоты превышают 4400 Гц. Отметим, что коэффициенты жёсткости упругих элементов, соединяющих твёрдые части упругих стержней, определяемые по формулам (1) равны $c_и$ = 11 000 Н·м, $c_к$ = 8380 Н·м, $c_п$ = 4,40·10^8 Н/м, а коэффициенты жёсткости приводов c = 1000 Н·м. Собственные частоты, соответствующие колебаниям платформы в горизонтальной плоскости *xoy*, уменьшились по сравнению с моделью манипулятора с жёсткими звеньями примерно на 11 %: f_x = 8,23 Гц, f_y = 8,24 Гц, $f_{\varphi z}$ = 49,02 Гц.

Кроме этого, учёт упругих свойств промежуточных звеньев привёл к появлению новых трёх низших собственных частот с формами, на которых платформа колеблется в вертикальной плоскости, перпендикулярной плоскости движения жёстких звеньев манипулятора. На собственных формах колебания платформы в горизонтальной и вертикальной плоскостях независимы. На собственной форме z с частотой f_z = 20,1 Гц выходное звено совершает малые колебания вдоль вертикальной оси z. На собственных формах φ_y и φ_x с частотами $f_{\varphi y}$ = 113,4 Гц и $f_{\varphi x}$ = 113,6 Гц выходное звено поворачивается одновременно вокруг осей y и x.

Оценка влияния упругости звеньев на собственные частоты и формы колебаний манипулятора. Результаты вычислительного эксперимента с варьированием диаметра круглого сечения стальных малоинерционных стержней для кинематической схемы 1 с вращательными парами приведены в табл. 3.

Таблица 3

Значения первых шести собственных частот манипулятора для разных диаметров стального стержня, Гц

Table 3

Values of the first six natural frequencies of the manipulator for different diameters of the steel rod, Hz

Диаметр стержня, D м	Собственные формы					
	x	y	z	φ_z	φ_y	φ_x
0,005	1,113	1,121	1,235	6,631	7,007	7,021
0,010	4,058	4,088	5,029	24,250	28,340	28,400
0,020	8,230	8,240	20,120	49,020	113,400	113,600
0,040	9,134	9,200	80,470	54,560	453,500	454,400
0,060	9,193	9,260	181,100	54,920	1020	1022
0,080	9,202	9,268	321,900	54,980	1814	1817
0,120	9,209	9,277	724,300	55,000	4082	4089

Результаты вычислительного эксперимента при разных значениях крутильной жёсткости для различных структурных схем манипулятора с упругими малоинерционными стальными стержнями сведены в табл. 4.

Таблица 4

Значения собственных частот при разных значениях коэффициента крутильной жёсткости

Table 4

Values of natural frequencies at different values of the torsional stiffness coefficient

Номер схемы	k	Собственная форма					
		x	y	φ_z	z	φ_x	φ_y
1	0,01	8,23	8,24	49,0	11,7	75,3	75,5
	1	8,23	8,24	49,0	20,1	113,4	113,6
	100	8,23	8,24	49,0	24,8	157,3	157,6
2	100; 1; 0,01	8,23	8,24	49,0	11,4	74,3	74,5
3	0,01	1,27*	3,41*	48,6	3,56*	9,25	9,25*
	1	8,23	8,24	49,0	9,18	29,0	29,0
	100	8,23	8,24	49,0	13,3	42,1	42,1
5	0,01	8,22	8,35	47,0	0,985	45,9	76,1
	1	8,23	8,24	49,0	8,14*	46,4	76,4
	100	8,23	8,24	49,0	10,9	48,9	78,8

В кинематической схеме 2, в которой сферические трёхподвижные пары установлены в шарнирах C_1, C_2, C_3, значения собственных частот на соответствующих формах не зависят от величины крутильной жёсткости. На собственных частотах (схема 3), отмеченных символом «*», собственные формы не соответствуют указанным в таблице, а платформа совершает сложное взаимосвязанное движение.

Результаты вычислений собственных частот для 7-ми компьютерных моделей с варьированием значений коэффициентов жёсткости стержней и привода для самоустанавливающегося манипулятора с упругими инерционными алюминиевыми трубками приведены в табл. 5.

Значения собственных частот для вариантов 1 и 7 компьютерной модели совпадают. На собственных формах $z^и$, $\varphi^и_x$, $\varphi^и_y$ соответствующие движения платформы обусловлены изгибом стержней. На собственной форме w платформа неподвижна.

Таблица 5

Значения низших собственных частот, для разных вариантов компьютерной модели, Гц

Table 5

Values of the lowest natural frequencies, for different variants of the computer model, Hz

Собственная форма	Варианты компьютерной модели					
	1, 7	2	3	4	5	6
x	3,97	9,58	0,434	3,971	3,94	4,351
y	3,98	9,61	0,435	3,973	3,95	4,354
φ_z	4,56	11,18	0,498	4,560	4,56	4,980
z	8,56	8,56	8,560	13,060	3,40	11,130
φ_x	10,02	10,02	10,030	13,440	4,03	13,080
φ_y	10,04	10,04	10,040	13,450	4,04	13,120
$z^и$	13,94	13,94	13,940	14,270	13,90	-
$\varphi^и_x$	14,56	14,56	14,569	17,280	14,29	-
$\varphi^и_y$	14,57	14,57	14,572	17,300	14,29	-
w	52,80	54,20	52,200	52,800	52,80	-

Заключение

Разработаны компьютерные модели в программном комплексе «Универсальный механизм» для численного определения собственных частот и форм малых колебаний плоского манипулятора параллельной структуры с тремя степенями свободы как с абсолютно жёсткими, так и с упругими промежуточными звеньями в виде стержней. Небольшая разность

(менее 3 %) численного и известного аналитического решения при определении собственных частот подтверждает достоверность результатов вычислительных экспериментов.

В предложенной компьютерной модели манипулятора каждый деформируемый стержень состоит из десяти абсолютно твёрдых тел, образующих между собой четырёхподвижные упругие соединения с двумя геометрическими связями, запрещающими относительные линейные перемещения перпендикулярно оси стержня. Коэффициенты изгибной, крутильной и продольной жёсткости в упругих соединениях определяются по известным формулам.

Замена абсолютно жёстких малоинерционных стержней упругими приводит к уменьшению собственных частот колебаний манипулятора с собственными формами, на которых платформа колеблется в горизонтальной плоскости движения звеньев. Значения этих собственных частот зависят от соотношения коэффициентов жёсткости привода и изгибной жёсткости стержней. Упругие элементы в стержнях и приводе образуют в каждой из трёх кинематических цепей, соединяющих платформу и стойку, последовательное соединение. Поэтому, если изгибная жёсткость стержней существенно превышает жёсткость привода, то эквивалентная жёсткость манипулятора в горизонтальной плоскости определяется жёсткостью привода. В этом случае дальнейшее увеличение жёсткости стержней, например увеличивая их диаметр, не приводит к изменению собственных частот колебаний.

Замена абсолютно жёстких малоинерционных стержней упругими приводит также к появлению новых трёх низших собственных частот с формами, на которых платформа колеблется в вертикальной плоскости, перпендикулярной плоскости движения жёстких звеньев манипулятора. Значения этих собственных частот не зависят от жёсткости привода и продольной жёсткости стержней, зависят от коэффициентов крутильной и изгибной жёсткости, увеличиваясь, например, в 4 раза при совместном росте коэффициентов изгибной и крутильной жёсткости стержней в 16 раз для манипулятора с вращательными кинематическими парами.

Выполнены расчёты собственных частот и форм для статически неопределимой кинематической схемы манипулятора с упругими малоинерционными звеньями и 5 вариантов схем самоустанавливающегося манипулятора без избыточных связей. Установлено, что значения трёх собственных частот с собственными формами, на которых платформа совершает движения в горизонтальной плоскости, не зависят от вида кинематических пар в кинематической схеме. Значения трёх собственных частот с собственными формами, на которых платформа совершает движения в вертикальной плоскости, существенно зависят от вида кинематической схемы.

Наибольшими значениями собственных частот обладает схема с вращательными кинематическими парами и избыточными связями. Среди самоустанавливающихся схем максимальными значениями собственных частот обладает схема с трёхподвижными сферическими кинематическими парами, расположенными между стержнями. Для данной схемы значение коэффициента крутильной жёсткости стержней не оказывает влияния на первые шесть собственных частот, поэтому в компьютерной модели можно учитывать только изгибную жёсткость стержней, а подвижные соединения между твёрдыми телами выполнять как сферические двухподвижные кинематические пары, нагруженные упругими парами сил. Для остальных кинематических схем в компьютерной модели необходимо учитывать изгибную и крутильную жёсткость стержней.

Для манипулятора с упругими малоинерционными стержнями установлено, что первые шесть собственных форм не зависят от инерционных и упругих свойств звеньев, колебания платформы на собственных формах в горизонтальной и вертикальной плоскостях независимы, а в каждой из плоскостей поступательное и вращательное движения платформы разделены. У манипулятора с упругими стержнями, масса которых сравнима с массой платформы, в нижней части спектра собственных частот присутствуют дополнительно три частоты, на собственных формах которых платформа совершает поступательные и вращательные движения в вертикальной плоскости, вследствие изгиба стержней. Таким образом, на первых девяти собственных формах платформа совершает поступательные и вращательные движения в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

Список источников:

1. Кузнецов Н.К., Стрелов А.В. Экспериментальные исследования упругих колебаний электромеханического робота // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2003. № 3-4(15-16). С. 36-41.
2. Кирсанов М.Н., Дай Ц. Зависимость собственной частоты колебаний плоской модели фермы манипулятора от числа панелей // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. 2021. № 1(72). С. 21-26.
3. Родин И.А., Васильев И.А. Исследование собственных частот упругих колебаний манипуляторов при изменении их конфигурации // Робототехника и техническая кибернетика. 2019. Т. 7. № 1. С. 29-33. DOI: 10.31776/RTCJ.7104.
4. Маслов А.Н. Позиционирование нежесткого звена робота-манипулятора с учетом ограничений на управление // Вестник Московского энергетического института. Вестник МЭИ. 2011. № 2. С. 5-9.
5. Ганиев Р.Ф., Глазунов В.А. Манипуляционные механизмы параллельной структуры и их приложения в современной технике // Доклады Академии наук. 2014. Т. 459. № 4. С. 428. DOI: 10.7868/S086956521434009X.
6. Хейло С.В., Ширинкин М.А., Глазунов В.А. Определение собственных частот колебаний манипулятора параллельной структуры // Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. 2011. № 4(333). С. 120-124.
7. Хейло С.В. Частотный критерий особых положений манипулятора параллельной структуры // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2013. № 1. С. 65-71.
8. Носова Н.Ю. Разработка и исследование пространственных механизмов параллельной структуры с шарнирными параллелограммами с различным числом степеней свободы: специальность 05.02.18 «Теория механизмов и машин»: дис. на соискание учёной степени канд. техн. наук / Носова Наталья Юрьевна; Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук. Москва, 2021. 152 с. Библиогр.: с. 119-130.
9. Демидов С.М., Артеменко Ю.Н., Глазунов В.А. и др. Анализ динамических свойств механизмов параллельной структуры // Машиностроение и инженерное образование. 2012. № 1(30). С. 36-41.
10. Скворцов С.А., Лысогорский А.Е., Глазунов В.А. Динамический анализ механизма параллельной структуры, выполняющего поступательные перемещения // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2015. № 2(15). С. 70-79.
11. Глазунов В.А., Хейло С.В., Костюков А.М. Исследование колебаний механизма параллельной структуры. Вибрационные технологии, мехатроника и управляемые машины: сб. тр. XII Междунар. конф.: в 2 частях. Курск, 18–20 мая 2016 года. Курск: Юго-Западный государственный университет, 2016. С. 23-28.
12. Song J., Lu Yang, Wang Y., Lu Yi. Stiffness and elastic deformation of 4-DoF parallel manipulator with three asymmetrical legs for supporting helicopter

References:

1. Kuznetsov N.K., Strelov A.V. Experimental Studies of Elastic Oscillations of an Electromechanical Robot. Bulletin of Irkutsk State Technical University. 2003;3-4(15-16):36-41.
2. Kirsanov M.N., Dai Ts. Dependence of the Natural Vibration Frequency of the Plane Model of the Manipulator Truss on the Number of Panels. Progressive Technologies and Systems of Mechanical Engineering. 2021;1(72):21-26.
3. Rodin I.A., Vasiliev I.A. Studying of Elastic Oscillations' Natural Frequencies of Manipulators in Case of Their Reconfiguration. Robotics and Technical Cybernetics. 2019;7(1):29-33. doi: 10.31776/RTCJ.7104
4. Maslov A.N. Positioning of the Non-Rigid Link of the Robot-Manipulator, Taking into Account the Restrictions on Control. Bulletin of Moscow Power Engineering Institute. 2011;2:5-9.
5. Ganiev R.F., Glazunov V.A. Handling Mechanisms of Parallel Structure and Their Applications in Modern Equipment. Reports of the Academy of Sciences. 2014;459(4):428. doi: 10.7868/S086956521434009X
6. Kheilo S.V., Shirinkin M.A., Glazunov V.A. Determination of Frequencies of Free Vibrations of the Parallel Structure Manipulator. Proceedings of Higher Educational Institutions. Textile Industry Technology. 2011;4(333):120-124.
7. Kheilo S.V. Frequency Criterion of Special Configurations of Parallel Structure Mechanisms. Engineering and Automation Problems. 2013;1:65-71.
8. Nosova N.Yu. Development and Research of Spatial Parallel Structure Mechanisms with Articulated Parallelograms with a Different Number of Freedom Degrees. Candidate of Technical Sciences Dissertation. Moscow: Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences; 2021.
9. Demidov SM, Artemenko YuN, Glazunov VA, et al. Analysis of Dynamic Properties of Parallel Structure Mechanisms. Mechanical Engineering and Engineering Education. 2012;1(30):36-41.
10. Skvortsov S.A., Lysogorsky A.E., Glazunov V.A. Dynamic Analysis of Parallel Structure Mechanism Executing Translational Motions. Proceedings of the South-West State University. Technics and Technologies. 2015;2(15):70-79.
11. Glazunov VA, Kheilo SV, Kostyukov AM. Investigation of Oscillations of the Parallel Structure Mechanism. In: Proceedings of International Conference in 2 Parts: Vibration Technologies, Mechatronics and Controlled Machines; 2016 May 18-20; Kursk: Southwestern State University: 2016. p. 23-28.
12. Song J., Lu Yang, Wang Y., Lu Yi. Stiffness and Elastic Deformation of 4-DoF Parallel Manipulator with Three Asymmetrical Legs for Supporting Helicop-

rotor // Journal of Robotics, 2020. Vol. 2020. P. 1–11. https://doi.org/10.1155/2020/8571318.

13. Антонов А.В., Глазунов В.А. Влияние упругих сил на точность движения манипулятора параллельной структуры // Экстремальная робототехника. 2020. Т. 1. № 1. С. 47-55.

14. Pogorelov D.Y. On numerical methods of modeling large multibody systems // Mechanism and Machine Theory. 1999. Vol. 34. No 5. P. 791-800. DOI: 10.1016/S0094-114X(98)00055-X.

15. Погорелов Д.Ю., Толстошеев А.К., Ковалёв Р.В. Динамический анализ и синтез механизмов с использованием программы UM. Брянск: Изд-во Брянского государственного технического университета. 1997. 46 с.

16. Универсальный механизм 9. Руководство пользователя: начинаем работать. 2021. 75 с. URL: http://www.universalmechanism.com/download/90/rus/gs_um.pdf (дата обращения: 30.08.2022).

17. Толстошеев А.К., Татаринцев В.А. Проектирование статически определимых механизмов технологических мехатронных машин с параллельной кинематикой // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20. № 7. С. 428-436. DOI: 10.17587/mau.20.428-436.

18. Толстошеев А.К., Татаринцев В.А. Структурный анализ механизмов роботов-станков с параллельной кинематикой // Вестник Брянского государственного технического университета. 2017. № 1(54). С. 33-43. DOI: 10.12737/24889.

ter Rotor. Journal of Robotics 2020;2020: 1-11. Available from: https://doi.org/10.1155/2020/8571318

13. Antonov A.V., Glazunov V.A. Influence of Elastic Forces on Movement Accuracy of Parallel Manipulator. Extreme Robotics. 2020;1(1):47-55.

14. Pogorelov D.Y. On Numerical Methods of Modelling Large Multibody Systems. Mechanism and Machine Theory. 1999;34(5):791-800. doi: 10.1016/S0094-114X(98)00055-X

15. Pogorelov D.Yu., Tolstosheev A.K., Kovalev R.V. Dynamic Analysis and Synthesis of Mechanisms Using the UM Program. Bryansk: Bryansk State Technical University; 1997.

16. Universal Mechanism 9. User Manual: Getting Started [Internet]. 2021 [cited 2022 Aug 30]. Available from: http://www.universalmechanism.com/download/90/rus/gs_um.pdf

17. Tolstosheev A.K., Tatarintsev V.A. Designing Statically Determinable Mechanisms of Technological Mechatronic Machines with Parallel Kinematics. Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. 2019;20(7): 428-436. doi: 10.17587/mau.20.428-436

18. Tolstosheev A.K., Tatarintsev V.A. Structural Analysis of Robot Machine Mechanisms with Parallel Kinematics. Bulletin of Bryansk State Technical University. 2017;1(54):33-43. doi: 10.12737/24889

Информация об авторах:

Толстошеев Андрей Константинович
кандидат технических наук, доцент кафедры «Трубопроводные транспортные системы» Брянского государственного технического университета, ORCID 0000-0002-9417-775X

Information about authors:

Tolstosheev Andrey Konstantinovich
candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department «Pipeline Transport Systems» of Bryansk State Technical University, ORCID: 0000-0002-9417-775X

Статья поступила в редакцию 21.09.2022; одобрена после рецензирования 14.10.2022; принята к публикации 21.10.2022.

The article was submitted 21.09.2022; approved after reviewing 14.10.2022; accepted for publication 21.10.2022.

Рецензент – Злобин С.Н., кандидат технических наук, доцент, Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева.

Reviewer – Zlobin S.N., Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Orel State University named after I.S. Turgenev.